

## ระบบจำนวนจริง

อ. กนกวลี อุษณกรกุล

### วิเคราะห์ข้อสอบ ENTRANCE

	ตุลาคม 2544	มีนาคม 2545	ตุลาคม 2545	มีนาคม 2546	ตุลาคม 2546
จำนวนข้อสอบ	2	-	2	2	2

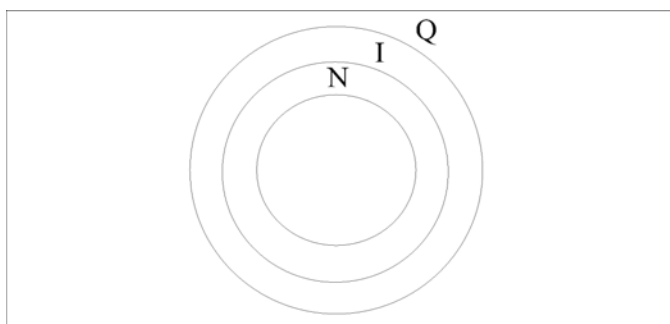
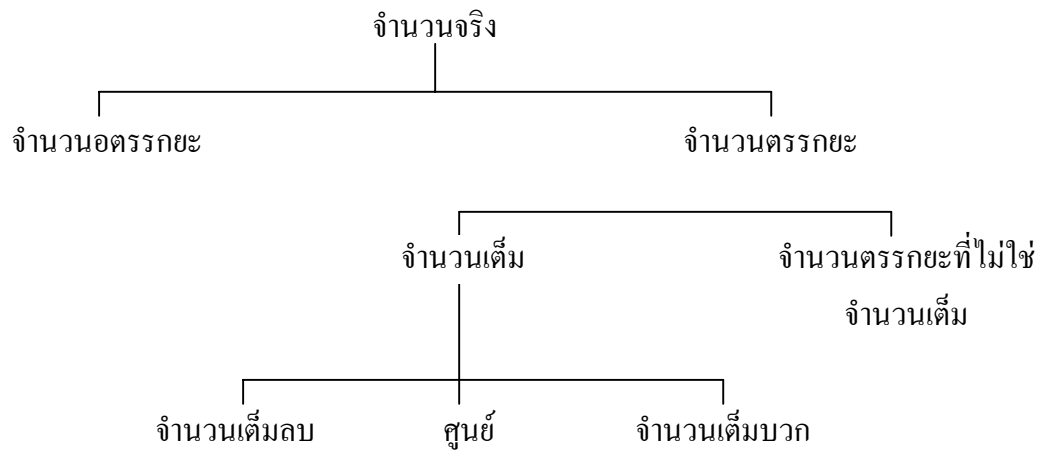
#### 2.1 ระบบจำนวนจริง

ระบบจำนวนจริง เป็นระบบที่ประกอบด้วย

1. เซตของจำนวนจริง
2. ความสัมพันธ์ระหว่างสมาชิกของเซตจำนวนจริง (การเท่ากันและไม่เท่ากัน)
3. operation บวกและ operation คูณ
4. สมบัติหรือกฎเกณฑ์หรือสัจพจน์เกี่ยวกับจำนวนจริง

#### 2.2 เซตของจำนวนจริง

เซตของจำนวนจริงมีสับเซตแท้ที่สำคัญ ซึ่งแสดงได้โดยแผนผังดังนี้



N = เซตของจำนวนเต็มบวก

I = เซตของจำนวนเต็ม

Q = เซตของจำนวนตรรกยะ

จำนวนตรรกยะ คือจำนวนที่เขียนในรูปเศษส่วนของจำนวนเต็ม ซึ่งตัวหารไม่เป็นศูนย์ หรือจำนวนที่เขียนในรูปทศนิยมซ้ำได้ เช่น  $-8$ ,  $0$ ,  $2$ ,  $\frac{4}{5}$ ,  $-0.58$ ,  $3.171717\dots$

เซตของจำนวนตรรกยะแทนด้วย  $Q$

$$Q = \left\{ \frac{a}{b} \mid a \in I, b \in I \text{ และ } b \neq 0 \right\}$$

จำนวนอตรรกยะ คือจำนวนจริงที่ไม่เป็นจำนวนตรรกยะ ได้แก่จำนวนที่ไม่สามารถเขียนในรูปเศษส่วน เช่น  $\sqrt{2}$ ,  $\sqrt{3}$ ,  $\pi$ ,  $7.453276\dots$

