

## พื้นฐานเรขาคณิตวิเคราะห์และเส้นตรง และภาคตัดกรวย

### 1. ระยะทางระหว่างจุด 2 จุด

ให้  $P_1(x_1, y_1)$  เป็นจุด 2 จุดใดๆ ในระนาบเดียวกัน จะได้ว่า

$$|P_1 P_2| = \sqrt{(x_1 - x_2)^2 + (y_1 - y_2)^2}$$

### 2. จุดกึ่งกลางระหว่างจุด 2 จุด

ให้  $P_1(x_1, y_1)$  และ  $P_2(x_2, y_2)$  เป็นจุดใดๆ ในระนาบ จะได้ว่าจุดกึ่งกลางของ  $P_1 P_2$  คือ  $(\bar{x}, \bar{y})$  โดยที่

$$\bar{x} = \frac{x_1 + x_2}{2} \text{ และ } \bar{y} = \frac{y_1 + y_2}{2}$$

ให้  $P_1(x_1, y_1)$  และ  $P_2(x_2, y_2)$  เป็นจุด 2 จุดใดๆ โดยที่  $P'(x', y')$  เป็นจุดซึ่งแบ่งเส้นตรง  $P_1 P_2$

### 3. จุดแบ่งภายใน

ออกเป็นอัตราส่วน  $m : n$  (ดังรูป)

รูปที่ 1 หน้า 20

$$\text{โดยที่ } x' = \frac{nx_1 + mx_2}{m + n}$$

$$\text{และ } y' = \frac{ny_1 + my_2}{m + n}$$

### 4. การหาพื้นที่ของรูปหลายเหลี่ยม

- นำจุดยอดของรูปเหลี่ยมมาเขียนเรียงในแนวตั้งในทิศทางเข็มนาฬิกา หรือตามเข็มนาฬิกา
- ปิดท้ายด้วยจุดยอดแรก
- พื้นที่ของรูปเหลี่ยม จะเท่ากับครึ่งหนึ่งของผลบวกของผลคูณทแยงลง ลบด้วยผลคูณทแยงขึ้น ถ้าผลลัพธ์เป็นลบให้ใส่ค่าสัมบูรณ์

ดูรูปที่ 2 หน้า 20

$$\text{พื้นที่ } \Delta ABC = \begin{vmatrix} x_1 & y_1 \\ x_2 & y_2 \\ x_3 & y_3 \\ x_1 & y_1 \end{vmatrix}$$

### 5. สมการเส้นตรงเมื่อทราบจุด-ความชัน

เส้นตรงผ่านจุด  $P_1(x_1, y_1)$  และมีความชัน  $= m$

สมการคือ  $y - y_1 = m(x - x_1)$  และเขียนในรูปทั่วไปได้เป็น  $Ax + By + C = 0$

$$= \frac{1}{2} |(x_1y_2 + x_2y_3 + x_3y_1) - (x_1y_2 + x_3y_2 + x_2y_1)|$$

พื้นที่สามเหลี่ยม PQR  $= \frac{1}{4}$  ของพื้นที่สามเหลี่ยม ABC

จุดตัดกันของเส้นมัธยฐาน คือ  $\left( \frac{x_1 + x_2 + x_3}{3}, \frac{y_1 + y_2 + y_3}{3} \right)$

### 6. ระยะห่างระหว่างจุดกับเส้นตรง

สมการคือ  $y - y_1 = m(x - x_1)$  และเขียนในรูปทั่วไปได้เป็น  $Ax + By + C = 0$

ให้  $P_1(x_1, y_1)$  เป็นจุดใด ๆ ในระนาบ และสมการเส้นตรง คือ  $Ax + By + C = 0$  ถ้า  $d$  คือ ระยะห่างระหว่างจุดกับเส้นตรง จะได้ว่า

$$d = \frac{|Ax_1 + By_1 + C|}{\sqrt{A^2 + B^2}}$$

### 7. ระยะห่างระหว่างเส้นขนาน

ให้เส้นตรง 2 เส้นที่ขนานกัน มีสมการดังนี้  $Ax + By + C_1 = 0$  และ  $Ax + By + C_2 = 0$  และ ถ้า  $d$  คือระยะห่าง จะได้ว่า

$$d = \frac{|C_1 - C_2|}{\sqrt{A^2 + B^2}}$$

### 8. ข้อสรุปจากสมการเส้นตรงในรูปทั่วไป

กำหนดเส้นตรง  $Ax + By + C = 0$  เป็นเส้นตรงในรูปทั่วไป จะสรุปได้ว่า

1. เส้นตั้งฉากมีสมการเป็น  $Bx - Ay + C_2 = 0$
2. ถ้า  $A = 0$  ; จะได้สมการเส้นตรงขนานกับแกน  $x$  และมีสมการเป็น  $y = -\frac{C}{B}$
3. ถ้า  $B = 0$  ; จะได้สมการเส้นตรงขนานกับแกน  $y$  และมีสมการเป็น  $x = -\frac{C}{A}$
4. ถ้า  $C = 0$  ; จะได้เส้นตรงผ่านจุด  $(0, 0)$  มีสมการเป็น  $Ax + By = 0$
5. ถ้า  $x = 0$  ; จะได้จุดตัดแกน  $y$  คือ จุด  $\left(0, -\frac{C}{B}\right)$
6. ถ้า  $y = 0$  ; จะได้จุดตัดแกน  $x$  คือ จุด  $\left(-\frac{C}{A}, 0\right)$
7. เส้นตรงขนานกับความชันเท่ากัน หรือไม่มีความชัน
8. เส้นตรงตั้งฉากกัน ถ้ามีความชันแล้วความชันคูณกัน  $= -1$
9. เส้นตรงที่ขนานกับ  $Ax + By + C = 0$  จะมีสมการเป็น  $kAx + kBy + C_2 = 0$   
 $k$  เป็นค่าคงที่  $k \neq 0$

