เซต

อ. กนกวลี อุษณกรกุล

วิเคราะห์ข้อสอบ ENTRANCE

	ตุลาคม 2544	มีนาคม 2545	ตุลาคม 2545	มีนาคม2546	ตุลาคม 2546
จำนวนข้อสอบ	1	3	1	1	1

1.1 เซตและการเขียนเซต

เซตเป็นอนิยาม ใช้เซตเพื่อทำให้เกิดมโนภาพของการอยู่รวมกันเป็นกลุ่มของสิ่งต่างๆ ที่เราสามารถกำหนดสมาชิกได้ชัดเจน (Well – defined Set)

นิยมใช้อักษรตัวพิมพ์ใหญ่ เช่น A , B , C , … แทนชื่อเซต โดยเรียกสิ่งที่อยู่ในเซตว่าสมาชิกของเซต

ใช้สัญลักษณ์ $\in$ แทน "เป็นสมาชิกของ"

$\notin$ แทน "ไม่เป็นสมาชิกของ"

เช่น ให้ A เป็นเซตของจำนวนเต็มบวก

จะได้ว่า $2 \in A$ แต่ $-2 \notin A$

การเขียนเซต มีหลายวิธีคือ

1. เขียนแบบแจกแจงสมาชิก โดยเขียนสมาชิกทั้งหมดของเซตลงในวงเล็บปีกกาคั่นระหว่างสมาชิกแต่ละตัวด้วยเครื่องหมายจุลภาค (ในกรณีที่เซตมีจำนวนสมาชิกมากมาย จะใช้จุด ... แทนสมาชิกที่ละไว้)

เช่น A เป็นเซตของจำนวนเต็มบวก

$A = \{ 1 , 2 , 3 , . . . \}$

2. เขียนแบบบอกเงื่อนไขของสมาชิกในเซต วิธีนี้จะเขียนตัวแปรแทนสมาชิกของเซต และเขียนสิ่งที่กำหนดเงื่อนไขเกี่ยวกับตัวแปร โดยคั่นระหว่างตัวแปรและเงื่อนไขด้วยเครื่องหมาย "|" หรือ " : "

เช่น A เป็นเซตของจำนวนนับที่มากกว่า 5

$A = \{ x \mid x \in N$ และ $x > 5 \}$

3. การเขียนเซตด้วยวิธีอื่นๆ เช่น แบบบรรยาย , แบบใช้แผนภาพเวนน์ , แบบช่วง

เช่น A = แดง ขาว น้ำเงิน หมายถึงเซตของสีธงชาติไทย

$B = [1 , 5)$ หมายถึงเซตของจำนวนจริงตั้งแต่ 1 แต่น้อยกว่า 5

1.2 ชนิดของเซต

1. **เซตจำกัด** หมายถึงเซตที่มีจำนวนสมาชิกเท่ากับจำนวนเต็มบวกหรือศูนย์ หรือเซตที่มีจำนวนสมาชิกจำกัดคือสามารถบอกได้แน่นอนว่ามีสมาชิกกี่ตัว

   เช่น A = { x | x เป็นสระในภาษาอังกฤษ}

   A = { a , e , i , o , u }

   A เป็นเซตจำกัดเพราะบอกได้แน่นอนว่ามีสมาชิก 5 ตัว

2. **เซตอนันต์** หมายถึงเซตที่ไม่ใช่เซตจำกัด หรือเซตที่มีสมาชิกไม่จำกัด

   เช่น B = { 1 , 2 , 3 , . . . }

3. **เซตว่าง** หมายถึงเซตที่ไม่มีสมาชิกอยู่เลย ใช้สัญลักษณ์ $\varnothing$ หรือ { } แทนเซตว่าง

   เช่น C = { x | x เป็นจำนวนจริงบวกที่น้อยกว่า –2 }

4. **เอกภาพสัมพัทธ์** หมายถึง เซตที่กำหนดขอบข่ายของสมาชิกของเซตที่เราต้องการศึกษา แทนด้วยสัญลักษณ์ U

   เช่น U = { x | x เป็นจำนวนคี่บวก ดังนั้น U = { 1 , 3 , 5 , 7 , . . . } แสดงว่าสมาชิกที่ต้องการศึกษาได้แก่ 1 , 3 , 5 , 7 , . . .