### 2.3 สมบัติของระบบจำนวนจริง

กำหนดให้  $G$  เป็นเซตใดๆ กับการกระทำ (operation) “ $*$ ”

1. **สมบัติปิด** เมื่อนำสมาชิกใดๆ ในเซต  $G$  มากระทำกันภายใต้การกระทำ  $*$  แล้วผลลัพธ์ที่ได้ยังคงเป็นสมาชิกในเซต  $G$  จะเรียกว่า  $G$  มีสมบัติปิดภายใต้การกระทำ  $*$   
นั่นคือ ถ้า  $a \in G$  และ  $b \in G$  แล้ว  $a * b \in G$   
ตัวอย่างเช่น เซตของจำนวนเต็มมีสมบัติปิดสำหรับการบวกและการคูณ
2. **สมบัติการสลับที่** เมื่อ  $a \in G$  และ  $b \in G$  แล้ว  $a * b = b * a$
3. **สมบัติการเปลี่ยนกลุ่ม** เมื่อ  $a, b, c \in G$  จะได้ว่า  $(a * b) * c = a * (b * c)$
4. **สมบัติการมีเอกลักษณ์** ถ้ามี  $e \in G$  และ  $e$  มีสมบัติว่า  $a * e = e * a = a$  สำหรับทุก  $a \in G$  จะเรียก  $e$  ว่าเป็นสมาชิกเอกลักษณ์ภายใต้การกระทำ  $*$   
ตัวอย่างเช่น เซตของจำนวนเต็มมีสมาชิกเอกลักษณ์ของการบวกคือ  $0$  และมีสมาชิกเอกลักษณ์ของการคูณคือ  $1$
5. **สมบัติการมีอินเวอร์ส** ทุกๆ  $a \in G$  จะมี  $a^{-1} \in G$  ซึ่ง  $a * a^{-1} = a^{-1} * a = e$   
จะเรียก  $a^{-1}$  ว่าเป็นอินเวอร์สของ  $a$  ภายใต้การกระทำ  $*$

#### ข้อสังเกต

1. สำหรับเซตใดๆ กับการ operation “ $*$ ” อาจมีหรือไม่มีเอกลักษณ์ก็ได้ และถ้ามีเอกลักษณ์จะมีได้เพียงตัวเดียวเท่านั้น
2. เอกลักษณ์หรืออินเวอร์สของเซตใดต้องอยู่ในเซตนั้นด้วย ถ้าไม่อยู่ในเซตนั้นไม่มีเอกลักษณ์หรือไม่มีอินเวอร์ส
3. เซตใดไม่มีสมบัติการมีเอกลักษณ์จะไม่มีสมบัติการมีอินเวอร์สด้วย

### สมบัติของจำนวนจริงเกี่ยวกับการบวกและการคูณ

กำหนดให้  $a, b, c \in \mathbb{R}$

สมบัติ	การบวก	การคูณ
ปิด	$a + b \in \mathbb{R}$	$ab \in \mathbb{R}$
การสลับที่	$a + b = b + a$	$ab = ba$
การเปลี่ยนกลุ่ม	$(a + b) + c = a + (b + c)$	$(ab)c = a(bc)$
การมีเอกลักษณ์	0 เป็นเอกลักษณ์การบวก เนื่องจาก $0 + a = a + 0 = a$	1 เป็นเอกลักษณ์การคูณ เนื่องจาก $1 \cdot a = a \cdot 1 = a$
การมีอินเวอร์ส	อินเวอร์สการบวกของ $a$ คือ $-a$ เนื่องจาก $(-a) + a = a + (-a) = 0$	อินเวอร์สการคูณของ $a$ คือ $\frac{1}{a}$ , $a \neq 0$ เนื่องจาก $\frac{1}{a} \times a = a \times \frac{1}{a} = 1$
การแจกแจง	$a(b + c) = ab + ac$	

#### 2.4 สมบัติเกี่ยวกับการเท่ากันและการไม่เท่ากันของจำนวนจริง

จำนวนจริงมีสมบัติไตรวิภาค (Trichotomy Property) หรือสมบัติการเป็นหนึ่งในสามอย่าง คือ ถ้า  $a \in \mathbb{R}$  และ  $b \in \mathbb{R}$  แล้ว  $a = b$  หรือ  $a < b$  หรือ  $a > b$  อย่างใดอย่างหนึ่งและเพียงอย่างเดียว

