

เอกสารประกอบการรายการโทรทัศน์ฯ ทบทวนความรู้. ปลาย

รายการ : คณิตศาสตร์

เรื่อง : ลำดับและอนุกรม ตอนที่ 1 และ 2

โดย อาจารย์จินดา อยู่เป็นสุข

1. ลำดับเลขคณิต คือ ลำดับที่ผลต่างซึ่งได้จากพจน์ที่  $n+1$  ลบด้วยพจน์ที่  $n$  มีค่าคงตัว เป็นค่าเดียวกัน สำหรับทุก ๆ  $n = 1, 2, 3, \dots$  ค่าคงตัวนี้ เรียกว่า ผลต่างร่วม

สัญลักษณ์ที่ใช้แทนพจน์ที่  $n+1$  คือ  $a_{n+1}$

สัญลักษณ์ที่ใช้แทนพจน์ที่  $n$  คือ  $a_n$

สัญลักษณ์ที่ใช้แทนผลต่างร่วม คือ  $d$

$$d = a_{n+1} - a_n$$

สัญลักษณ์ที่ใช้แทนพจน์แรกหรือพจน์ที่ 1 คือ  $a_1$

สูตรการหาพจน์ที่  $n$

$$a_n = a_1 + (n-1)d$$

2. ลำดับเรขาคณิต คือ ลำดับที่อัตราส่วนของพจน์ที่  $n+1$  ต่อพจน์ที่  $n$  มีค่าคงตัว เป็นค่าเดียวกันสำหรับทุก ๆ  $n=1,2,3,\dots$  ค่าคงตัวนี้เรียกว่าอัตราส่วนร่วม สัญลักษณ์ที่ใช้แทนอัตราส่วนร่วม คือ  $r$

$$r = \frac{a_{n+1}}{a_n}$$

สูตรการหาพจน์ที่  $n$

$$a_n = a_1 r^{n-1}$$

3. ลิมิตของลำดับ สามารถหาได้ 3 วิธี ดังนี้

3.1 เขียนกราฟของลำดับ

3.2 ใช้ทฤษฎีบทของลิมิต

3.3 สังเกตจากกำลังสูงสุดของตัวแปรที่เป็นเศษและกำลังสูงสุดของตัวแปรที่เป็นส่วน

ลำดับอนันต์ที่มีลิมิต เรียกว่า ลำดับคอนเวอร์เจนต์

ลำดับอนันต์ที่ไม่มีลิมิต เรียกว่า ลำดับไดเวอร์เจนต์

ENT มี.ค.43

-10-

- (31) ถ้าลำดับเลขคณิต  $a_1, a_2, a_3, \dots$  มีพจน์ที่ 10 และพจน์ที่ 15 เป็น -19 และ -34 ตามลำดับแล้ว

$$\sum_{i=1}^{20} (a_i + 2i) \text{ เท่ากับข้อใดต่อไปนี้}$$

1. -30  
2. -15  
3. 10  
4. 20

ENT ต.ค. 43

- (32) ให้  $5, x, 20, \dots$  เป็นลำดับเลขคณิตที่มีผลบวกของ 12 พจน์แรกเป็น  $a$

และ  $5, y, 20, \dots$  เป็นลำดับเรขาคณิตที่มีพจน์ที่ 6 เป็น  $b$

โดยที่  $y < 0$  แล้ว  $a + b$  มีค่าเท่าใด

1. 205  
2. 395  
3. 435  
4. 845

- (33) ถ้า  $\sum_{i=1}^{10} x_i = -8$ ,  $\sum_{i=1}^{10} y_i = 4$

$$\text{และ } \sum_{i=1}^{10} (5 - x_i)(y_i + 2) = 76$$

แล้ว  $\sum_{i=1}^{10} x_i y_i$  มีค่าเท่ากับข้อใดต่อไปนี้

1. -60  
2. -30  
3. 30  
4. 60

ENT มี.ค. 44

- (34) กำหนดให้  $n$  เป็นจำนวนเต็มบวกที่ทำให้ผลบวก  $n$  พจน์แรกของอนุกรมเลขคณิต  $7 + 15 + 23 + \dots$  มีค่าเท่ากับ 217