## วงกลม

นิยาม            วงกลม            คือ    เซตของจุดทุกจุด ซึ่งห่างจากจุดคงที่จุดหนึ่งเป็นระยะทางคงที่  
                           จุดคงที่            เรียกว่า จุดศูนย์กลาง  $c(h, k)$   
                           ระยะทางคงที่    เรียกว่า รัศมี ( $r$ )

รูปแบบสมการวงกลม	จุดศูนย์กลาง	รัศมี
$x^2 + y^2 = r^2$	$(0, 0)$	$r$
$(x + h)^2 + (y - k)^2 = r^2$	$(h, k)$	$r$
$x^2 + y^2 + Dx + Ey + F = 0$	$\left(-\frac{D}{2}, -\frac{E}{2}\right)$	$\frac{\sqrt{D^2 + E^2 - 4F}}{2}$

หมายเหตุ      ถ้า     $D^2 + E^2 - 4F = 0$     กราฟเป็นจุดวงกลม  
                            $D^2 + E^2 - 4F > 0$     กราฟจะเป็นวงกลม  
                            $D^2 + E^2 - 4F < 0$     ไม่เกิดกราฟวงกลม

## ความยาวของเส้นสัมผัส

ให้  $Q$  เป็นจุดสัมผัสบนวงกลม และ  $P_1(x_1, y_1)$  เป็นจุดภายนอกวงกลม จะได้ว่า  $|P_1Q|$  เป็นความยาวของเส้นสัมผัส ซึ่งพิจารณาได้ดังนี้

1. กำหนดสมการวงกลมเป็น  $x^2 + y^2 = r^2$

$$|P_1Q| = \sqrt{x_1^2 + y_1^2 - r^2}$$

ดูรูปที่ 3 หน้า 20

2. กำหนดสมการวงกลมเป็น  $(x - h)^2 + (y - k)^2 = r^2$

รูปที่ 4 หน้า 20

$$|P_1Q| = \sqrt{(x_1 - h)^2 + (y_1 - k)^2 - r^2}$$

3. กำหนดสมการวงกลมเป็น  $x^2 + y^2 + Dx + Ey + F = 0$

รูปที่ 5 หน้า 20

$$|P_1Q| = \sqrt{(x_1^2 - y_1^2 + Dx_1 + Ey_1 + F)}$$

## พาราโบลา

**นิยาม** พาราโบลา คือ เซตของจุดทุกจุดบนระนาบ ซึ่งอยู่ห่างจากเส้นตรงคงที่เส้นหนึ่งบนระนาบ และจุดคงที่จุดหนึ่งบนระนาบ นอกเส้นตรงคงที่นั้น เป็นระยะทางเท่ากันเสมอ

รูปที่ 6 หน้า 21

**จุดคงที่** คือ จุดโฟกัส (Focus)

**เส้นตรงที่คงที่** คือ เส้นไดเรกตริกซ์

**เส้นลาตัสเรกตัม (Latus rectum)** คือ เส้นตรงที่ลากผ่านจุด Focus และตั้งฉากกับแกนของรูป  
**แกนของรูปหรือแกนสมมาตร** คือ เส้นตรงที่ลากผ่านจุดยอดและผ่านจุด Focus

**คอร์ดของพาราโบลา** คือ เส้นตรงที่ลากเชื่อมจุด 2 จุด ที่ต่างกันของพาราโบลาและคอร์ดที่ลากผ่านจุด Focus เรียกว่า Focal และคอร์ดที่ผ่านจุด Focus และตั้งฉากกับแกนของรูปด้วย เรียกว่า ลาตัสเรกตัม (Latus rectum)

### ข้อสังเกต

จากสมการ จะต้องมีตัวแปรตัวใดตัวหนึ่งอยู่ในรูปกำลังสอง และอีกตัวหนึ่งยกกำลังหนึ่ง และอยู่ที่เทอมที่บวกลบกัน กราฟที่ได้จึงจะเป็นกราฟพาราโบลา

พาราโบลาที่มีจุดยอดอยู่ที่จุด  $(h, k)$

รูปที่ 7, 8 หน้า 21

$(x - h)^2 = 4c(y - k)$	รูปสมการ	$(y - k)^2 = 4c(x - h)$
$v(h, k)$ $F(h, k + c)$ $y = k - c$ $ 4c $ กราฟหงาย (เปิดบน) กราฟคว่ำ (เปิดล่าง) $x = h$	จุดยอด จุด FOCUS สมการเส้นไดเรกทริกซ์ ความยาวเส้นเลตัสเรกตัม ถ้า $c > 0$ ถ้า $c < 0$ แกนสมมาตร	$v(h, k)$ $F(h + c, k)$ $x = h - c$ $ 4c $ กราฟตะแคงขวา (เปิดขวา) กราฟตะแคงซ้าย (เปิดซ้าย) $y = k$

## วงรี (ELLIPSE)

นิยาม           วงรี       คือ       เซตของจุดทั้งหมด ซึ่งผลบวกของระยะทางจากจุดใด ๆ จุดหนึ่งในเซตไปยังจุดคงที่ 2 จุด มีค่าคงตัว