#### สมบัติเกี่ยวกับการเท่ากันของจำนวนจริงมีดังนี้

ให้  $a, b, c \in \mathbb{R}$

1. สมบัติการสะท้อน  $a = a$
2. สมบัติการสมมาตร ถ้า  $a = b$  แล้ว  $b = a$
3. สมบัติการถ่ายทอด ถ้า  $a = b$  และ  $b = c$  แล้ว  $a = c$
4. สมบัติการบวกด้วยจำนวนที่เท่ากัน ถ้า  $a = b$  แล้ว  $a + c = b + c$
5. สมบัติการคูณด้วยจำนวนที่เท่ากัน ถ้า  $a = b$  แล้ว  $ac = bc$
6. สมบัติการตัดออกด้วยจำนวนที่เท่ากัน  
ถ้า  $a + c = b + c$  แล้ว  $a = b$   
ถ้า  $ac = bc$  และ  $c \neq 0$  แล้ว  $a = b$

#### สมบัติเกี่ยวกับการไม่เท่ากันของจำนวนจริง มีดังนี้

ให้  $a, b, c, d \in \mathbb{R}$

การไม่เท่ากันของจำนวนจริง ไม่มีสมบัติการสะท้อน ไม่มีสมบัติการสมมาตร แต่มีสมบัติอื่นดังนี้

1. สมบัติการถ่ายทอด ถ้า  $a > b$  และ  $b > c$  แล้ว  $a > c$
2. สมบัติการบวกด้วยจำนวนที่เท่ากัน ถ้า  $a > b$  แล้ว  $a + c > b + c$

3. สมบัติการคูณจำนวนที่เท่ากัน

ถ้า  $a > b$  และ  $c > 0$  แล้ว  $ac > bc$

ถ้า  $a > b$  และ  $c < 0$  แล้ว  $ac < bc$

4. สมบัติการตัดออกสำหรับการบวก

ถ้า  $a + c > b + c$  แล้ว  $a > b$

5. สมบัติการตัดออกสำหรับการคูณ

ถ้า  $ac > bc$  และ  $c > 0$  แล้ว  $a > b$

ถ้า  $ac > bc$  และ  $c < 0$  แล้ว  $a < b$

นอกจากนี้ยังมีสมบัติอื่นๆ อีกมากเช่น

6. ถ้า  $0 < a < b$  แล้ว  $\frac{1}{a} > \frac{1}{b}$

7. ถ้า  $a < b < 0$  แล้ว  $\frac{1}{a} > \frac{1}{b}$

8. ถ้า  $a < b$  และ  $c < d$  แล้ว  $a + c < b + d$

9. ถ้า  $0 < a < b$  และ  $0 < c < d$  แล้ว  $0 < ac < bd$

10. ถ้า  $0 < a < b$  และ  $0 < c < d$  แล้ว  $0 < \frac{a}{d} < \frac{b}{c}$

## 2.5 การแก้สมการพหุนามตัวแปรเดียว

- สมการพหุนามตัวแปรเดียว คือ สมการที่อยู่ในรูป  $a_n x^n + a_{n-1} x^{n-1} + a_{n-2} x^{n-2} + \dots + a_1 x + a_0 = 0$   
เมื่อ  $a_n, a_{n-1}, a_{n-2}, \dots, a_1, a_0$  เป็นจำนวนจริง ซึ่ง  $a_n \neq 0, n \in \mathbb{I}^+$
- วิธีการแก้สมการพหุนามตัวแปรเดียว อาจทำได้โดยวิธีแยกตัวประกอบแบบต่างๆ เช่น การแจกแจง, ผลต่างกำลังสอง, ผลต่างหรือผลบวกกำลังสาม, กำลังสองสมบูรณ์ และทฤษฎีบทเศษเหลือ เป็นต้น
- ทฤษฎีบทเศษเหลือ ให้  $P(x)$  แทนพหุนาม  $a_n x^n + a_{n-1} x^{n-1} + a_{n-2} x^{n-2} + \dots + a_1 x + a_0$   
เมื่อ  $a_n, a_{n-1}, a_{n-2}, \dots, a_1, a_0$  เป็นจำนวนจริง ซึ่ง  $a_n \neq 0, n \in \mathbb{I}^+$   
ถ้าหารพหุนาม  $P(x)$  ด้วยพหุนาม  $x - c$  เมื่อ  $c$  เป็นจำนวนจริงแล้วเศษของการหารจะเท่ากับ  $P(c)$
- ทฤษฎีบทตัวประกอบ ให้  $P(x)$  แทนพหุนาม  $a_n x^n + a_{n-1} x^{n-1} + a_{n-2} x^{n-2} + \dots + a_1 x + a_0$   
เมื่อ  $a_n, a_{n-1}, a_{n-2}, \dots, a_1, a_0$  เป็นจำนวนจริง ซึ่ง  $a_n \neq 0, n \in \mathbb{I}^+$   
พหุนาม  $P(x)$  จะมี  $x - c$  เป็นตัวประกอบก็ต่อเมื่อ  $P(c) = 0$