$$\frac{2^n + 2^{n+1} + \dots + 2^{2n}}{2^8} \text{ มีค่าเท่ากับข้อใดต่อไปนี้}$$

1. 127  
2. 128  
3. 127.5  
4. 128.5

ENT ต.ค. 44

- (35) ถ้า  $c$  เป็นจำนวนจริง ซึ่ง  $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{3cn^3 - n^2 + cn}{(2n+1)^3} = \sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-2)^{n-1}}{3^{n-2}}$  แล้ว  $c$  มีค่าเท่าใด

**เฉลยข้อสอบENTRANCE เรื่อง ลำดับและอนุกรม**

(1) 3	(2) 2	(3) 3	(4) 3	(5) 2	(6) 33
(7) 2	(8) 0	(9) 2	(10) 25	(11) 1	(12) 2
(13) 2	(14) 3	(15) 1	(16) 3	(17) 3	(18) 2
(19) 3	(20) 1	(21) 3	(22) 4	(23) 3	(24) 3
(25) 4	(26) 1	(27) 3	(28) 4	(29) 3	(30) 1
(31) 3	(32) 2	(33) 4	(34) 3	(35) 4.8	

4. สัญลักษณ์แทนการบวก เขียนแทนด้วย  $\sum$

ผลบวก  $n$  พจน์แรกที่พบบ่อย ๆ คือ

$$4.1 \quad \sum_{i=1}^n i = \frac{n(n+1)}{2}$$

$$4.2 \quad \sum_{i=1}^n i^2 = \frac{n(n+1)(2n+1)}{6}$$

$$4.3 \quad \sum_{i=1}^n i^3 = \left( \frac{n(n+1)}{2} \right)^2$$

5. อนุกรมเลขคณิต คือ อนุกรมที่ได้จากลำดับเลขคณิต

สูตรการหาผลบวก  $n$  พจน์แรกของอนุกรมเลขคณิต

$$s_n = \frac{n}{2} \{2a_1 + (n+1)d\}$$

หรือ 
$$s_n = \frac{n}{2} (a_1 + a_n)$$

6. อนุกรมเรขาคณิต คือ อนุกรมที่ได้จากลำดับเรขาคณิต

สูตรการหาผลบวก  $n$  พจน์แรกของอนุกรมเรขาคณิต

$$s_n = \frac{a_1(1-r^n)}{1-r} \quad \text{เมื่อ } r \neq 1$$

หรือ 
$$s_n = \frac{a_1(r^n-1)}{r-1} \quad \text{เมื่อ } r \neq 1$$

7. ผลบวกของอนุกรมจำกัดที่ไม่ใช่อนุกรมเลขคณิตหรืออนุกรมเรขาคณิต

$$s_n = \sum_{i=1}^n a_n$$

## 8. ผลบวกของอนุกรมอนันต์ เขียนแทนด้วย $s_\infty$

8.1 ถ้าอนุกรมอนันต์เป็นอนุกรมเลขคณิต จะได้

1)  $s_\infty = 0$  เมื่อ  $a_1 = 0$  และ  $d = 0$

2) ไม่มีผลบวก เมื่อ  $a_1 \neq 0$  หรือ  $d \neq 0$

8.2 ถ้าอนุกรมอนันต์เป็นอนุกรมเรขาคณิต จะได้

1) ไม่มีผลบวก เมื่อ  $r \geq 1$  หรือ  $r \leq -1$

2)  $s_\infty = \frac{a_1}{1-r}$  เมื่อ  $-1 < r < 1$

8.3 ถ้าอนุกรมอนันต์เป็นอนุกรมผสมเลขคณิตกับเรขาคณิต

มีขั้นตอนในการหา  $s_\infty$  ดังนี้

ขั้นตอนที่ 1 ให้อนุกรมอนันต์ที่ต้องการหาเท่ากับ  $s_\infty$  ตั้งเป็นสมการที่ 1

ขั้นตอนที่ 2 นำสมการที่ 1 คูณด้วยอัตราส่วนร่วม ( $r$ ) ของอนุกรมเรขาคณิต ผลลัพธ์ที่ได้ตั้งเป็นสมการที่ 2