สมการวงรี ซึ่งมีจุดศูนย์กลางอยู่ที่จุด (0, 0)

ดูรูปที่ 9 , 10 หน้า 21

$\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = 1$	รูปสมการ	$\frac{y^2}{a^2} + \frac{x^2}{b^2} = 1$
<p>(0, 0)</p> <p>V(a, 0), V'(-a, 0)</p> <p>F(c, 0), F'(-c, 0)</p> <p><math> 2a </math></p> <p><math> 2b </math></p> <p>B(0, b), B'(0, -b)</p> <p><math>\frac{2b^2}{ a }</math></p>	<p>จุดศูนย์กลาง</p> <p>จุดยอด</p> <p>จุด FOCUS</p> <p>ความยาวแกนนอก</p> <p>ความยาวแกนโท</p> <p>จุดปลายแกนโท</p> <p>ความยาวเส้นลาตัสเรคตัม</p>	<p>(0, 0)</p> <p>V(0, a), V'(0, -a)</p> <p>F(0, c), F'(0, -c)</p> <p><math> 2a </math></p> <p><math> 2b </math></p> <p>B(b, 0), B'(-b, 0)</p> <p><math>\frac{2b^2}{ a }</math></p>



สมการวงรี ซึ่งมีจุดศูนย์กลางอยู่ที่จุด  $(h, k)$

คูรูปที่ 11 , 12 หน้าที่ 22

$\frac{(x - h)^2}{a^2} + \frac{(y - k)^2}{b^2} = 1$	รูปสมการคือ	$\frac{(y - k)^2}{a^2} + \frac{(x - h)^2}{b^2} = 1$
$(h, k)$ $V(h + a, k), V'(h - a, k)$ $F(h + c, k), F'(h - c, k)$ $B(h, k + b), B'(h, k - b)$ $ 2a $ $ 2b $ $\frac{2b^2}{ a }$	จุดศูนย์กลาง จุดยอด จุด FOCUS จุดปลายแกนโท ความยาวแกนนอก ความยาวแกนโท ความยาวเส้นลาตัสเรคตัม	$(h, k)$ $V(h, k + a), V'(h, k - a)$ $F(h, k + c), F'(h, k - c)$ $B(h + b, k), B'(h - b, k)$ $ 2a $ $ 2b $ $\frac{2b^2}{ a }$

ควรจำ

$$b^2 = a^2 - c^2$$

## ไฮเพอร์โบลา

นิยาม ไฮเพอร์โบลา คือ เซตของจุดทุกจุดในระนาบ ซึ่งผลต่างของระยะทางจากจุดใด ๆ ในเซตนี้ไปยังจุดคงที่สองจุดมีค่าคงตัว

ดูรูปที่ 13 , 14 หน้า ที่ 22

### สรุป

$\frac{x^2}{a^2} - \frac{y^2}{b^2} = 1$	รูปสมการ	$\frac{y^2}{a^2} - \frac{x^2}{b^2} = 1$
<p>(0, 0)</p> <p>V(a, 0), V'(-a, 0)</p> <p>F(c, 0), F'(-c, 0)</p> <p>B(0, b), B'(0, -b)</p> <p><math> 2a </math></p> <p><math> 2b </math></p> <p><math>\frac{2b^2}{ a }</math></p> <p><math>Y = \pm \frac{bx}{a}</math></p>	<p>จุดศูนย์กลาง</p> <p>จุดยอด</p> <p>จุด FOCUS</p> <p>ความยาวแกนสังยุค</p> <p>ความยาวแกนตามขวาง</p> <p>ความยาวแกนสังยุค</p> <p>ความยาวของเส้นลาตัสเรคตัม</p> <p>สมการของเส้นกำกับ (Asymptote)</p>	<p>(0, 0)</p> <p>V(0, a), V'(0, -a)</p> <p>F(0, c), F'(0, -c)</p> <p>B(b, 0), B'(-b, 0)</p> <p><math> 2a </math></p> <p><math> 2b </math></p> <p><math>\frac{2b^2}{ a }</math></p> <p><math>Y = \pm \frac{ax}{b}</math></p>

## ข้อสังเกต

1. การหาสมการของเส้นกำกับมีหลักง่าย ๆ คือ จากสมการไฮเพอร์โบล่าให้เปลี่ยนสมการค่าขวามือ จาก 1 เป็น 0 แล้วจัดรูปใหม่จะได้สมการของเส้นกำกับ
2. จากสมการ ถ้า  $a = b$  เราจะเรียกไฮเพอร์โบลานี้ว่าเป็นไฮเพอร์โบลามุมฉาก ซึ่งเส้นกำกับทั้งสองจะต้องตั้งฉากกัน
3. สมการไฮเพอร์โบล่าที่มีแกน  $x$  และแกน  $y$  เป็นเส้นกำกับ เราก็มักเรียกเป็นไฮเพอร์โบลามุมฉาก แต่สมการจะอยู่ในรูป  $xy = k$ ,  $k$  เป็นค่าคงที่