## 2.6 ช่วงของจำนวนจริงและการแก้อสมการตัวแปรเดียว

บทนิยาม ให้  $a, b$  เป็นจำนวนจริง และ  $a < b$  กำหนด

ช่วงเปิด  $(a, b)$  หมายถึง  $\{x \mid a < x < b\}$



ช่วงเปิด  $[a, b]$  หมายถึง  $\{x \mid a \leq x \leq b\}$



ช่วงครึ่งเปิด  $(a, b]$  หมายถึง  $\{x \mid a < x \leq b\}$



ช่วงครึ่งเปิด  $[a, b)$  หมายถึง  $\{x \mid a \leq x < b\}$



ช่วง  $(a, \infty)$  หมายถึง  $\{x \mid x > a\}$



ช่วง  $[a, \infty)$  หมายถึง  $\{x \mid x \geq a\}$



ช่วง  $(-\infty, a)$  หมายถึง  $\{x \mid x < a\}$



ช่วง  $(-\infty, a]$  หมายถึง  $\{x \mid x \leq a\}$



ช่วง  $(-\infty, \infty)$  หมายถึง  $\{x \mid x \in \mathbb{R}\}$



**การแก้อสมการตัวแปรเดียวที่มีกำลังสูงสุดของตัวแปรตั้งแต่ดีกรีสองขึ้นไป**

การแก้อสมการ คือการหาเซตคำตอบของอสมการ หรือเซตที่มีสมาชิกเป็นจำนวนจริง ซึ่งเมื่อนำสมาชิกเหล่านี้ไปแทนค่าตัวแปรในอสมการแล้วทำให้อสมการเป็นจริง

วิธีการแก้อสมการใช้สมบัติของการเท่ากันและการไม่เท่ากัน แต่ยังมีสมบัติปลีกย่อยอีกมากเช่น การคูณทั้งสองข้างของอสมการด้วยจำนวนจริงลบ จะต้องเปลี่ยนเครื่องหมายการไม่เท่ากัน หรือการยกกำลังสองข้างของอสมการต้องพิจารณาว่าจำนวนทั้งสองข้างของอสมการเป็นจำนวนบวกหรือจำนวนลบ เป็นต้น

ให้  $f(x) = (x - a)(x - b)$  โดยที่  $a < b$



$f(x) > 0$  เมื่อ  $x < a$  หรือ  $x > b$

$$f(x) < 0 \text{ เมื่อ } a < x < b$$

$$f(x) = 0 \text{ เมื่อ } x = 0 \text{ หรือ } x = b$$

$$\text{เซตคำตอบของสมการ } f(x) > 0 \text{ คือ } (-\infty, a) \cup (b, \infty)$$

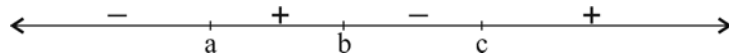
$$\text{เซตคำตอบของสมการ } f(x) < 0 \text{ คือ } (a, b)$$

นอกจากนี้เซตคำตอบของสมการ  $\frac{x-a}{x-b} > 0$  เท่ากับเซตคำตอบของสมการ  $(x-a)(x-b) > 0$

และเซตคำตอบของสมการ  $\frac{x-a}{x-b} < 0$  เท่ากับเซตคำตอบของสมการ  $(x-a)(x-b) < 0$  เมื่อ  $a < b$

ในกรณีที่  $a = b$  เซตคำตอบของสมการ  $(x-a)^2 > 0$   $\mathbb{R} - \{a\}$  ในขณะที่เซตคำตอบของสมการ  $(x-a)^2 < 0$  คือเซตว่าง

ในกรณีที่  $f(x) = (x-a)(x-b)(x-c)$ ,  $a < b < c$  เราพบว่า



$$\text{เซตคำตอบของสมการ } f(x) > 0 \text{ คือ } (a, b) \cup (c, \infty)$$

$$\text{เซตคำตอบของสมการ } f(x) < 0 \text{ คือ } (-\infty, a) \cup (b, c)$$

## 2.7 ค่าสัมบูรณ์

$|x|$  คือค่าสัมบูรณ์ของ  $x$  เมื่อ  $x$  เป็นจำนวนจริงใดๆ มีความหมายดังนี้

$$|x| = \begin{cases} x & \text{เมื่อ } x > 0 \\ 0 & \text{เมื่อ } x = 0 \\ -x & \text{เมื่อ } x < 0 \end{cases}$$

