TUTORIAL SCHOOL BY

THE BRAIN

PAT 1

STATISTICS

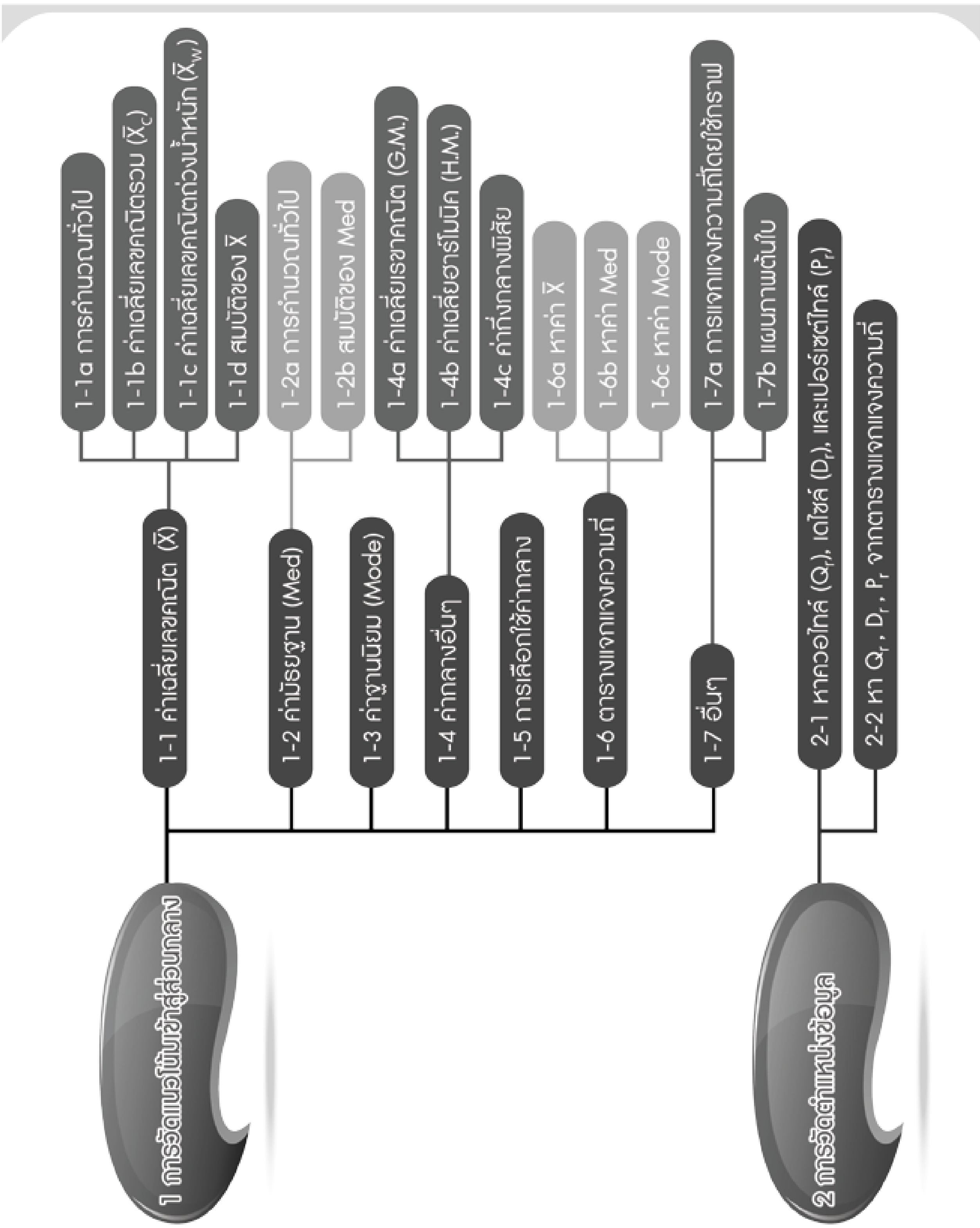
BY P'AEY

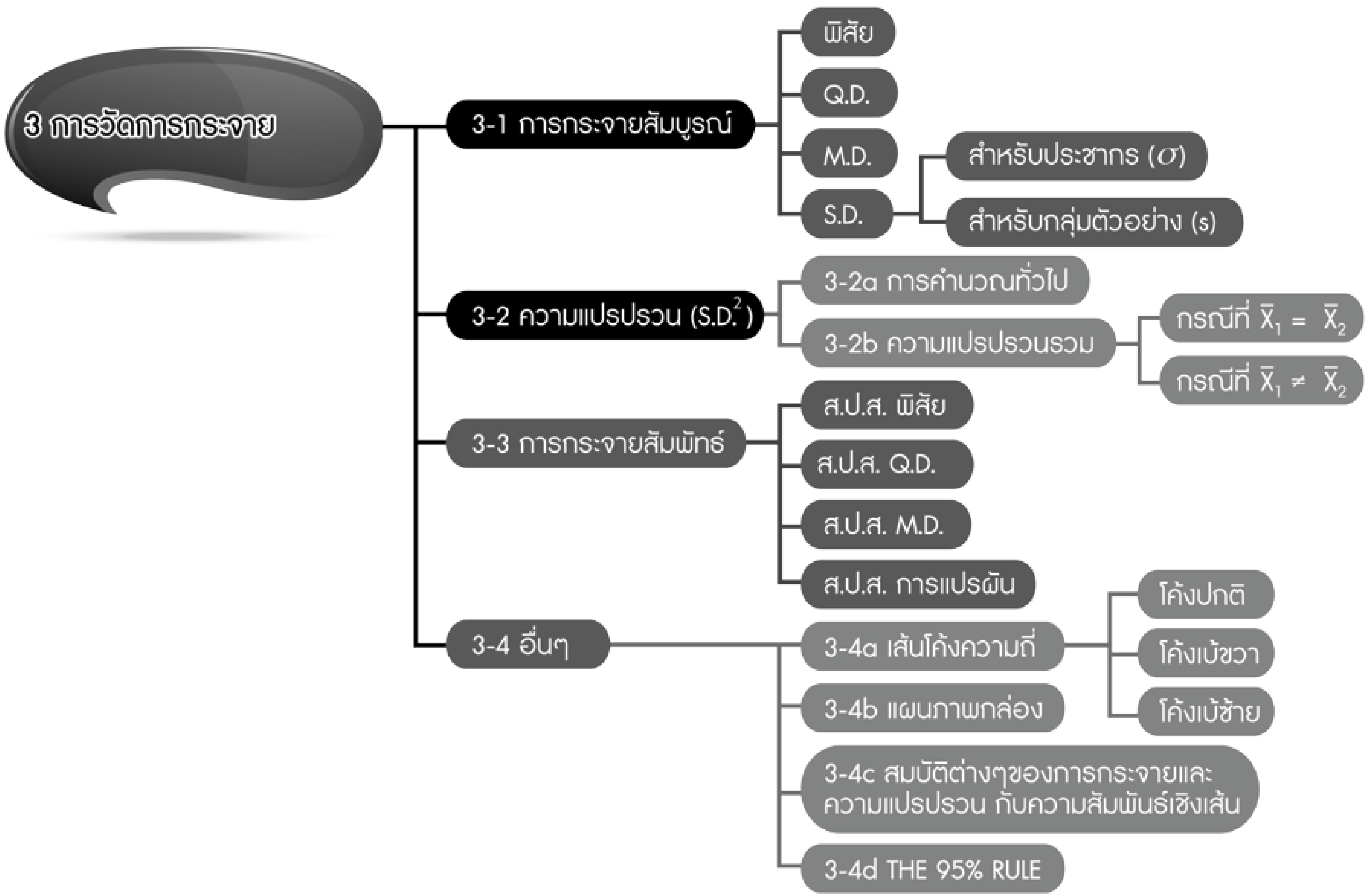
www.facebook.com/WeByTheBrain

www.WeByTheBrain.com

OVERVIEW

สถิติ




3 การวัดการกระจาย
3-1 การกระจายสัมบูรณ์
พิสัย
Q.D.
M.D.
S.D.
สำหรับประชากร (σ)
สำหรับกลุ่มตัวอย่าง (s)
3-2 ความแปรปรวน ($S.D.^2$)
3-2a การคำนวณทั่วไป
3-2b ความแปรปรวนรวม
กรณีที่ $\bar{X}_1 = \bar{X}_2$
กรณีที่ $\bar{X}_1 \neq \bar{X}_2$
3-3 การกระจายสัมพัทธ์
ส.ป.ส. พิสัย
ส.ป.ส. Q.D.
ส.ป.ส. M.D.
ส.ป.ส. การแปรผัน
3-4 อื่นๆ
3-4a เส้นโค้งความถี่
โค้งปกติ
โค้งเบ้ขวา
โค้งเบ้ซ้าย
3-4b แผนภาพกล่อง
3-4c สมบัติต่างๆของการกระจายและ
ความแปรปรวน กับความสัมพันธ์เชิงเส้น
3-4d THE 95% RULE