ขั้นตอนที่ 3 นำสมการที่ 1 ลบด้วยสมการที่ 2 จะได้ผลลัพธ์เป็นอนุกรมอนันต์ที่เป็นอนุกรมเรขาคณิตเพียงอย่างเดียว หาผลบวกอนุกรมอนันต์ที่ได้นี้

$$\text{โดยใช้สูตร } s_\infty = \frac{a_1}{1-r}$$

8.4 ถ้าอนุกรมอนันต์เป็นอนุกรมที่อยู่ในรูป

$$\frac{1}{k(k+s)} + \frac{1}{(k+s)(k+2s)} + \frac{1}{(k+2s)(k+3s)} + \dots + \frac{1}{[k+(n-1)s][k+ns]} + \dots$$

$$\text{จะได้ } s_\infty = \frac{1}{s} \left( \frac{1}{k} - \frac{1}{k+s} \right) + \frac{1}{s} \left( \frac{1}{k+s} - \frac{1}{k+2s} \right) + \dots$$

$$+ \frac{1}{s} \left( \frac{1}{k+(n-1)s} - \frac{1}{k+ns} \right) + \dots$$

$$= \left( \frac{1}{s} \right) \left( \frac{1}{k} \right)$$

$$= \frac{1}{sk}$$

$$\text{เช่น } \frac{1}{2 \cdot 5} + \frac{1}{5 \cdot 8} + \frac{1}{8 \cdot 11} + \dots + \frac{1}{(3n-1)(3n+2)} + \dots$$

แสดงว่า  $k = 2, s = 3$

$$\text{จะได้ } s_\infty = \frac{1}{(3)(2)} = \frac{1}{6}$$

อนุกรมอนันต์ที่มีผลบวก เรียกว่า อนุกรมคอนเวอร์เจนต์

อนุกรมอนันต์ที่ไม่มีผลบวก เรียกว่า อนุกรมไดเวอร์เจนต์

-4-

## ข้อสอบ ENTRANCE เรื่อง ลำดับและอนุกรม

ENT 30

(1) ลำดับในข้อใดเป็นลำดับไดเวอร์เจน

$$1. a_n = \sin^2 \frac{1}{n} + \cos^2 \frac{1}{n} \quad 2. 1, -\frac{1}{3}, \frac{1}{5}, -\frac{1}{7}, \dots$$

$$3. a_n = (-1)^{n+1} \left( \frac{n-1}{n} \right) \quad 4. a_n = \left( -\frac{1}{2} \right)^n$$

(2) กำหนดอนุกรม  $a_1 + a_2 + a_3 + \dots + a_n + \dots$  โดย  $a_n \in \mathbb{R}$ ,  $n = 1, 2, 3, \dots$ ให้  $S_n =$  ผลบวก  $n$  พจน์แรกของอนุกรม ข้อใดต่อไปนี้ถูก1. ถ้า  $a_{2n-1} = 2$  และ  $a_{2n} = -2R$ ,  $n = 1, 2, 3, \dots$  แล้วอนุกรมนี้เป็นอนุกรมคอนเวอร์เจนที่มีผลบวกเท่ากับ 02. ถ้า  $a_n = \frac{1}{(n+3)(n+4)}$  แล้วอนุกรมนี้เป็นอนุกรมคอนเวอร์เจน

$$\text{และมีผลบวก} = \frac{1}{4}$$

3. ถ้า  $\frac{a_{n-1}}{a_n} = r$  ( $r$  เป็นค่าคงตัว),  $n = 2, 3, 4$  และ  $|r| > 1$ 