### สมบัติของค่าสัมบูรณ์

ให้  $x, y$  เป็นจำนวนจริงใดๆ

1.  $|x| \geq 0$  เสมอทุกค่าของจำนวนจริง  $x$
2.  $|x| = |-x|$
3.  $\sqrt{x^2} = |x|$
4.  $|x|^2 = |x^2| = x^2$
5.  $|xy| = |x| \cdot |y|$
6.  $\left| \frac{x}{y} \right| = \frac{|x|}{|y|}$  เมื่อ  $y \neq 0$
7.  $|x-y| = |y-x|$
8. ถ้า  $x^2 = y^2$  แล้ว  $|x| = |y|$

## 2.8 สัจพจน์ความบริบูรณ์

สมบัติของระบบจำนวนจริงอย่างหนึ่งที่สำคัญคือการมีค่าขอบเขตบนน้อยที่สุด ซึ่งเป็นสัจพจน์ที่เรียกว่า **สัจพจน์ความบริบูรณ์**

**บทนิยาม** ให้  $S \subset \mathbb{R}$  จำนวนจริง  $u$  จะเป็นค่าขอบเขตบนของ  $S$  ก็ต่อเมื่อ  $x \leq u$  สำหรับจำนวนจริง  $x$  ทุกตัวใน  $S$  เรียก  $S$  ว่าเป็นเซตที่มีขอบเขตบน

**บทนิยาม**  $S \subset \mathbb{R}$  และ  $S \neq \emptyset$  ถ้า  $S$  มีขอบเขตบนแล้ว  $S$  มีค่าขอบเขตบนน้อยที่สุดเรียกจำนวนจริง  $a$  ว่าเป็นค่าขอบเขตบนน้อยสุดของ  $S$  ก็ต่อเมื่อ

1.  $a$  เป็นค่าขอบเขตบนของ  $S$  และ
2. ถ้า  $b$  เป็นค่าขอบเขตบนของ  $S$  จะได้ว่า  $a \leq b$

### สมบัติของจำนวนเต็ม

**บทนิยาม** ถ้า  $m$  และ  $n$  เป็นจำนวนเต็มโดยที่  $n \neq 0$  แล้ว  $n$  หาร  $m$  ลงตัวก็ต่อเมื่อมีจำนวนเต็ม  $c$  เพียงจำนวนเดียวเท่านั้น ซึ่ง  $m = nc$   
เรียก  $n$  ว่าตัวหารตัวหนึ่งของ  $m$   
สัญลักษณ์  $n \mid m$  หมายถึง  $n$  หาร  $m$  ลงตัว  
 $n \nmid m$  หมายถึง  $n$  หาร  $m$  ไม่ลงตัว

### ทฤษฎีบทเกี่ยวกับการหารลงตัว

**ทฤษฎีบทที่ 1** ถ้า  $a \mid b$  และ  $b \mid c$  แล้ว  $a \mid c$

**ทฤษฎีบทที่ 2** ถ้า  $a \mid b$  และ  $b \neq 0$  แล้ว  $|a| \leq |b|$

**ทฤษฎีบทที่ 3** ถ้า  $a, b$  และ  $c$  เป็นจำนวนเต็ม ซึ่ง  $a \mid b$  และ  $a \mid c$  จะได้

$$a \mid (bx + cy) \text{ โดย } x \text{ และ } y \text{ เป็นจำนวนเต็มใดๆ}$$

### จำนวนเฉพาะ

**บทนิยาม** เรียกจำนวนเต็ม  $p$  ซึ่ง  $p \neq 0, p \neq 1$  และ  $p \neq -1$  ว่าจำนวนเฉพาะก็ต่อเมื่อถ้า  $x$  เป็นจำนวนเต็มและ  $x \mid p$  แล้ว  $x \in \{1, -1, p, -p\}$   
เรียกจำนวนเฉพาะที่เป็นจำนวนเต็มบวกว่า “จำนวนเฉพาะบวก”