1-1c ค่าเฉลี่ยเลขคณิตถ่วงน้ำหนัก ($\overline{X}_w$)

$$\overline{X}_W = \frac{W_1X_1 + W_2X_2 + W_3X_3 + \dots + W_NX_N}{W_1 + W_2 + W_3 + \dots + W_N}$$

โดย W_1 , W_2 , W_3 , ... , W_N คือ น้ำหนักของข้อมูล ตั้งแต่ตัวที่ 1 จนถึงตัวที่ N ซึ่งในสูตรนี้ สามารถทอนเป็นอย่างต่ำได้

EX

	การบ้าน	สอบย่อย		ปลายภาค
		ครั้งที่ 1	ครั้งที่ 2	
เกณฑ์การคิดคะแนน	20 %	20 %	30 %	30 %
คะแนนที่ได้(จากคะแนนเต็ม 100)	92	84	63	X_4

ตารางข้างบนนี้ เป็นเกณฑ์การคิดคะแนนที่ผู้สอนกำหนดไว้ และผลการเรียนของนักเรียนคนหนึ่ง ถ้านักเรียนคนนี้ได้คะแนนเฉลี่ยตลอดภาคเป็น 79 เปอร์เซ็นต์ แล้วคะแนนการสอบปลายภาคของเขาเท่ากับเท่าใด

จากโจทย์คะแนนเฉลี่ย 79% แสดงว่า $\overline{X}_W$ = 79 คะแนน (คะแนนเต็ม 100 คะแนน)

$$\overline{X}_W = \frac{W_1X_1 + W_2X_2 + W_3X_3 + W_4X_4}{W_1 + W_2 + W_3 + W_4}$$

$$79 = \frac{2\cdot92 + 2\cdot84 + 3\cdot63 + 3\cdot X_4}{2 + 2 + 3 + 3}$$

$$\therefore\ X_4 = 83$$

จะเห็นว่า W คือ เกณฑ์การคิดคะแนนซึ่งจะบอกความสำคัญของข้อมูลและถูกทอนเป็นอย่างต่ำ ดังนั้น $W_1 = 2$, $W_2 = 2$, $W_3 = 3$ และ $W_4 = 3$

4 ค่ามาตรฐาน (Z)
- 4-1 การคำนวณทั่วไป
- 4-2 สมบัติของ Z
- 4-3 Z กับพื้นที่ใต้โค้งปกติ

5 การวิเคราะห์ความสัมพันธ์เชิงฟังก์ชันระหว่างข้อมูล
- 5-1 แบบเส้นตรง
- 5-2 แบบพาราโบลา
- 5-3 แบบเอกซ์โปเนนเชียล

<u>สถิติ</u> ...

เป็นบทที่สูตรเยอะ <u>แต่ออกง่าย</u> <u>ไม่ค่อยพลิกแพลง</u> <u>ไม่ค่อยปนกับบทอื่น</u>
และไม่ว่าจะเป็น การสอบสนามไหน มันก็มักจะออกเยอะเสมอ
ถึงจะน่าเบื่อหน่อย แต่มันซื่อสัตย์กับน้องเสมอ
ได้คะแนนแน่ๆ ถ้าน้องมีเวลาให้มัน

Follow me
พี่เอ๋ เดอะเบรน

1 การวัดแนวโน้มเข้าสู่ส่วนกลาง

1-1 ค่าเฉลี่ยเลขคณิต ($\overline{X}$)

กรณีไม่แจกแจงความถี่

1-1a การคำนวณทั่วไป

$$\overline{X} = \frac{X_1 + X_2 + X_3 + \dots + X_N}{N} = \frac{\sum_{i=1}^{N} X_i}{N}$$

กรณีข้อมูลระดับประชากร ค่าเฉลี่ยเลขคณิต นิยมเขียนแทนด้วย μ (มิว)

1-1b ค่าเฉลี่ยเลขคณิตรวม ($\overline{X}_c$)

$$\overline{X}_c = \frac{N_1\overline{X}_1 + N_2\overline{X}_2 + N_3\overline{X}_3 + \dots + N_k\overline{X}_k}{N_1 + N_2 + N_3 + \dots + N_k}$$

โดย $N_1 , N_2 , N_3 , \dots , N_k$ คือ จำนวนข้อมูลตั้งแต่กลุ่มที่ 1 จนถึงกลุ่มที่ k ซึ่งในสูตรนี้ สามารถทอนเป็นอย่างต่ำได้