แล้วอนุกรมนี้เป็นอนุกรมไดเวอร์เจน

4. ถ้าอนุกรมที่กำหนดให้มีสมบัติว่า  $s_{n+1} > S_n$  สำหรับทุก  $n$  จะได้ว่าอนุกรมนี้เป็นอนุกรมไดเวอร์เจน

(3) อนุกรมเรขาคณิตอนุกรมหนึ่ง มีพจน์ที่สองเท่ากับ 4 และมีผลบวกของอนุกรม

เท่ากับ 16 ผลบวก 3 พจน์แรกของอนุกรมนี้ เท่ากับค่าในข้อใด

ก. ผลต่างร่วมของอนุกรมเลขคณิต  $1 + 17 + 33 + 49 + 65 + \dots$ 

$$\text{ข. } \sum_{k=1}^5 (k-1) \quad 3. \sum_{k=1}^4 (k^2 - 4)$$

4. ไม่มีข้อใดถูก

-5-

ENT 31

(4) พิจารณาข้อความต่อไปนี้

ก. ลำดับซึ่งมีพจน์ที่  $n = \frac{\sqrt{n+1}}{\sqrt{n+1} + \sqrt{n+1}}$  เป็นลำดับใดเวอร์เจน

ข. ลำดับซึ่งมีพจน์ที่  $n = \frac{1-r^n}{1-r}$  เมื่อ  $r > 1$  เป็นลำดับใดเวอร์เจน

ค.  $\left(-\frac{1}{10}\right) + \left(-\frac{1}{10}\right)^2 + \left(-\frac{1}{10}\right)^3 + \dots + \left(-\frac{1}{10}\right)^n + \dots$  เป็นอนุกรมคอนเวอร์เจน

ข้อใดต่อไปนี้ถูก

1. ถูกเฉพาะข้อ ก และ ข
2. ถูกเฉพาะข้อ ก และ ค
3. ถูกเฉพาะข้อ ข และ ค
4. ถูกเฉพาะข้อ ก , ข และ ค

(5) ถ้า  $s = \{200, 201, 202, \dots, 400\}$  แล้ว ผลบวกทั้งหมดของจำนวนในเซต  $s$  ที่หารด้วย 8 ลงตัว แต่หารด้วย 12 ไม่ลงตัวเท่ากับข้อใดต่อไปนี้

1. 2,700
2. 5,400
3. 7,122
4. 10,800

(6)  $\sum_{n=1}^7 (n^2 - 4n + 1)$  มากกว่า  $\sum_{n=1}^{\infty} \left[ \frac{(-1)^n + \cos n\pi}{3(-1)^{n+2}} \right]^n$  อยู่เท่าใด

ENT 32

(7) กำหนดให้  $f_1(x) = \sqrt{x}$  และ  $f_n(x) = (f_1 \circ f_{n-1})(x)$ ,  $n \geq 2$

ถ้า  $a_n = f_1(2) f_2(2) f_3(2) \dots f_n(2)$  และ  $b_n = \ln a_n$  แล้วลำดับ  $b_n$  มีลิมิตเท่ากับข้อใดต่อไปนี้

1.  $(\ln 2)^2$
2.  $\ln 2$
3.  $\frac{1}{2} \ln 2$
4. หาค่าไม่ได้เพราะลำดับนี้เป็นลำดับใดเวอร์เจนต์

(8) ถ้า  $a$  เป็นผลรวมของอนุกรม  $\log_{\frac{1}{2}} 2 + \log_{\frac{1}{4}} 2 + \log_{\frac{1}{8}} 2 + \log_{\frac{1}{16}} 2 + \dots$

และ  $b$  เป็นผลรวมของอนุกรม  $2^{-\log_2 2} + 2^{-\log_2 4} + 2^{-\log_2 8} + 2^{-\log_2 16} + \dots$

