



คณิตศาสตร์ พิชิต PAT 1

(ฟังก์ชันเอกซ์โพเนนเชียล และฟังก์ชันลอการิทึม)

อ. ชวลิต กุลกীরติการ

(พี่กอล์ฟ)



**ติวเข้มพีซีต PAT 1**  
**เรื่อง ฟังก์ชันเอกซ์โพเนนเชียลและฟังก์ชันลอการิทึม**  
**โดย อ. ชวลิต กุลกัรติการ (พีทอส์ฟ)**

**สูตรแยกตัวประกอบ**

1.  $(a+b)^3 = a^3 + 3a^2b + 3ab^2 + b^3$
2.  $(a-b)^3 = a^3 - 3a^2b + 3ab^2 - b^3$
3.  $a^3 + b^3 = (a+b)(a^2 - ab + b^2)$
4.  $a^3 - b^3 = (a-b)(a^2 + ab + b^2)$

**สมบัติเลขยกกำลัง**

ถ้า  $a, b, a^m, b^n$  เป็นจำนวนจริง และ  $a, b \neq 0$  และ  $m, n$  เป็นจำนวนตรรกยะ จะได้ว่า

1.  $a^m \cdot a^n = a^{m+n}$
2.  $\frac{a^m}{a^n} = a^{m-n}$
3.  $(a^m)^n = a^{mn}$
4.  $(ab)^n = a^n b^n$
5.  $\left(\frac{a}{b}\right)^n = \frac{a^n}{b^n}$  โดยที่  $b \neq 0$
6.  $a^{-n} = \frac{1}{a^n}$  โดยที่  $a \neq 0$
7.  $a^{\frac{1}{n}} = \sqrt[n]{a}$
8.  $a^0 = 1$  โดยที่  $a \neq 0$



### Exponential Function

**นิยาม** เรียก  $f = \{(x, y) \in \mathbb{R} \times \mathbb{R}^+ / y = a^x; a > 0 \text{ และ } a \neq 1\}$  ว่าฟังก์ชันเอกซ์โพเนนเชียล  
จากนิยามสรุปได้ว่า

1. ฐานของฟังก์ชันเอกซ์โพเนนเชียลต้องเป็นจำนวนจริงบวกที่ไม่ใช่ 1
2. โดเมนของฟังก์ชันเอกซ์โพเนนเชียลคือ  $\mathbb{R}$
3. เรนจ์ของฟังก์ชันเอกซ์โพเนนเชียลคือ  $\mathbb{R}^+$
4. ฟังก์ชันเอกซ์โพเนนเชียลเป็นฟังก์ชันหนึ่งต่อหนึ่ง
5. ถ้า  $a > 1$  เป็นฟังก์ชันเพิ่ม, ถ้า  $0 < a < 1$  เป็นฟังก์ชันลด

### Logarithmic Function เป็นฟังก์ชันอินเวอร์สของฟังก์ชันเอกซ์โพเนนเชียล

**นิยาม** เรียก  $g = \{(x, y) \in \mathbb{R}^+ \times \mathbb{R} / y = \log_a x; a > 0 \text{ และ } a \neq 1\}$  ว่าฟังก์ชันลอการิทึม  
จากนิยามสรุปได้ว่า

1. ฐานของฟังก์ชันลอการิทึมต้องเป็นจำนวนจริงบวกที่ไม่ใช่ 1
2. โดเมนของฟังก์ชันลอการิทึมคือ  $\mathbb{R}^+$
3. เรนจ์ของฟังก์ชันลอการิทึมคือ  $\mathbb{R}$
4. ฟังก์ชันลอการิทึมเป็นฟังก์ชันหนึ่งต่อหนึ่ง
5. ถ้า  $a > 1$  เป็นฟังก์ชันเพิ่ม, ถ้า  $0 < a < 1$  เป็นฟังก์ชันลด

### สมบัติของ log

- |  |   |
|--|---|
| 1. $\log_a 1 = 0$  | 6. $\log_b n a = \frac{1}{n} \log_b a$                                  |
| 2. $\log_a a = 1$  | 7. $a^{\log_a m} = m$   |
| 3. $\log_a (mn) = \log_a m + \log_a n$                     | 8. $a^{\log_b m} = m^{\log_b a}$  |
| 4. $\log_a \left(\frac{m}{n}\right) = \log_a m - \log_a n$ | 9. $\log_b a = \frac{\log_m a}{\log_m b}$ โดยที่ $m > 0$ และ $m \neq 1$ |
| 5. $\log_b a^m = m \log_b a$                               | 10. $\log_b a = \frac{1}{\log_a b}$                                     |



## PROBLEMS

1. จงหาค่า  $x$  จากสมการ  $2^{3x+1} - 17 \cdot 2^{2x} + 2^{x+3} = 0$

2. ค่า  $x$  ที่สอดคล้องกับสมการ  $6(2^{5x}) + 11(2^{3x}) - 3(2^x) = 2^{5x+1}$  อยู่ในช่วงใดต่อไปนี้