ไฮเพอร์โบลามีจุดศูนย์กลางอยู่ที่จุด  $(h, k)$ 

รูปที่ 15 , 16 หน้า 22

$\frac{(x-h)^2}{a^2} + \frac{(y-k)^2}{b^2} = 1$	รูปสมการคือ	$\frac{(y-k)^2}{a^2} + \frac{(x-h)^2}{b^2} = 1$
$(h, k)$	จุดศูนย์กลาง	$(h, k)$
$V(h+a, k), V'(h-a, k)$	จุดยอด	$V(h, k+a), V'(h, k-a)$
$F(h+c, k), F'(h-c, k)$	จุด FOCUS	$F(h, k+c), F'(h, k-c)$
$B(h, k+b), B'(h, k-b)$	จุดปลายแกนตั้งยุค	$B(h+b, k), B'(h-b, k)$
$ 2a $	ความยาวแกนขวาง	$ 2a $
$ 2b $	ความยาวแกนตั้งยุค	$ 2b $
$y - k = \pm \frac{b}{a}(x - h)$	สมการเส้นกำกับ	$y - k = \pm \frac{a}{b}(x - h)$

ความสัมพันธ์ระหว่าง  $a, b, c$  คือ  $b^2 = a^2 - c^2$

**แนวข้อสอบพื้นฐานเรขาคณิตวิเคราะห์  
และภาคตัดกรวยสำหรับเอนทรานซ์**

1. ถ้า  $I_1$  เป็นเส้นตรงที่ผ่านจุด  $(-2, 0)$  และ  $(-1, 2)$  และ  $I_2$  เป็นเส้นตรงที่ผ่านจุดกำเนิด และตั้งฉากกับ  $I_1$  แล้วพื้นที่สามเหลี่ยมที่ล้อมรอบด้วยแกน  $x$  เส้นตรง  $I_1$  และเส้นตรง  $I_2$  เท่ากับกี่ตารางหน่วย

1. 0.5 ตารางหน่วย                      2. 0.6 ตารางหน่วย  
3. 0.8 ตารางหน่วย                      4. 1 ตารางหน่วย

2. ความยาวของคอร์ดีที่ได้จากการตัดกันของพาราโบลา  $y^2 = 5 + x$  กับเส้นตรง  $x + y = 1$  มีค่าเท่ากับกี่หน่วย

1.  $5\sqrt{2}$                                       2.  $3\sqrt{2}$   
3.  $5\sqrt{3}$                                       4.  $4\sqrt{7}$

ดูรูปที่ 17 หน้า 23

3. กำหนดเส้นตรง  $I_1$  มีสมการเป็น  $3x + 4y - 12 = 0$  และ  $I_2$  มีสมการเป็น  $4x - 3y + 12 = 0$  ตัดกันที่จุด R จุด P มีโอออร์ดิเนต เป็น  $(1, -3)$  เส้นตรง PQ ตั้งฉากกับ  $I_1$  ที่ S พื้นที่สี่เหลี่ยม PQRS เท่ากับกี่ตารางหน่วย

1. 19 ตารางหน่วย                      2. 20 ตารางหน่วย  
3. 21 ตารางหน่วย                      4. 22 ตารางหน่วย

4. สมการวงกลม ซึ่งมีจุดศูนย์กลางที่  $C(2, 3)$  และสัมผัสเส้นตรง  $3x - 4y - 9 = 0$  มีสมการดังนี้คือ

1.  $x^2 + y^2 + 4x + 6y + 4 = 0$   
2.  $x^2 + y^2 - 4x + 6y + 4 = 0$   
3.  $x^2 - y^2 + 4x - 6y + 4 = 0$   
4.  $x^2 + y^2 - 4x - 6y + 4 = 0$

ดูรูปที่ 18 หน้า 23

5. วงกลมสัมผัสเส้นตรง  $3x + 2y - 18 = 0$  ที่จุด  $(2, 6)$  และผ่านจุด  $(-3, 7)$  มีสมการคือ

1.  $x^2 + y^2 - 2x - 8y - 8 = 0$

2.  $x^2 + y^2 + 2x + 8y - 92 = 0$

3.  $x^2 + y^2 + 2x - 8y + 4 = 0$

4.  $x^2 + y^2 - 2x + 8y - 14 = 0$

ดูรูปที่ 19 หน้าที่ 23

6. พื้นที่ที่เกิดจากการซ้อนกันของกราฟวงกลม  $x^2 + y^2 - 2x - 2y - 2 = 0$  และ

$x^2 + y^2 - 6x - 2y + 6 = 0$  เป็นกี่ตารางหน่วย

1.  $\left(\frac{8\pi}{3}\right) - 2\sqrt{3}$  ตารางหน่วย

2.  $\frac{4\pi}{3} - \sqrt{3}$  ตารางหน่วย

3.  $\frac{4}{3\pi}$  ตารางหน่วย

4. ข้อมูลไม่เพียงพอหาพื้นที่ไม่ได้

ดูรูปที่ 20 หน้าที่ 23

7. ดาวหางดวงหนึ่งมีทิศทางของการเคลื่อนที่เป็นรูปพาราโบลา โดยมีดวงอาทิตย์เป็นโฟกัส ในขณะที่ดาวหาง อยู่ห่างจากดวงอาทิตย์ 40 ล้านไมล์ เส้นตรงที่ลากผ่านดวงอาทิตย์ และดาวหางทำมุม 60 องศา กับแกนของพาราโบลา ดังรูปข้างล่าง

จงหาระยะทาง (หน่วยล้านไมล์) ระหว่างดาวหางกับดวงอาทิตย์ ขณะที่ ดาวหางโคจรอยู่ใกล้กับดวงอาทิตย์มากที่สุด