แล้ว  $a + b$  มีค่าเท่ากับเท่าใด

-6-

ENT 33

(9) ให้  $R$  เป็นเซตของจำนวนจริงและ  $f: R \rightarrow R$  นิยามโดย

$$f(x) = \begin{cases} 2^{-x} & \text{ถ้า } x \geq 0 \\ x & \text{ถ้า } x < 0 \end{cases} \quad \text{อนุกรมในข้อใดต่อไปนี้อาจหาผลบวกได้}$$

1.  $\sum_{n=1}^{\infty} (f \circ f)(-n)$
2.  $\sum_{n=1}^{\infty} (f+f)(n)$
3.  $\sum_{n=1}^{\infty} (f \cdot f)(-n)$
4.  $\sum_{n=1}^{\infty} \left(\frac{1}{f}\right)(n)$

(10) จงหาค่าของ  $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{5^{n+1} + 3^{n-1}}{2^{n+1} + 5^{n-1}}$

(11) ให้  $b$  และ  $c$  เป็นจำนวนจริงคงที่ 2 จำนวนนิยาม ลำดับ  $a_n$  โดยให้  $a_1 = 1$  และสำหรับจำนวนเต็มบวก  $n$  ใด ๆ

$$a_{n+1} = a_n + cb^n \quad \text{ถ้าลำดับ } a_n \text{ มีลิมิตเท่ากับ 2 และ } a_3 = \frac{3}{2}$$

แล้ว  $|c-2b|$  มีค่าเท่าใด

ENT 34

(12) ผลบวก 10 พจน์แรกของอนุกรมเลขคณิตอนุกรมหนึ่ง เท่ากับ 430 ถ้าพจน์ที่ 10 ของอนุกรมนี้คือ 79 แล้ว ผลบวก 3 พจน์แรกมีค่าเท่ากับข้อใดต่อไปนี้

1. 44
2. 45
3. 46
4. 47

ENT 35

(13) เราทราบว่า  $\frac{1}{n(n+1)} = \frac{1}{n} - \frac{1}{n+1}$  ดังนั้นอนุกรม  $\sum_{n=1}^{\infty} \left[ \frac{5}{2^n} - \frac{3}{n(n+1)} \right]$  มี

ผลบวกเท่ากับในข้อใด ต่อไปนี้

1. 0
2. 2
3. 4
4. 5

(14) กำหนดให้  $A$  คือ เมตริกซ์  $\begin{bmatrix} 1 & 1 \\ -1 & 1 \end{bmatrix}$  ถ้า  $a_n = \det \left( \frac{1}{2} A \right)^n$  เมื่อ  $n$  เป็นจำนวนเต็มบวกแล้วอนุกรม  $\sum_{n=1}^{\infty} a_n$  เป็นจริงตามข้อใดต่อไปนี้

1. เป็นอนุกรมไคเวอร์เจนต์
2. มีผลบวกเป็น 0
3. มีผลบวกเป็น 1
4. มีผลบวกเป็น 2



-7-

(15) พิจารณาข้อความ

$$\text{ก. } 3 + 3 \cdot 4 + 3 \cdot 4^2 + \dots + 3 \cdot 4^{19} = 4^{20} - 1$$

$$\text{ข. } 1 \cdot 2 + 2 \cdot 3 + 3 \cdot 4 + \dots + 19 \cdot 20 = 2660$$

ข้อใดต่อไปนี้เป็นข้อที่ถูกต้อง

- |                    |                    |
|--------------------|--------------------|
| 1. ก และ ข ถูก     | 2. ก และ ข ผิด     |
| 3. ก ถูก แต่ ข ผิด | 4. ก ผิด แต่ ข ถูก |

ENT 36

(16) ถ้า  $n$  เป็นจำนวนเต็มบวกซึ่งทำให้  $1 + \log_{\sqrt{2}} 2 + \log_{\sqrt[3]{2}} 2 + \dots + \log_{\sqrt[n]{2}} 2 = n^2 - 21$ แล้ว  $1 + 2 + 2^2 + \dots + 2^n$  มีค่าเท่ากับข้อใดต่อไปนี้เป็นข้อที่ถูกต้อง