ข้อตกลง ถ้ากล่าวถึงเซตของจำนวนโดยไม่กำหนดเอกภพสัมพัทธ์ ให้ถือว่าเอกภพสัมพัทธ์ คือเซตของจำนวนจริง

1.3 ความสัมพันธ์ระหว่างเซต

1. **เซตที่เท่ากัน** คือเซตตั้งแต่สองเซตขึ้นไปที่มีสมาชิกเท่ากันทุกตัว

   เช่น A = { 1 , 2 , 3 }

   B = { 1 , 1 , 3 , 2 }

   ดังนั้น A = B

2. **เซตที่เทียบเท่ากัน** คือเซตที่มีจำนวนสมาชิกเท่ากัน

   เช่น A = { 1 , 2 , 3 }

   B = { a , b , c }

   ดังนั้น A เทียบเท่ากับ B

3. **สับเซต**

   นิยาม เซต A เป็นสับเซตของเซต B ก็ต่อเมื่อสมาชิกทุกตัวของเซต A เป็นสมาชิกของเซต B

   ใช้สัญลักษณ์ $\subset$ แทนคำว่า “เป็นสับเซตของ”

   $\not\subset$ แทนคำว่า “ไม่เป็นสับเซตของ”

   เช่น A = { a , b , c }

   B = { a , b , c , d}

จะได้ว่า $A \subset B$ แต่ $B \not\subset A$

สมบัติของสับเซต

กำหนดให้ A , B , C เป็นเซตใดๆ

1. ถ้า A เป็นเซตจำกัดและมีสมาชิก n ตัวแล้ว A มีสับเซตทั้งหมด 2^n สับเซต

2. ถ้า $A \subset B$ และ $A \neq B$ แล้วจะเรียก A ว่าเป็นสับเซตแท้ของ B

3. $A \subset A$

4. $\varnothing \subset A$

5. ถ้า $A \subset B$ และ $B \subset C$ แล้ว $A \subset C$

6. $A \subset B$ และ $B \subset A$ ก็ต่อเมื่อ $A = B$

4. เพาเวอร์เซต

นิยาม เพาเวอร์เซตของ A คือเซตของสับเซตทั้หมดของ A ใช้สัญลักษณ์ P(A) แทนเพาเวอร์เซตของ A

นั่นคือ $P(A) = \{ x \mid x \subset A \}$

สมบัติของเพาเวอร์เซต

1. $P(A) \neq \varnothing$ สำหรับทุกๆ เซต A

2. $\varnothing \in P(A)$

3. $\varnothing \subset P(A)$

4. $A \in P(A)$ เสมอ

5. ถ้า A มีสมาชิก n ตัวแล้ว P(A) มีจำนนสมาชิกทั้งหมด 2^n ตัว

6. $A \subset B$ ก็ต่อเมื่อ $P(A) \subset P(B)$

7. $P(A) \cap P(B) = P(A \cap B)$

8. $P(A) \cup P(B) \subset P(A \cup B)$

1.4 แผนภาพเวนน์ – ออยเลอร์ และการปฏิบัติการทางเซต

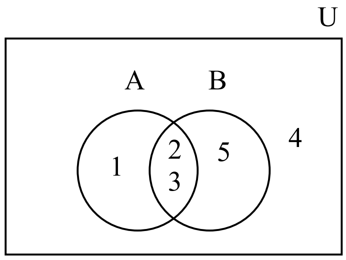
แผนภาพเวนน์ – ออยเลอร์ เป็นแผนภาพที่เขียนแทนเซตโดยใช้รูปปิดใดๆ โดยทั่วไปจะใช้รูปสี่เหลี่ยมผืนผ้าแทนเอกภพสัมพัทธ์ และเขียนเซตอื่นๆ ลงในรูปสี่เหลี่ยมผืนผ้า