### ทฤษฎีบทเกี่ยวกับหลักการมีตัวประกอบชุดเดียว

จำนวนเต็ม  $n$  ที่มากกว่า 1 สามารถแยกตัวประกอบเฉพาะดังต่อไปนี้ได้รูปแบบเดียว

$$n = p_1^{c_1} \cdot p_2^{c_2} \cdot p_3^{c_3} \cdots p_k^{c_k}$$

ซึ่ง  $p_1 < p_2 < p_3 \cdots < p_k$  ทุกตัวเป็นจำนวนเฉพาะ

### ขั้นตอนวิธีการหาร

ถ้า  $m, n \in I$  และ  $n \neq 0$  จะมีจำนวนเต็ม  $q$  และ  $r$  เพียงชุดเดียว ซึ่ง  $m = nq + r$  โดยที่  $0 \leq r < |n|$

เรียก  $q$  ว่าผลหารและเรียก  $r$  ว่าเศษ

### ตัวหารร่วมมากที่สุด

ให้  $a$  และ  $b$  เป็นจำนวนเต็มที่ไม่เป็นศูนย์พร้อมกัน จะได้ตัวหารร่วมมากที่มีค่ามากที่สุด (ห.ร.ม.) ของ  $a$  และ  $b$  คือจำนวนเต็มบวก  $d$  ก็ต่อเมื่อ

1.  $d | a$  และ  $d | b$
  2. ถ้า  $c \in I$  โดยที่  $c | a$  และ  $c | b$  แล้วจะได้  $c | d$
- สัญลักษณ์  $(a, b)$  แทนจำนวนเต็มบวกที่เป็น ห.ร.ม. ของ  $a$  และ  $b$

### ทฤษฎีบทเกี่ยวกับ ห.ร.ม.

ให้  $a$  และ  $b$  เป็นจำนวนเต็มที่  $a \neq 0$  หรือ  $b \neq 0$

1. ถ้า  $(a, b) = 1$  จะเรียก  $a$  และ  $b$  ว่าเป็นจำนวนเฉพาะสัมพัทธ์  
เช่น  $(5, 6) = 1$  เรียก 5 และ 6 ว่าเป็นจำนวนเฉพาะสัมพัทธ์
2. ถ้า  $d = (a, b)$  แล้วจะสามารถเขียน  $d$  ในรูปของผลรวมเชิงเส้นของ  $a$  และ  $b$  ได้  
นั่นคือมีจำนวนเต็ม  $x$  และ  $y$  ซึ่ง  $d = ax + by$   
เช่น  $(24, 40) = 8$  จะเขียนในรูปผลรวมเชิงเส้นได้เป็น  
 $8 = 24(2) + 40(-1)$

### ตัวคูณร่วมน้อยที่สุด

ให้  $a$  และ  $b$  เป็นจำนวนเต็มที่  $a \neq 0$  และ  $b \neq 0$  จะได้ตัวคูณร่วมน้อยที่สุด (ค.ร.น.) ของ  $a$  และ  $b$  คือจำนวนเต็มบวก  $c$  ก็ต่อเมื่อ

1.  $a | c$  และ  $b | c$
  2. ถ้า  $k \in I$  โดยที่  $a | k$  และ  $b | k$  จะได้  $c | k$
- สัญลักษณ์  $[a, b]$  แทนจำนวนเต็มบวกที่เป็น ค.ร.น. ของ  $a, b$

**ทฤษฎีบท** ถ้า  $d$  และ  $c$  เป็น ห.ร.ม. และ ค.ร.น. ของจำนวนเต็ม  $a, b$  ตามลำดับ  
จะได้  $cd = |ab|$



## ตัวอย่างข้อสอบ Entrance

### เรื่องระบบจำนวนจริง

1. ให้  $S = \{0, 1, 2, \dots, 7\}$  และ นิยาม  $a * b =$  เศษเหลือจากการหารผลคูณ  $ab$  ด้วย 6 ทุก  $a, b \in$  พิจารณาข้อความต่อไปนี้ (Ent. คณิต 1 ปี 2543)

ก.  $x * 1 = x$  ทุก  $x \in S$

ข.  $\{4 * x \mid x \in S\} = \{0, 2, 4\}$

ข้อใดต่อไปนี้**เป็นจริง**

1. ก. ถูก และ ข. ถูก    2. ก. ถูก และ ข. ผิด    3. ก. ผิด และ ข. ถูก    4. ก. ผิด และ ข. ผิด

2. ให้  $a, b, c$  และ  $d$  เป็นจำนวนจริงใดๆ แล้วข้อใดต่อไปนี้ถูก (Ent. คณิต ก. ปี 2532)

1.  $\frac{a-a^2}{1-a} = a$

2. ถ้า  $a < b$  แล้ว  $a^2 < b^2$

3. ถ้า  $a < b < 0$  และ  $c < d < 0$  แล้ว  $ac > bd$

4. ถ้ากำหนด  $a * b = a + b - 1$  แล้ว  $(2 * 3) * 1 = 5$

3. ถ้า  $a, b, c$  เป็นจำนวนจริงใดๆ แล้ว ข้อใดต่อไปนี้**เป็นจริง** (Ent. คณิต 2 มีนาคม 2543)