- |        |        |
|--------|--------|
| 1. 63  | 2. 127 |
| 3. 255 | 4. 511 |

(17) จำนวนเต็มบวก  $m$  ที่มากที่สุด ที่ทำให้อนุกรม  $\frac{1}{2^m} - \frac{1}{2^{m+1}} + \frac{1}{2^{m+2}} - \frac{1}{2^{m+3}} + \dots$ 

มีผลบวกมากกว่า 0.01 เป็นสมาชิกของเซตในข้อใดต่อไปนี้เป็นข้อที่ถูกต้อง

- |              |                 |
|--------------|-----------------|
| 1. {1, 2, 3} | 2. {4, 5, 6}    |
| 3. {7, 8, 0} | 4. {10, 11, 12} |

ENT 37

(18) ค่าขอบเขตบนน้อยสุดของเซต  $\left\{ -\frac{(1+2+\dots+n)}{n^2} < 1 \mid n \text{ เป็นจำนวนเต็มบวก} \right.$ ใน  $\mathbb{R}$  } เท่ากับข้อใดต่อไปนี้เป็นข้อที่ถูกต้อง

- |                   |                   |
|-------------------|-------------------|
| 1. -1             | 2. $-\frac{1}{2}$ |
| 3. $-\frac{1}{4}$ | 4. 0              |

(19) ค่าของ  $x$  ทั้งหมดที่สอดคล้องกับสมการ

$$\log_3 x - \log_{3^2} x + \log_{3^4} x - \log_{3^8} x + \dots < 1$$

คือข้อใดต่อไปนี้เป็นข้อที่ถูกต้อง

- |                        |                    |
|------------------------|--------------------|
| 1. $0 < x < \sqrt{3}$  | 2. $x > \sqrt{3}$  |
| 3. $0 < x < 3\sqrt{3}$ | 4. $x > 3\sqrt{3}$ |

-8-

ENT 38

(20) ให้  $a_n$  เป็นพจน์ที่  $n$  ของลำดับเรขาคณิต โดยมี  $r$  เป็นอัตราส่วนร่วม

$$\text{ถ้า } \frac{a_1}{a_1+a_2} + \frac{a_2}{a_2+a_3} + \dots + \frac{a_n}{a_n+a_{n-1}} = 2n \text{ แล้ว } r \text{ คือข้อใดต่อไปนี้}$$

- |                   |                  |
|-------------------|------------------|
| 1. $-\frac{1}{2}$ | 2. $\frac{1}{2}$ |
| 3. $-2$           | 4. $2$           |

(21) สำหรับจำนวนเต็มบวกใด ๆ ให้  $M_n = \begin{bmatrix} \frac{1}{n} & n \\ -\frac{1}{n} & n+1 \end{bmatrix}$  และ  $a_n = \det(M_n)$

แล้ว  $\lim_{n \rightarrow \infty} a_n$  เป็นจริงตามข้อใดต่อไปนี้

- |                |                |
|----------------|----------------|
| 1. มีค่าเป็น 0 | 2. มีค่าเป็น 1 |
| 3. มีค่าเป็น 2 | 4. หาค่าไม่ได้ |

ENT 39

(22) ให้  $m$  เป็นจำนวนเต็มบวกที่น้อยที่สุด ที่ทำให้พจน์ที่  $m$  ของลำดับเลขคณิต 2, 5, 8, ... มีค่ามากกว่า 1,000 จำนวนในข้อใดต่อไปนี้ เป็นตัวหารของ  $m$

- |        |        |
|--------|--------|
| 1. 67  | 2. 111 |
| 3. 166 | 4. 167 |

(23) สำหรับแต่ละจำนวนเต็ม  $n \geq 4$  กำหนดให้  $a_n = \frac{n^4 + 1}{1^3 + 2^3 + 3^3 + \dots + n^3}$