1. 10 ล้านไมล์

2. 15 ล้านไมล์

3. 20 ล้านไมล์

4. 30 ล้านไมล์

ดูรูปที่ 25 หน้าที่ 24

8. นากันห้องสี่เหลี่ยมผืนผ้า ABCD มีจุด A และ B ซึ่งเป็นจุดตรงมุมบนของฉากอยู่ห่างกัน 200 นิ้วและสูงจากพื้นห้อง 45 นิ้ว แขนงเชื่อมระหว่างจุด A และ B ให้เชื่อมห้อยลงมาเป็นรูปพาราโบลา ถ้าจุดต่ำของเชือกที่ห้อยลงมาอยู่สูงจากพื้นห้อง 5 นิ้ว แล้วจุดบนเชือกที่ห่างจากแนวตั้งเข้ามาเป็นระยะ 25 นิ้วจะอยู่สูงจากพื้นห้องเท่าใด

1. 22.5 นิ้ว
2. 27.5 นิ้ว
3. 35 นิ้ว
4. 37.5 นิ้ว

ดูรูปที่ 26 หน้าที่ 24

9. ถ้าจุด A และจุด B เป็นจุดตัดของพาราโบลา  $y = 12 - x^2$  กับพาราโบลา  $4x = 12 - y^2$  แล้ว  $|AB|$  เท่ากับเท่าใด

1.  $3\sqrt{2}$
2.  $4\sqrt{2}$
3.  $6\sqrt{2}$
4.  $8\sqrt{2}$

10. . ในรูปสมการของพาราโบลา คือ  $x^2 - 10x - 32y - 39 = 0$  มีจุด F เป็นจุดโฟกัส ส่วนของเส้นตรง  $a_1$  ผ่านจุด F และมีจุดปลายที่  $A(x_1, y_1)$  และ  $B(x_2, y_2)$  ส่วนของเส้นตรง  $a_2$  ผ่านจุดปลายที่  $C(x_3, y_3)$  และ  $D(x_4, y_4)$  ผลบวกของความยาวของส่วนของเส้นตรง  $a_1$  และ  $a_2$  มีค่าเท่าใด

1.  $y_1 + y_2 + y_3 + y_4 + 40$  หน่วย
2.  $y_1 + y_2 + y_3 + y_4 + 8$  หน่วย
3.  $\sqrt{(y_1 - y_2)^2 + (y_3 - y_4)^2 + (x_1 - x_2)^2 + (x_3 - x_4)^2} + 40$
4.  $\sqrt{(y_1 - y_2)^2 + (y_3 - y_4)^2 + (x_1 - x_2)^2 + (x_3 - x_4)^2} + 8$

11. สมการของพาราโบลาที่มีจุดยอดเป็น  $(0, -1)$  และผ่านจุดโฟกัสทั้งสองของวงรี  $3x^2 + 4y^2 - 16y + 4 = 0$  ผ่านจุดในข้อใดต่อไปนี้

1.  $\left(\sqrt{\frac{2}{3}}, 1\right)$

2.  $\left(\sqrt{\frac{3}{2}}, 1\right)$

3.  $\left(\frac{1}{2}, 1\right)$

3.  $\left(\frac{1}{2}, 1\right)$

12. โด่สะสนุกเกอร์ทำเป็นวงรี มีสมการเป็น  $12x^2 + 16y^2 - 192 = 0$  ต้องวางลูกบิลเลียดในแนวตั้งแกนหลัก ดังรูป  $F_1$  และ  $F_2$  เป็นจุดโฟกัสของวงรี ถ้าต้องแทงลูกบิลเลียดไปตามแนวศรชี้ กระทบขอบโด่สะที่จุด A แล้ว ลูกบิลเลียดกระเด็นไปกระทบขอบโด่สะอีกครั้งหนึ่งที่จุด B จุด B จะมีพิกัดเท่าใด

1.  $\left(\frac{26}{7}, -\frac{9}{7}\right)$

2.  $\left(\frac{9}{7}, -\frac{26}{7}\right)$

3.  $(-2, 3)$

4.  $(2, 3)$

ดูรูปที่ 27 หน้า 24

13. วงรีวงหนึ่ง มีจุดศูนย์กลางที่  $(3, 1)$  จุดโฟกัสจุดหนึ่งที่  $(5, 1)$  และสัมผัสแกน  $y$  ที่จุด  $(0, 1)$  สมการของที่มีจุดศูนย์กลางที่  $(-2, 1)$  และมีรัศมีเท่ากับควมยาวของแกนโทของวงรี คือข้อใดต่อไปนี้

1.  $x^2 + y^2 + 4x - 2y = 0$

2.  $x^2 + y^2 + 4x - 2y - 5 = 0$

3.  $x^2 + y^2 + 4x - 2y - 4 = 0$

4.  $x^2 + y^2 + 4x - 2y - 1 = 0$

ดูรูปที่ 28 หน้า 24

14. ระยะทางระหว่างเส้นคู่ขนานที่ทำมุม  $45^\circ$  กับแกน  $x$  และผ่านจุดโฟกัสทั้งสองของวงรี  $x^2 - 4x + 3y^2 - 2 = 0$  มีค่าเท่ากับข้อใดต่อไปนี้

1.  $2\sqrt{2}$
2.  $4\sqrt{2}$
3. 2
4. 4

ดูรูปที่ 21 หน้า 23

15. ABC เป็นรูปสามเหลี่ยมด้านเท่า A เป็นจุดยอดหนึ่งของไฮเพอร์โบลา  $x^2 - y^2 = a^2$  จุด B และ C อยู่บนไฮเพอร์โบลาคี่อีกซี่กหนึ่ง พื้นที่สามเหลี่ยม ABC เท่ากับเท่าใด