1. ถ้า  $a + c = b + c$  แล้ว  $a = b$

2. ถ้า  $ac = bc$  แล้ว  $a = b$

3. ถ้า  $a < b$  แล้ว  $ac < bc$

4. ถ้า  $a < b$  แล้ว  $ac > bc$

4. ข้อใดต่อไปนี้**เป็นจริง** (Ent. คณิต ก. ปี 2536)

1. สำหรับทุกจำนวนจริง  $a$  และ  $b$  ถ้า  $a < b$  แล้ว  $a^2 < b^2$

2. สำหรับทุกจำนวนจริง  $a$  ถ้า  $0 < a < 1$  แล้ว  $0 < a^2 < a$

3. สำหรับทุกจำนวนจริง  $a, b$  และ  $c$  ถ้า  $ab = ac$  แล้ว  $b = c$

4. สำหรับทุกจำนวนจริง  $a, \sqrt{a^2} = a$

5. ถ้า  $x - a$  หาร  $x^3 + 2x^2 - 5x - 2$  เหลือเศษ 4 แล้ว ผลบวกของค่า  $a$  ทั้งหมดที่สอดคล้องกับเงื่อนไขดังกล่าวเท่ากับข้อใดต่อไปนี้ (Ent. คณิต กข. ปี 2538)

1.  $-6$

2.  $-2$

3.  $2$

4.  $6$





18. ให้  $S$  เป็นเซตคำตอบของสมการ  $\frac{3x-2}{|x|-1} \geq 2$  พิจารณาข้อความต่อไปนี้

ก.  $S = (-1, 0] \cup (1, \infty)$

ข.  $\exists x[x \in S \wedge (x+2) \notin S]$

ข้อใดต่อไปนี้ถูก (Ent. คณิต 1 ตุลาคม 2545)

- |                      |                      |
|----------------------|----------------------|
| 1. ก. ถูก และ ข. ถูก | 2. ก. ถูก และ ข. ผิด |
| 3. ก. ผิด และ ข. ถูก | 4. ก. ผิด และ ข. ผิด |

19. เซตคำตอบของ  $\frac{|3x-2|}{|x+1|-1} > 5$  คือข้อใด (ข้อสอบสมาคมคณิตศาสตร์แห่งประเทศไทย

ปี 2522)

1.  $(-6, -2) \cup (0, \frac{1}{4})$

2.  $(-6, -2) \cup (-1, \frac{1}{4})$

3.  $(-6, -1) \cup (-1, \frac{1}{4})$

4.  $(-6, -1) \cup (0, \infty)$

5.  $(-\infty, -1) \cup (-1, \frac{1}{4})$

20. ให้  $a, b, c$  เป็นจำนวนเต็มบวก ถ้า 7 หาร  $a$  เหลือเศษ 1 7 หาร  $b$  เหลือเศษ 3 และ 7 หาร  $c$  เหลือเศษ 5 แล้ว 7 หาร  $a(b+c)$  เหลือเศษเป็นจำนวนเท่ากับข้อใดต่อไปนี้

(Ent. คณิต ก. ปี 2538)

- |      |      |      |      |
|------|------|------|------|
| 1. 1 | 2. 2 | 3. 4 | 4. 6 |
|------|------|------|------|

21. กำหนดให้  $a$  และ  $b$  เป็นจำนวนเต็มบวก ถ้า  $b$  หาร  $a$  ได้ผลลัพธ์ 1 เหลือเศษ 24 โดยที่  $24 < b < 24$  หาร  $b$  ได้ผลลัพธ์ 1 เศษ 12 แล้ว ห.ร.ม. ของ  $a$  และ  $b$  เท่ากับจำนวนในข้อใดต่อไปนี้ (Ent. คณิต ก. ปี 2541)

- |      |      |      |       |
|------|------|------|-------|
| 1. 1 | 2. 2 | 3. 6 | 4. 12 |
|------|------|------|-------|

22. กำหนดให้เอกภพสัมพัทธ์คือ  $\{x \mid x \text{ เป็นจำนวนเต็มที่ไม่ใช่ } 0 \text{ และ } -100 \leq x \leq 100\}$  ให้  $A = \{x \mid \text{ห.ร.ม. ของ } x \text{ กับ } 21 \text{ เป็น } 3\}$  จำนวนสมาชิกของ  $A$  เท่ากับข้อใดต่อไปนี้ (Ent. คณิต กข. ปี 2538)