1.  $[-2, -\frac{3}{4}]$

2.  $(-\frac{3}{4}, 0]$

3.  $[0, \frac{7}{8}]$

4.  $(\frac{7}{8}, \frac{3}{2}]$

3. ผลบวกของจำนวนจริง  $x$  ทั้งหมดที่สอดคล้องกับสมการ

$$(2^x - 4)^3 + (4^x - 2)^3 = (4^x + 2^x - 6)^3 \text{ มีค่าเท่าใด}$$

1. 2

2. 2.5

3. 3

4. 3.5



4. กำหนดให้  $a = 2^{48}$  ,  $b = 3^{36}$  และ  $c = 5^{24}$  ข้อใดต่อไปนี้ถูกต้อง

1.  $\frac{1}{b} > \frac{1}{c} > \frac{1}{a}$

2.  $\frac{1}{a} > \frac{1}{b} > \frac{1}{c}$

3.  $\frac{1}{b} > \frac{1}{a} > \frac{1}{c}$

4.  $\frac{1}{a} > \frac{1}{c} > \frac{1}{b}$

5. กำหนดให้  $x$  และ  $y$  เป็นจำนวนจริงบวก และ  $y \neq 1$

ถ้า  $\log_y 2x = a$  และ  $2^y = b$  แล้ว  $x$  มีค่าเท่ากับข้อใดต่อไปนี้

1.  $\frac{1}{2}(\log_2 b)^a$

2.  $2(\log_2 b)^a$

3.  $\frac{a}{2}(\log_2 b)$

4.  $2a(\log_2 b)$

6. ถ้า  $f(x) = 10^x$  ,  $x$  เป็นจำนวนจริงบวก และ  $a, b \in \mathbb{R}_f$  แล้ว  $\frac{f^{-1}(ab)}{f^{-1}(b)}$

มีค่าตรงกับข้อใดต่อไปนี้

1.  $\log a$

2.  $1 + \log a$

3.  $1 + \log_b a$

4.  $1 + \log_a b$



7. ถ้า  $x$  เป็นจำนวนจริง ซึ่ง  $256^x = (2^x + 6)^4$  แล้ว  $8^x$  มีค่าเท่าใด

8. ผลบวกของคำตอบทั้งหมดของสมการ  $\log_{3x} 9 + (\log_3 x)^2 = 2$  เท่ากับข้อใด

1.  $\frac{28}{9}$

2.  $\frac{37}{9}$

3.  $\frac{31}{3}$

4. 11

9. ถ้า  $f = \{(x, y) \mid y = \log(x+2) + \log(x-3) - \log(4-x)\}$  แล้วโดเมนของ  $f$  คือช่วงในข้อใดต่อไปนี้

1. (3, 4)

2. (2, 3)

3. (2, 4)

4.  $(0, 2) \cup (3, 4)$



10. ให้  $R$  แทนเซตของจำนวนจริง และให้

$$C = \left\{ x \in \mathbb{R} \mid (3x^2 - 11x + 7)(3x^2 + 4x + 1) = 1 \right\}$$

จำนวนสมาชิกของเซต  $C$  เท่ากับเท่าใด

11. ให้  $R$  แทนเซตของจำนวนจริง และถ้า

$$A = \left\{ x \in \mathbb{R} \mid 3^{2x} - 34(15^{x-1}) + 5^{2x} = 0 \right\} \text{ และ}$$

$$B = \left\{ x \in \mathbb{R} \mid \log_5(5^{\frac{1}{x}} + 125) = \log_5 6 + 1 + \frac{1}{2x} \right\}$$

แล้วจำนวนสมาชิกของเซต  $A \cup B$  เท่ากับเท่าใด



12. กำหนดให้สมการ  $(\log_2 x)^3 + \frac{12}{\log_x 2} = 7(\log_{\frac{1}{2}} x)^2$

จงหาผลบวกของคำตอบทั้งหมดของสมการ

13. คำตอบทั้งหมดของสมการ  $16^{(\log_x 2 \sqrt{x})} = x^4 - 5x^2 + 6$  มีกี่จำนวน

14. ให้  $M$  เป็นเซตคำตอบของสมการ  $(\sqrt{1 + \log_x \sqrt{27}}) \log_3 x + 1 = 0$

จำนวนสมาชิกของ  $M$  มีค่าเท่ากับข้อใดต่อไปนี้

1. 0

2. 1

3. 2

4. 3





15. กำหนดให้  $a$  และ  $x$  เป็นจำนวนจริงบวก และ  $\log_a x + \log_x a = 3$   
 จงหาค่าของ  $(\log_a x)^2 + (\log_x a)^2$

16. ถ้า  $\log x = \frac{1}{3} \log a - \log b$  และ  $a = 27b^6$  แล้ว  $x$  มีค่าตรงกับข้อใด

1.  $3b$
2.  $3\sqrt{3} b^2$
3.  $3b^2$
4.  $3\sqrt{3} b$

17. Let  $a, b$  and  $c$  be positive numbers with both  $a$  and  $b$  greater than 1. Find the solution of the equation  $\log_b x - \log_b(x-c) = a$