เช่น กำหนด $U = \{ 1 , 2 , 3 , 4 , 5 \}$

$A = \{ 1 , 2 , 3 \}$

B = { 2 , 3 , 5 }

จะเขียนแทนได้ด้วยแผนภาพเวนน์ ดังนี้



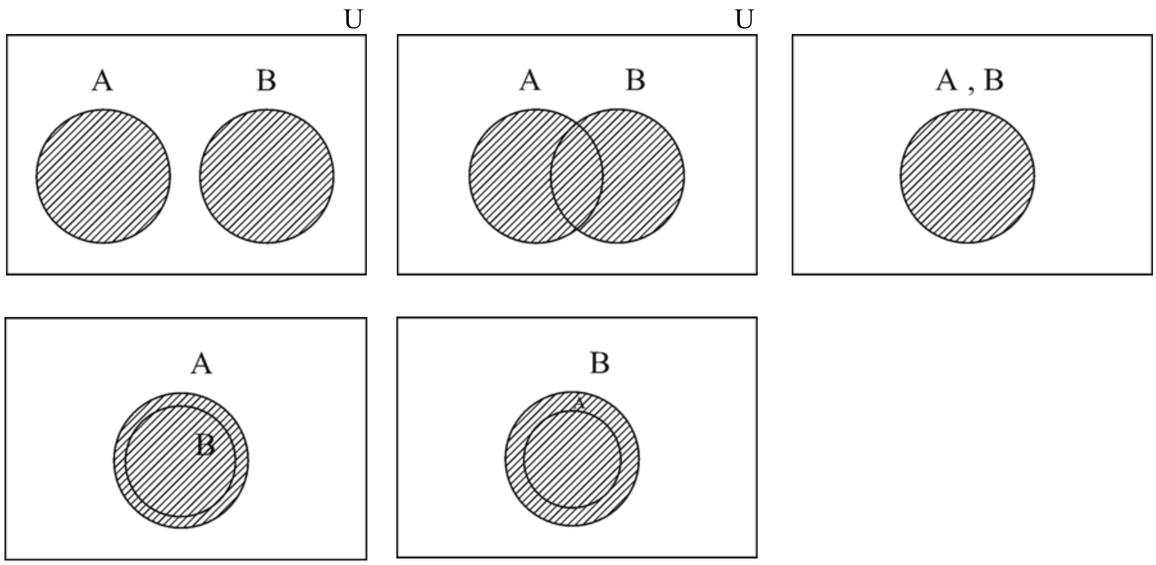
การปฏิบัติการทางเซต เป็นการสร้างเซตใหม่ โดยนำเซตที่กำหนดให้มากระทำต่อกันมี 4 แบบคือ

1. ยูเนียน (Union)

นิยาม ยูเนียนของเซต A และเซต B คือเซตที่ประกอบด้วยสมาชิกซึ่งเป็นสมาชิกของเซต A หรือของเซต B หรือของทั้งสองเซต ยูเนียนของเซต A และเซต B เขียนแทนด้วย $A \cup B$ นั่นคือ

$A \cup B = \{ x \mid x \in A$ หรือ $x \in B \}$

บริเวณที่แรเงาในภาพเวนน์ – ออยเลอร์ต่อไปนี้แสดง $A \cup B$ ในรูปแบบต่างๆ

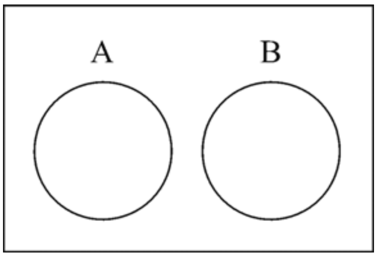


2. อินเตอร์เซคชัน (Intersection)

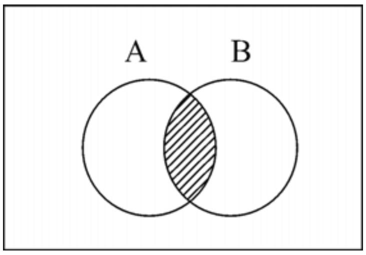
นิยาม อินเตอร์เซคชันของเซต A และเซต B คือเซตที่ประกอบด้วยสมาชิกซึ่งเป็นสมาชิกของทั้งเซต A และเซต B อินเตอร์เซคชันของเซต A และเซต B เขียนแทนด้วย $A \cap B$ นั่นคือ