ลำดับ  $a_n$  เป็นจริงตามข้อใดต่อไปนี้

- |                  |                          |
|------------------|--------------------------|
| 1. มีลิมิตเป็น 1 | 2. มีลิมิตเป็น 2         |
| 3. มีลิมิตเป็น 4 | 4. เป็นลำดับไดเวอร์เจนต์ |

ENT 40

(24) จำนวนเต็มตั้งแต่ 1 ถึง 500 และหารด้วย 3 หรือ 5 ลงตัว มีจำนวนเท่ากับข้อใด

- |        |        |
|--------|--------|
| 1. 167 | 2. 200 |
| 3. 233 | 4. 266 |

(25) ให้  $a+3$ ,  $a$ ,  $a-2$  เป็น 3 พจน์ที่เรียงกันของลำดับเรขาคณิตที่มีอัตราส่วนร่วม

เป็น  $r$  แล้ว  $\sum_{n=1}^{\infty} ar^{n-1}$  มีค่าเท่ากับข้อใดต่อไปนี้

- |       |       |
|-------|-------|
| 1. 8  | 2. 9  |
| 3. 16 | 4. 18 |

-9-

- (26) พจน์แรกที่เป็นจำนวนเต็มลบของลำดับเลขคณิต 200, 182, 164, 146, ...  
มีค่าต่างจากพจน์ที่ 10 เท่ากับข้อใดต่อไปนี้
- |       |       |
|-------|-------|
| 1. 54 | 2. 38 |
| 3. 22 | 4. 20 |

ENT เม.ย. 41

- (27) ถ้า  $a_1, a_2, \dots$  เป็นลำดับคอนเวอร์เจนต์และมีลิมิตเป็น 1

แล้วอนุกรม  $a_1 + \sum_{n=1}^{\infty} (a_{n+1} - a_n)$  เป็นจริงตามข้อใดต่อไปนี้

- |                      |                           |
|----------------------|---------------------------|
| 1. มีผลบวกเป็น $a_1$ | 2. มีผลบวกเป็น 0          |
| 3. มีผลบวกเป็น 1     | 4. เป็นอนุกรมไดเวอร์เจนต์ |

- (28) ถ้า  $a_n = \frac{n^2 + n + 1}{3n^2 + 1}$  และ  $b_n = \frac{2^n - 5^n}{5^n + 9}$  แล้ว ลิมิตของลำดับที่มีพจน์ที่  $n$  เป็น  $a_n - b_n + a_n b_n$  มีค่าเท่ากับข้อใดต่อไปนี้

- |       |                   |      |      |
|-------|-------------------|------|------|
| 1. -1 | 2. $-\frac{1}{3}$ | 3. 0 | 4. 1 |
|-------|-------------------|------|------|

ENT มี.ค. 42

- (29) ถ้า  $f(x) = x - 1$  แล้ว  $\sum_{n=10}^{30} (f \circ f)(n^2)$  มีค่าเท่ากับข้อใด

- |          |          |
|----------|----------|
| 1. 9,028 | 2. 9,030 |
| 3. 9,128 | 4. 9,170 |

ENT ต.ค. 42

- (30) ให้  $a$  เป็นจำนวนจริง กำหนดพจน์ที่  $n$  ของอนุกรมคือ  $\frac{1 + (n-2)\sqrt{a}}{1-a}$

ถ้าพจน์ที่  $m$  คือ  $\frac{1 + 38\sqrt{a}}{1-a}$  แล้ว ผลบวก  $m$  พจน์แรกของอนุกรมนี้มีค่าเท่ากับข้อใด

- |                                   |                                   |
|-----------------------------------|-----------------------------------|
| 1. $\frac{40 + 740\sqrt{a}}{1-a}$ | 2. $\frac{40 + 790\sqrt{a}}{1-a}$ |
| 3. $\frac{20 + 720\sqrt{a}}{1-a}$ | 4. $\frac{20 + 760\sqrt{a}}{1-a}$ |