- |       |       |       |       |
|-------|-------|-------|-------|
| 1. 29 | 2. 34 | 3. 68 | 4. 58 |
|-------|-------|-------|-------|

23. จำนวนเต็มตั้งแต่ 0 ถึง 100 ที่ไม่เป็นจำนวนเฉพาะสัมพัทธ์กับ 15 มีทั้งหมดกี่จำนวน  
(Ent. คณิต กข. ปี 2537)
24. ถ้า  $A = \{ p \mid p \text{ เป็นจำนวนเฉพาะบวก และ } p \mid (980 - p)^3 \}$  แล้วผลบวกของสมาชิกทั้งหมด  
ใน  $A$  มีค่าเท่าใด (Ent. คณิต 2 1/2542)
25. กำหนดให้  $x$  และ  $y$  เป็นจำนวนเต็มบวก โดยที่  $x < y$  ห.ร.ม. ของ  $x, y$  เท่ากับ 9 ค.ร.น. ของ  
 $x, y$  เท่ากับ 28,215 และจำนวนเฉพาะที่แตกต่างกันทั้งหมดที่หาร  $x$  ลงตัว มี 3 จำนวน ค่า  
ของ  $y - x$  เท่ากับข้อใดต่อไปนี (Ent. คณิต กข. ปี 2537)
1. 36                      2. 45                      3. 9                      4. 18
26. ให้  $a, b$  เป็นจำนวนเต็มบวก ซึ่ง  $a < b$  หาร  $a$  ลงตัวและ 3 หาร  $b$  ลงตัว ถ้า  $a, b$  เป็น  
จำนวนเฉพาะสัมพัทธ์และ ค.ร.น. ของ  $a, b$  เท่ากับ 165 แล้ว  $a$  หาร  $b$  เหลือเศษเท่ากับข้อใด  
ต่อไปนี (Ent. คณิต กข. ปี 2541)
1. 1                      2. 2                      3. 3                      4. 4
27. ถ้า  $n$  เป็นจำนวนเต็มบวกที่มากที่สุดซึ่งหาร 90 เหลือเศษ 6 และหาร 150 เหลือเศษ 3 แล้ว  $n$   
หาร 41 เหลือเศษเท่ากับข้อใดต่อไปนี (Ent. กข. ปี 2539)
1. 5                      2. 6                      3. 18                      4. 20
28. ให้  $a$  เป็นจำนวนเต็มบวก ซึ่ง  $3 \mid a$  และ  $5 \mid a$  ถ้า ห.ร.ม.ของ  $a$  และ 7 เท่ากับ 1 แล้ว ห.ร.ม.  
ของ  $a$  และ 105 เท่ากับข้อใดต่อไปนี (Ent. คณิต 2 2/2544)
1. 5                      2. 15                      3. 35                      4. 105
29. กำหนดให้  $a, b$  เป็นจำนวนเต็ม ซึ่ง  $a$  เป็นห.ร.ม. ของ  $b$  และ 216 ให้  $q_1, q_2$  เป็นจำนวน  
เต็มบวกโดยที่  $216 = bq_1 + 106$   
 $b = 106q_2 + 4$   
ถ้า  $f(x) = x^3 + ax + bx - 36$  เมื่อหาร  $f(x)$  ด้วย  $x - a$  ได้เศษเท่ากับข้อใดต่อไปนี  
(Ent. คณิต 1 ตุลาคม 2545)
1. 192                      2. 200                      3. 236                      4. 272

30. ให้  $A = \left\{ x \in \mathbb{R} \mid \frac{1}{\sqrt{x^2 + 4x + 4}} \geq 1 \right\}$

$B = \{ n \mid n \text{ เป็นจำนวนเต็มลบซึ่ง } n \leq -2 \}$

ขอขอบเขตบนค่าน้อยสุดของ  $A \cap B$  เท่ากับข้อใดต่อไปนี้ (Ent. กข. ปี 2539)

1. -4                      2. -3                      3. -2                      4. -1

**เฉลยคำตอบ**

- 1) 3 2) 3 3) 1 4) 2 5) 2 6) 4 7) 3 8) 8 9) 3 10) 4  
 11) 2 12) 4 13) 2 14) 1 15) 2 16) 1 17) 3 18) 2 19) 1 20) 1  
 21) 4 22) 4 23) 4 24) 14 25) 4 26) 3 27) 4 28) 2 29) 2 30) 2