$A \cap B = \{ x \mid x \in A$ และ $x \in B \}$

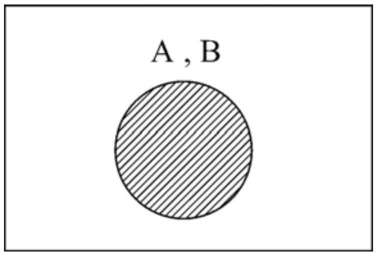
บริเวณที่แรเงาในภาพเวนน์ – ออยเลอร์ต่อไปนี้แสดง $A \cap B$ ในรูปแบบต่างๆ



$A \cap B = \varnothing$

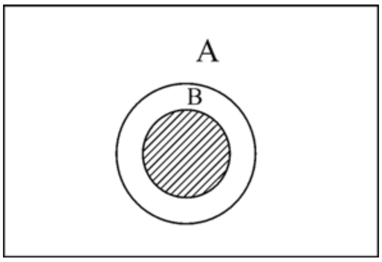


$A \cap B \subset A$

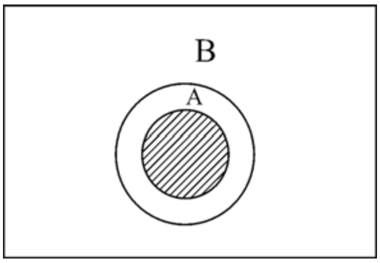


$A \cap B = A$

U



U



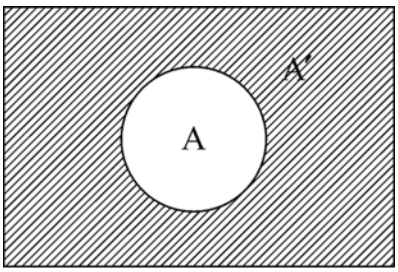
3. คอมพลีเมนต์ (Complement)

นิยาม ให้ A เป็นสับเซตของเอกภพสัมพัทธ์ U คอมพลีเมนต์ของ A คือเซตที่ประกอบด้วยสมาชิกซึ่งเป็นสมาชิกของ U แต่ไม่เป็นสมาชิกของ A คอมพลีเมนต์ของ A เขียนแทนด้วย A'

นั่นคือ $A' = \{ x \in U \mid x \notin A \}$

บริเวณที่แรเงาในแผนภาพเวนน์ – ออยเลอร์ต่อไปนี้ แสดง A'

U



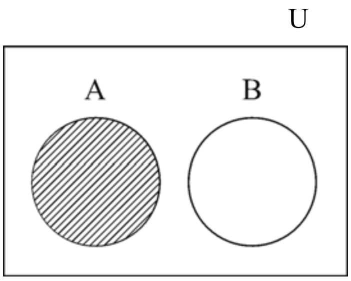
4. ผลต่าง (Difference)

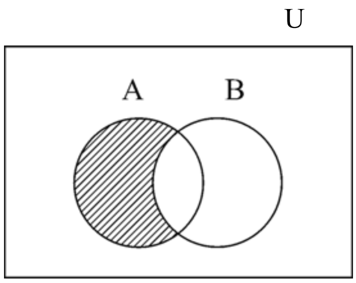
นิยาม ผลต่างระหว่างเซต A และเซต B คือเซตที่ประกอบด้วยสมาชิกของเซต A ซึ่งไม่เป็นสมาชิกของเซต B

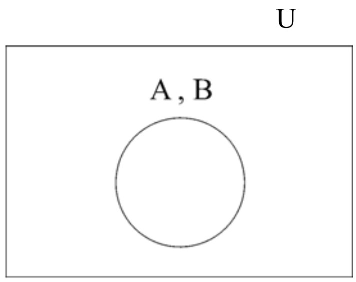
ผลต่างระหว่างเซต A และเซต B เขียนแทนด้วย $A - B$