1.  $\sqrt{3} a^2$
2.  $3\sqrt{3} a^2$
3.  $\frac{\sqrt{3}}{2} a^2$
4.  $\frac{3\sqrt{3}}{2} a^2$

ดูรูปที่ 22 หน้า 23

16. กำหนดให้ E เป็นวงรีซึ่งมีสมการเป็น  $6x^2 + 5y^2 + 12x - 20y - 4 = 0$  และ H เป็นไฮเพอร์โบลาซึ่งมีจุดศูนย์กลางร่วมกับ E มีจุดยอดที่จุดโฟกัสของ E และมีความยาวสังยุคเท่ากับความยาวแกนโทของ E ข้อใดต่อไปนี้คือสมการไฮเพอร์โบลา H

1.  $x^2 - 5y^2 - 2x - 20y + 14 = 0$
2.  $x^2 - 5y^2 + 2x + 20y + 18 = 0$
3.  $x^2 - 5y^2 + 2x + 20y - 14 = 0$
4.  $5x^2 - y^2 - 2x + 20y + 18 = 0$

17. ขวดทดลองใบหนึ่งมีลักษณะคอขวดเป็นรูปไฮเพอร์โบลอยด์ (เมื่อผ่าซีกจะได้เป็นรูปไฮเพอร์โบลา ดังรูป) พบว่าภาคตัดของจุกขวดที่คอขวดเป็นรูปสี่เหลี่ยมผืนผ้า ดังรูป และเส้นทแยงมุมทั้งสองทับแนวเส้นกำกับของไฮเพอร์โบลา ไฮเพอร์โบลาที่คอขวดมีสมการเป็น  $9x^2 - 16y^2 - 18x - 64y - 199 = 0$  จงหาปริมาตรของจุกขวดใบนี้

ดูรูปที่ 23 หน้า 23



18. วงกลม 3 วงสัมผัสกัน ดังรูป เส้นที่ลากเชื่อมจุดศูนย์กลางของวงกลมทั้ง 3 เป็นรูปสามเหลี่ยมมุมฉาก มีความยาวด้านเป็น  $x, x$  และ  $\sqrt{2} x$  จงหาว่าส่วนที่แรเงาซึ่งอยู่ระหว่างวงกลมทั้งสามรูปเป็นเท่าไร

$$1. \frac{1}{2}x^2 - \frac{1}{2}\pi x^2 + \frac{\sqrt{2}}{4}\pi x^2$$

$$2. \frac{1}{2}x^2 - \frac{1}{2}\pi x^2 + \frac{\sqrt{2}}{2}\pi x^2$$

$$3. \frac{1}{2}x^2 - \frac{1}{3}\pi x^2 + \frac{\sqrt{2}}{4}\pi x^2$$

$$4. \frac{1}{2}x^2 - \frac{1}{3}\pi x^2 + \frac{\sqrt{2}}{2}\pi x^2$$

รูปที่ 24 หน้าที่ 23

19. วงรีวงหนึ่ง มีจุดศูนย์กลางที่  $(3, 1)$  จุดโฟกัสจุดหนึ่งที่  $(5, 1)$  และสัมผัสแกน  $y$  ที่จุด  $(0, 1)$  สมการของวงกลมที่มีจุดศูนย์กลางที่  $(-2, 1)$  และมีรัศมีเท่ากับความยาวของแกนโทของวงรี คือข้อใดต่อไปนี้

$$1. x^2 + y^2 + 4x - 2y = 0$$

$$2. x^2 + y^2 + 4y - 2y - 4 = 0$$

$$3. x^2 + y^2 + 4x - 2y - 1 = 0$$

$$4. x^2 + y^2 - 4x - 2y - 15 = 0$$

20. ถ้าไฮเพอร์โบลา  $H$  มีสมการ  $16x^2 - 64x - 9y^2 - 80 = 0$  แล้ววงรีที่มีจุดยอดอยู่ที่โฟกัสทั้งสองของ  $H$  และมีแกนโทคือ แกนสังยุคของ  $H$  มีสมการเป็นข้อใดต่อไปนี้

$$1. 16x^2 - 64x + 25y^2 - 464 = 0$$

$$2. 25x^2 - 100x + 16y^2 - 464 = 0$$

$$3. 16x^2 - 64x + 25y^2 - 336 = 0$$

$$4. 25x^2 - 100x + 16y^2 - 336 = 0$$

21. ให้  $H$  เป็นไฮเพอร์โบลา  $12y^2 - 4x^2 + 72y + 16x + 44 = 0$  ซึ่งมีจุดโฟกัส คือ  $F_1$  และ  $F_2$  ให้  $E$  เป็นวงรี ซึ่งมีจุดศูนย์กลางร่วมกับ  $H$  โดยมี  $F_1$  และ  $F_2$  เป็นจุดยอดและสัมผัสกับแกน  $y$  ถ้า  $E$  ตัดแกน  $X$  ที่จุด  $A$  และ  $B$  แล้ว  $AB$  ยาวเท่ากับข้อใดต่อไปนี้

$$1. \sqrt{8} \text{ หน่วย}$$

$$2. \sqrt{7} \text{ หน่วย}$$

$$3. \sqrt{6} \text{ หน่วย}$$

$$4. \sqrt{5} \text{ หน่วย}$$

22. กำหนดให้ วงกลม C มีจุดศูนย์กลางอยู่ที่จุดโฟกัสของพาราโบลา  $y = 1 - 8(x - 2)^2$  ถ้าเส้นตรง  $3x - 4y + 5 = 0$  เป็นเส้นสัมผัสวงกลม C แล้ว จุดในข้อใดต่อไปนี้อยู่บนวงกลม C