1.  $\frac{cb^a}{b^a - 1}$
2.  $\frac{ab^a}{1 - b^a}$
3.  $\frac{cb^a}{1 + b^a}$
4.  $\frac{ab^a}{1 + b^c}$



18. กำหนดให้  $\log 2 = 0.3010$  ค่าของ  $\log_5 10 + \frac{\log_3 \frac{1}{4}}{\log_3 5} + (\log 2)^2 \cdot \frac{\log_5 e}{\log e}$

อยู่ในช่วงใดต่อไปนี้

1.  $(0, 1]$
2.  $(1, 2]$
3.  $(2, 3]$
4.  $(3, 4]$

19. กำหนดให้  $f(x) = \log_4 x$ ,  $g(x) = 2^x$  และ  $h(x) = (f+g^{-1})(x)$

ค่าของ  $x$  ที่เป็นจำนวนจริงบวกในข้อใดที่ทำให้  $(f \circ h)(x) = \frac{1}{2}$

1.  $\sqrt[3]{2}$
2.  $\sqrt[3]{4}$
3.  $\sqrt[3]{8}$
4.  $\sqrt[3]{16}$

20. ถ้า  $3^{x-y} + (\log x - \log y)i = 27 - i$  เมื่อ  $i^2 = -1$  แล้วจงหาค่าของ  $8^{9x-y}$



21. กำหนดให้  $x$  เป็นคำตอบของสมการ  $x + \log(1 + 2^x) = x \log 5 + \log 6$

และ  $y$  เป็นคำตอบของสมการ  $\log_2 y = 3(\log_8 9)(\log_9 10)(\log_{10} 11)(\log_{11} 12)$

ค่าของ  $x + y$  ตรงกับข้อใด

1. 9
2. 11
3. 13
4. 15

22. Let  $a$  and  $b$  be two positive integers such that  $b$  is a multiple of  $a$ .

If  $\log\left(\frac{b}{a}\right)^{\frac{b}{2}} + \log\left(\sqrt{\frac{a}{b}}\right)^{9a} = 1$  then  $b^2 - a^2 = ?$

1. 357
2. 396
3. 1600
4. 5967



23. กำหนดให้  $a$  และ  $b$  เป็นจำนวนจริงบวก ที่สอดคล้องระบบสมการ

$$\log_4 a - \log_{32} b^3 = 19$$

$$\log_4 b - \log_{32} a^3 = 8 \quad \text{จงหาค่าของ } \frac{a}{b}$$

24. กำหนดให้  $2\log_2 a - 3\log_2 b = 4$  และ  $3\log_2 a - 4\log_2 b = 6$

แล้ว  $(a^{2b} + \log_{2a} b)^{\frac{1}{2}}$  มีค่าเท่าใด



25. ให้  $R$  แทนเซตของจำนวนจริง และถ้า

$$B = \{x \in \mathbf{R} \mid \log_2(-x^2 + 7x - 10) + 3\sqrt{\cos(\pi\sqrt{x^2 + 7}) - 1} = 1\}$$

แล้ว ผลบวกของสมาชิกในเซต  $B$  เท่ากับเท่าใด

26. ถ้า  $a$  และ  $b$  เป็นจำนวนจริงบวกที่สอดคล้องกับ  $\log_9(a) = \log_{15}(b) = \log_{25}(a+2b)$

แล้วค่าของ  $\frac{b}{a}$  เท่ากับเท่าใด



27. เซตคำตอบของอสมการ  $\left(\frac{1}{3}\right)^{\log_2(x^2+2)} > \left(\frac{1}{3}\right)^{\log_2(4x-1)}$  คือข้อใด

1.  $(\frac{1}{4}, 2)$
2.  $(1, 3)$
3.  $(-\infty, \frac{1}{4}] \cup [2, \infty)$
4.  $(-\infty, 1] \cup [3, \infty)$

28. ถ้า A แทนเซตคำตอบของ  $2(\log_3 x - 1)^{\frac{1}{2}} + \log_{\frac{1}{3}} x^3 + 4 > 0$

แล้วเซต A เป็นสับเซตของช่วงใดต่อไปนี้

1.  $(0, 3)$
2.  $(1, 4)$
3.  $(2, 5)$
4.  $(2, 9)$



29. กำหนดให้  $A = \left\{ x \in \mathbb{R} \mid 2^{2x} - 2^{x+2} > 2^{x+\frac{1}{2}} - \sqrt{32} \right\}$

เมื่อ  $R$  แทนเซตของจำนวนจริง จำนวนสมาชิกที่เป็นจำนวนเต็มของเซต  $R - A$  เท่ากับข้อใดต่อไปนี้

1. 1                      2. 2                      3. 3                      4. 4

30. เซตคำตอบของอสมการ  $72^x + 72 < 2^{3x+3} + 3^{2x+2}$  เป็นสับเซตของช่วงใดต่อไปนี้

1.  $(\log_8 7, \log_9 8)$                       2.  $(\log_9 8, \log_8 9)$   
 3.  $(\log_8 9, \log_7 8)$                       4.  $(\log_9 10, \log_8 9)$