นั่นคือ $A - B = \{ x \mid x \in A$ และ $x \notin B \}$

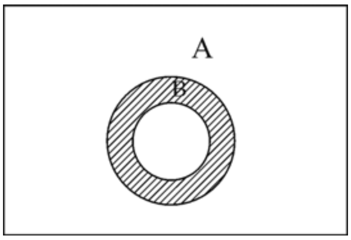
บริเวณที่แรเงาในแผนภาพเวนน์ – ออยเลอร์ต่อไปนี้แสดงเซต $A - B$ ในรูปแบบต่างๆ

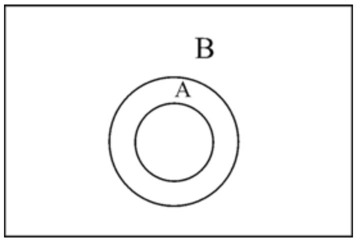






$A - B = \varnothing$





$A - B = \varnothing$

สมบัติบางประการเกี่ยวกับการปฏิบัติการทางเซต

1. กฎการสลับที่

$A \cup B = B \cup A$

$A \cap B = B \cap A$

2. กฎการเปลี่ยนกลุ่ม

$(A \cup B) \cup C = A \cup (B \cup C)$

$(A \cap B) \cap C = A \cap (B \cap C)$

3. กฎการแจกแจง

$A \cup (B \cap C) = (A \cup B) \cap (A \cup C)$

$A \cap (B \cup C) = (A \cap B) \cup (A \cap C)$

4. กฎเอกลักษณ์

$A \cup \varnothing = A$ $\qquad$ $A \cap \varnothing = \varnothing$

$A \cup U = U$ $\qquad$ $A \cap U = A$

5. กฎการซ้ำ

$A \cup A = A$ $\qquad$ $A \cap A = A$

6. กฎของคอมพลีเมนต์

$A \cup A' = U$ $\qquad$ $A \cap A' = \varnothing$

$\varnothing' = U$ $\qquad$ $U' = \varnothing$

$(A')' = A$ $\qquad$ $A - B = A \cap B'$

7. กฎของเดอร์มอร์กอง

$(A \cup B)' = A' \cap B'$

$(A \cap B)' = A' \cup B'$

1.5 จำนวนสมาชิกของเซตจำกัด

การหาจำนวนสมาชิกของเซตจำกัด ทำได้ 2 วิธีคือ

1. โดยใช้แผนภาพของเวนน์ – ออยเลอร์

2. โดยใช้สูตร ดังนี้

กำหนดให้ U เป็นเอกภพสัมพัทธ์ A , B และ C เป็นเซตจำกัด ซึ่งต่างก็เป็นสับเซตของเอกภพสัมพัทธ์ U

2.1 ถ้า $A \cap B = \varnothing$ แล้ว $n(A \cup B) = n(A) + n(B)$

2.2 ถ้า $A \cap B \neq \varnothing$ แล้ว $n(A \cup B) = n(A) + n(B) - n(A \cap B)$

2.3 ถ้า A , B และ C เป็นเซตจำกัดใดๆ แล้ว

$n(A \cup B \cup C) = n(A) + n(B) + n(C) - n(A \cap B) - n(A \cap C) - n(B \cap C)$
$+ n(A \cap B \cap C)$

<u>ตัวอย่างข้อสอบ Entrance</u>

<u>เรื่องเซต</u>

1. กำหนดให้ $A = \{1, 3, 5\}$

   $B = \{ x \mid x^2 - 4x + 3 = 0 \}$

   $C = \{ x \mid x$ คือจำนวนแต้มของลูกเต๋าหนึ่งลูกที่หารด้วย 2 ไม่ลงตัว $\}$

   $D = \{ x \mid x$ คือจำนวนหัวที่ได้เมื่อโยนเหรียญ 3 เหรียญ $\}$

   ข้อใดต่อไปนี้ถูก (Ent. คณิต ก ปี 2541)

   1. $A = B$ 2. $B = C$ 3. $C = D$ 4. $A = C$

2. ให้ $A = \{ 0, \pm 1, \pm 2, \ldots, \pm 20 \}$ และ $B = \{ x \in A \mid \sqrt{|x|}$ เป็นจำนวนเต็ม $\}$

   จำนวนสมาชิกของเซต $\{ C \subset B \mid 0 \in C$ และ $1 \notin C \}$ เท่ากับเท่าใด