1.  $(0, 1 + \sqrt{5})$
2.  $(1 - 2\sqrt{2}, 0)$
3.  $(-1, -1)$
4.  $(2, -2)$

23. แปลงดอกไม้ทำเป็นรูปวงรี มีสมการเป็น  $25x^2 + 16y^2 - 100x + 96y - 156 = 0$  ถ้าต้องการปลูกหญ้าในส่วนที่แรเงาดังรูป และหน่วยที่ใช้เป็นเมตร โดยเสียค่าปลูกหญ้าตารางเมตรละ 20 บาท จะเสียเงินค่าปลูกหญ้าเท่าไร

1. 320 บาท
2. 640 บาท
3. 960 บาท
4. 1,280 บาท

รูปที่ 29 หน้า 24

24. ให้ a เป็นระยะทางใกล้สุดจากจุด  $(10, 7)$  ไปยังวงกลม  $x^2 + y^2 - 4x - 2y - 20 = 0$  และ b เป็นระยะทางใกล้สุดจากจุด  $(10, 7)$  ไปยังวงกลม  $x^2 + y^2 - 4x - 2y - 20 = 0$  ค่าของ  $|a+b|$  มีค่าเท่าใด

1. 10
2. 15
3. 20
4. 40

รูปที่ 30 หน้า 24

25. 0 เป็นจุดกำเนิดเส้นตรง  $3x + 4y - 12 = 0$  ตัดแกน x ที่จุด A และตัดแกน y ที่จุด B  $C_1$  และ  $C_2$  เป็นจุดศูนย์กลางของวงกลมที่ล้อมรอบรูปสามเหลี่ยมและแนบในรูปสามเหลี่ยม ABO ตามลำดับ ความชันของส่วนของเส้นตรง  $C_1, C_2$  เท่ากับเท่าใด

1.  $\frac{1}{2}$
2. 1
3.  $\frac{2}{3}$
4.  $\frac{3}{2}$

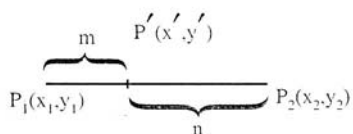
รูปที่ 31 หน้า 24

## คำตอบตัวอย่างข้อสอบ Entrance

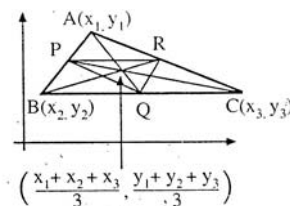
## เรื่องพื้นฐานเรขาคณิตวิเคราะห์ และเส้นตรง และภาคตัดกรวย

1. 3	2. 3	3. 3	4. 4	5. 3
6. 1	7. 1	8. 2	9. 4	10. 1
11. 1	12. 1	13. 1	14. 1	15. 2
16. 3	17. (96π)	18. 1	19. 1	20. 3
21. 2	22. ไม่มีข้อใดถูกต้อง	23. 1	24. 3	25. 1

พื้นที่เรขาคณิตวิเคราะห์และเส้นตรง และภาคตัดกรวย



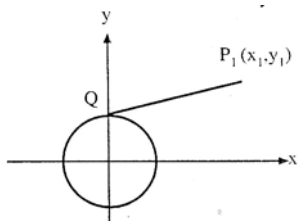
รูปที่ 1



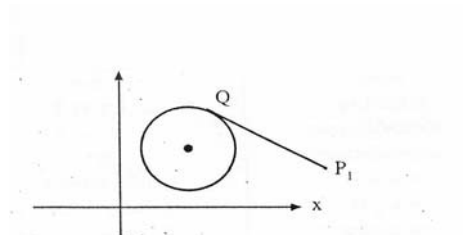
รูปที่ 2

วงกลม

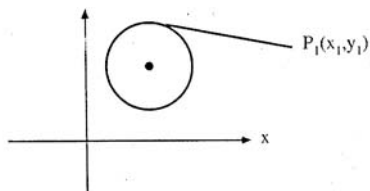
ความยาวของเส้นสัมผัส



รูปที่ 3



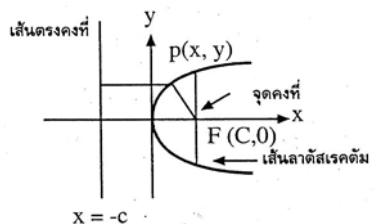
รูปที่ 4



รูปที่ 5

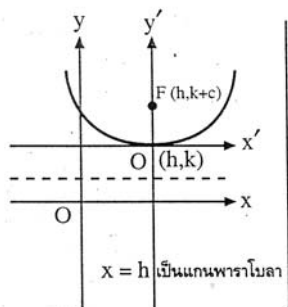
พาราโบลา

นิยาม

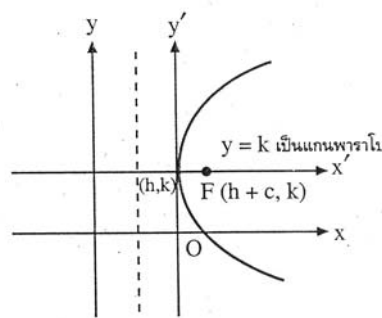


รูปที่ 6

พาราโบลาที่มีจุดยอดอยู่ที่จุด (h, k)



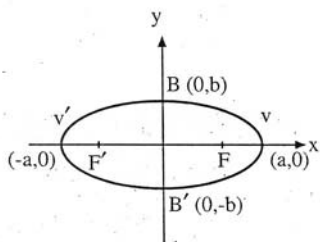
รูปที่ 7



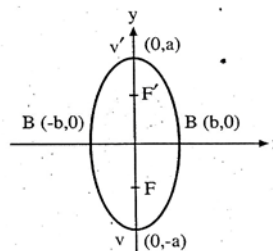
รูปที่ 8

วงรี

สมการวงรีซึ่งมีจุดศูนย์กลางที่จุด (0, 0)

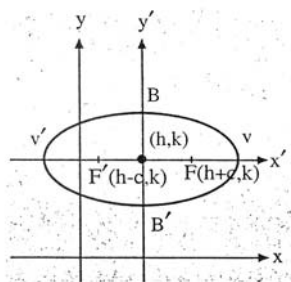


รูปที่ 9

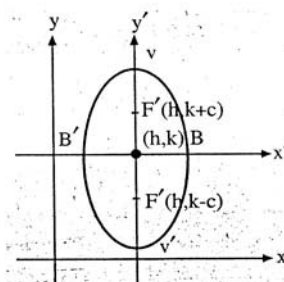


รูปที่ 10

สมการวงรีซึ่งมีจุดศูนย์กลางที่จุด  $(h,k)$



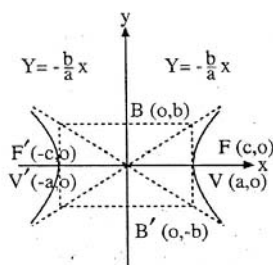
รูปที่ 11



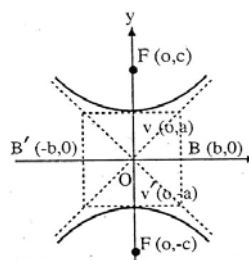
รูปที่ 12

ไฮเพอร์โบลา

นิยาม

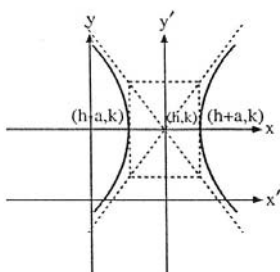


รูปที่ 13

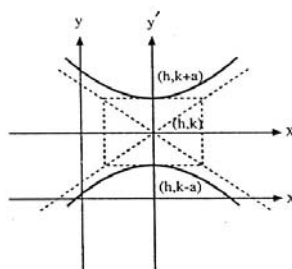


รูปที่ 14

ไฮเพอร์โบลา มีจุดศูนย์กลางที่จุด  $(h,k)$



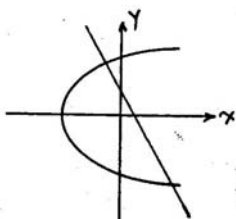
รูปที่ 15



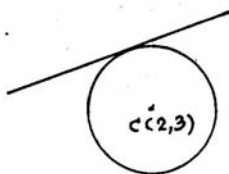
รูปที่ 16

แนวข้อสอบพื้นฐานเรขาคณิตวิเคราะห์  
และภาคตัดกรวยสำหรับเอนทรานซ์

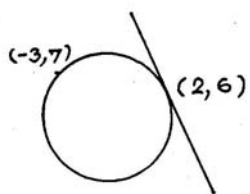
รูปที่ 17



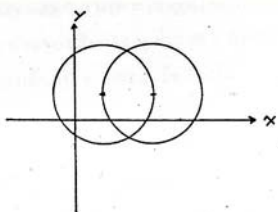
รูปที่ 18



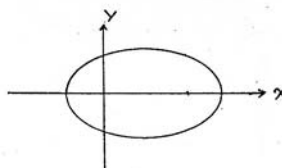
รูปที่ 19



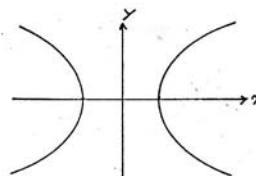
รูปที่ 20



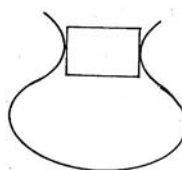
รูปที่ 21



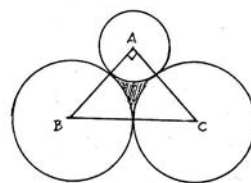
รูปที่ 22



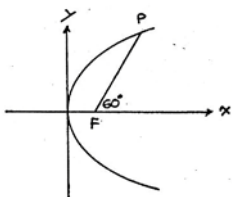
รูปที่ 23



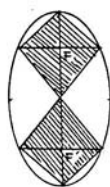
รูปที่ 24



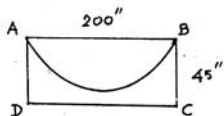
รูปที่ 25



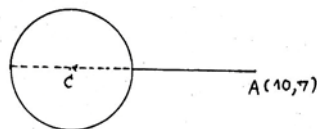
รูปที่ 29



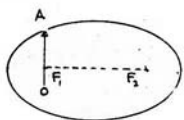
รูปที่ 26



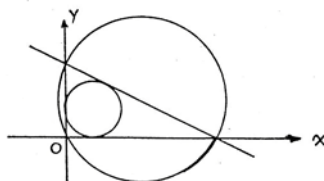
รูปที่ 30



รูปที่ 27



รูปที่ 31



รูปที่ 28