   (Ent. คณิต1 มีนาคม 2543)

3. กำหนดให้ $A = \{ x \mid x$ เป็นจำนวนนับที่หารด้วย 3 ลงตัว $\}$

   $B = \{ x \mid x$ เป็นจำนวนเต็มที่หารด้วย 4 ลงตัว $\}$

   และ $C = \{ x \mid x$ เป็นจำนวนเต็ม และ $-100 \le x \le 100 \}$

   สมาชิกของ $A \cap B \cap C$ มีจำนวนเท่ากับเท่าใด (Ent. คณิต2 มีนาคม 2544)

4. กำหนดให้ $A = \{a , \{a\} , \{b\} , \{b , c\}\}$ ข้อใดต่อไปนี้ถูก (Ent. คณิต กข มีนาคม 2540)

   1. $(A - \{b , c\}) \cup \{b\} = \{a , b , \{a\} , \{b\} , \{b , c\}\}$

   2. $(A - \{b , c\}) \cup \{b\} = \{a , \{a\} , \{b\}\}$

   3. $(A - \{ a , \{b\}\}) - \{a\} = \{\{b , c\}\}$

   4. $(A - \{ a , \{b\}\}) - \{a\} = \{b , c\}$

5. ให้ A , B , C เป็นเซตที่มีสมาชิกเซตละ 2 ตัว และ $a \in A, b \in B, c \in C$ โดยที่

   $A \cup B \cup C = \{a , b , c , d\}$

   ถ้า $(A \cap B) \cap (A \cap C) = \varnothing$ แล้ว พิจารณาข้อความต่อไปนี้

   ก. $d \in A$

   ข. $B = C$

   ข้อใดต่อไปนี้เป็นจริง (Ent. คณิต2 มีนาคม 2544 และ Ent. คณิต1 ตุลาคม 2544)

   1. ก. ถูก และ ข. ถูก 2. ก. ถูก และ ข. ผิด

   3. ก. ผิด และ ข. ถูก 4. ก. ผิด และ ข. ผิด

6. ถ้า $A = \{x \mid x = 1 - \frac{2}{n}$ และ เป็นจำนวนนับ$\}$

$B = \{0, 1, \frac{1}{2}, \frac{1}{3}, \frac{1}{4}, ...\}$

และ $C = \{-1, 0, \frac{1}{2}, \{\frac{1}{3}, \frac{2}{4}, \frac{3}{5}, ...\}\}$

แล้ว $(A \cap C) - B$ เป็น**จริง**ตามข้อใดต่อไปนี้ (Ent. คณิต กข ปี 2541)

1. เป็นเซตอนันต์ 2. เป็นเซตจำกัดที่มีสมาชิกมากกว่า หนึ่งตัว

3. เป็นเซตที่มีสมาชิกตัวเดียว 4. เป็นเซตว่าง

7. ให้ A , B , C และ D เป็นเซตใดๆ $(A \cap C) - (B \cup D)$เท่ากับเซตในข้อใดต่อไปนี้ (Ent. คณิตกข ปี 2539)

1. $(A - B) \cap (D - C)$ 2. $(A - B) \cap (C - D)$

3. $(A - B) \cup (D - C)$ 4. $(A - B) \cup (C - D)$

8. กำหนดเอกภพสัมพัทธ์ $U = \{1, 2, 3, 4, ..., 10\}$

ถ้า $A = \{1, 2, 5, 6, 9, 10\}$ และ $B = \{2, 4, 6, 8, 10\}$

แล้วสมาชิกของ**<u>เพาเวอร์เซต</u>**ของ $[(A \cap B') \cup B]'$ มีจำนวนเท่ากับข้อใดต่อไปนี้

(Ent. คณิต2 ตุลาคม 2543)

1. 2 2. 4

3. 8 4. 16

9. กำหนดให้ $A = \{1, 2, 3\}$, $B = \{1, 2, 4\}$ และ P(X) แทนเพาเวอร์เซตของเซต X พิจารณาข้อความต่อไปนี้

ก. $\{1, 2\} \in P(A \cap B)$

ข. $P(A - B) = P(A) - P(B)$

ข้อใดต่อไปนี้**ถูก** (Ent. คณิต2 มีนาคม 2544)

1. ก ถูก และ ข ถูก 2. ก ถูก และ ข ผิด

3. ก ผิด และ ข ถูก 4. ก ผิด และ ข ผิด

10. กำหนดให้ A , B , C เป็นเซต $n(A \cup B) = 92$ $n(A \cup C) = 79$ $n(B \cup C) = 75$

$n(A \cap B \cap C) = 32$ $n((A \cap B) - C) = 18$ $n((A \cap C) - B) = 6$ $n((B \cap C) - A) = 2$

ดังนั้น $n(A \cup B \cup C)$ เท่ากับข้อใดต่อไปนี้ (Ent. คณิต กข ปี 2540)

1. 93 2. 94 3. 95 4. 96

11. กำหนดให้ A , B , C เป็นเซต โดยที่ $A \cap B \subset B \cap C$ ถ้า $n(A) = 25$, $n(C) = 23$, $n(B \cap C) = 7$, $n(A \cap C) = 10$ และ $n(A \cup B \cup C) = 49$ แล้ว n(B) เท่ากับข้อใดต่อไปนี้ (Ent. คณิต1 ตุลาคม 2543)

1. 11 2. 14 3. 15 4. 18

12. กำหนดให้ A , B , C เป็นเซต ถ้า $n(B) = 42$, $n(C) = 28$, $n(A \cap C) = 8$, $n(A \cap B \cap C) = 3$, $n(A \cap B \cap C') = 2$, $n(A \cap B' \cap C') = 20$ และ $n(A \cup B \cup C) = 80$ แล้ว $n(A' \cap B \cap C)$ เท่ากับข้อใดต่อไปนี้ (Ent. คณิต1 มีนาคม 2544)

1. 5 2. 7 3. 10 4. 13

13. กำหนดให้ A , B เป็นเซต ซึ่ง $n(A) = a$, $n(B) = b$
ถ้า $n[(A - B) \cup (B - A)] = 7$ และ $n(A \times B) = 40$ แล้ว $n(\{C \mid C \subseteq A \cup B$ และ $n(C) \le 2\})$ เท่ากับเท่าใด (Ent. คณิต1 ตุลาคม 2546)

14. ในการสำรวจนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 6 ของโรงเรียนแห่งหนึ่งจำนวน69 คน ซึ่งต้องลงทะเบียนเรียนอย่างน้อย 1 วิชา พบว่านักเรียนลงทะเบียนเรียนวิชาคณิตศาสตร์ 30 คน วิชาภาษาอังกฤษ 27 คน วิชาภาษาไทย 41 คน วิชาคณิตศาสตร์และวิชาภาษาอังกฤษ 19 คน วิชาภาษาอังกฤษและวิชาภาษาไทย 7 คน วิชาคณิตศาสตร์และวิชาภาษาไทย 8 คน
จำนวนนักเรียนที่ลงทะเบียนเรียนทั้ง 3 วิชา คือข้อใดต่อไปนี้ (Ent. คณิต2 มีนาคม 2543)

1. 4 คน 2. 5 คน
3. 6 คน 4. 7 คน

15. ในการสอบถามความเห็นของผู้ชมรายการข่าวของสถานีโทรทัศน์ 2 ช่อง คือ ช่อง A และช่อง B โดยให้ตอบว่า ชอบ หรือ ไม่ชอบ อย่างใดอย่างหนึ่ง
ถ้ามีผู้ตอบว่า ชอบช่อง A 60 เปอร์เซ็นต์ ชอบช่อง B 55 เปอร์เซ็นต์ และชอบทั้งสองช่อง 40 เปอร์เซ็นต์ แล้วผู้ชมที่ไม่ชอบรายการข่าวของทั้งสองช่องคิดเป็นเปอร์เซนต์เท่ากับข้อใดต่อไปนี้ (Ent. คณิต2 มีนาคม 2544)

1. 15 2. 20
3. 25 4. 30

เฉลย

1) 4	2) 128	3) 8	4) 1	5) 1
6) 3	7) 2	8) 2	9) 2	10) 2
11) 4	12) 2	13) 56	14) 2	15) 3