EX ถ้าค่าเฉลี่ยเลขคณิตของอายุนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4, 5 และ 6 ของโรงเรียนแห่งหนึ่ง เป็น 16, 17, และ 18 ปี ตามลำดับ และจำนวนนักเรียนในแต่ละชั้นดังกล่าวเป็น 60, 50 และ 30 คน ตามลำดับ ค่าเฉลี่ยเลขคณิตรวมของอายุนักเรียนทั้งหมดคือเท่าใด

$$\overline{X}_c = \frac{N_1\overline{X}_1 + N_2\overline{X}_2 + N_3\overline{X}_3}{N_1 + N_2 + N_3} = \frac{6\cdot16 + 5\cdot17 + 3\cdot18}{6 + 5 + 3} \approx 16.8$$

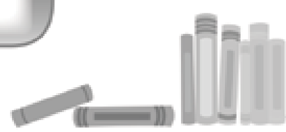
จะเห็นว่า $N_1 = 6$, $N_2 = 5$ และ $N_3 = 3$ เพราะถูกทอนเป็นอย่างต่ำ

1-1d สมบัติของ $\overline{X}$

- $\sum_{i=1}^{N}(X_i - \overline{X}) = 0$
- $\sum_{i=1}^{N}(X_i - \overline{X})^2$ มีค่าน้อยที่สุด
- นำค่าคงที่ไป บวก , ลบ , คูณ , หาร ข้อมูลดิบทุกตัว ค่าเฉลี่ยเลขคณิตจะถูก บวก , ลบ , คูณ , หาร ด้วยค่าคงที่ตัวนั้นด้วย เช่น บวกข้อมูลทุกตัวด้วย C

$$\overline{X}_{\text{ใหม่}} = \overline{X}_{\text{เดิม}} + C$$

- เมื่อข้อมูล 2 ชุด ได้แก่ ชุด x กับชุด y มีความสัมพันธ์กันเป็นฟังก์ชันเชิงเส้น เช่น $y_i = ax_i + b$ จะได้ว่า $\overline{y} = a\overline{x} + b$



1-2 ค่ามัธยฐาน (Med)

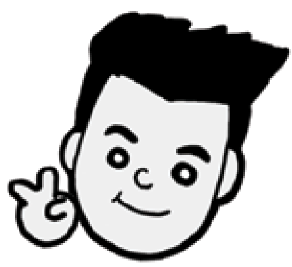
กรณีไม่แจกแจงความถี่

1-2a การคำนวณทั่วไป

เมื่อเรียงข้อมูลจากน้อยไปมากแล้ว

ขั้นที่1 หาตำแหน่ง โดยตำแหน่งของ Med $= \frac{N+1}{2}$

ขั้นที่2 Med = ค่าของข้อมูลในตำแหน่ง $\frac{N+1}{2}$ นั้น



1-2b สมบัติของ Med

$\sum_{i=1}^{N}|X_i - \text{Med}|$ มีค่าน้อยที่สุด

1-3 ค่าฐานนิยม (Mode)

กรณีไม่แจกแจงความถี่

Mode = ค่าของข้อมูลที่มีความถี่สูงสุด

1-4 ค่ากลางอื่นๆ

1-4a ค่าเฉลี่ยเรขาคณิต (G.M.)

กรณีไม่แจกแจงความถี่

$$G.M. = \sqrt[N]{X_1 \cdot X_2 \cdot \ldots \cdot X_N}$$

1-4b ค่าเฉลี่ยฮาร์โมนิค (H.M.)

กรณีไม่แจกแจงความถี่

$$H.M. = \frac{N}{\frac{1}{X_1} + \frac{1}{X_2} + \ldots + \frac{1}{X_N}}$$

1-4c ค่ากึ่งกลางพิสัย (Mid-range)

กรณีไม่แจกแจงความถี่

$$\text{Mid - range} = \frac{X_{Max} + X_{Min}}{2}$$

1-5 การเลือกใช้ค่ากลาง

1. $\bar{X}$ ใช้ได้ดี เมื่อข้อมูลเป็นข้อมูลเชิงปริมาณที่มีค่าใกล้เคียงกัน
2. Med ใช้ได้ดี เมื่อข้อมูลเป็นข้อมูลเชิงปริมาณที่มีข้อมูลบางค่าสูงผิดปกติ หรือต่ำกว่าปกติ (ข้อมูลกระโดด)
3. Mode ใช้ได้ดีกับข้อมูลเชิงคุณภาพ
4. G.M. ใช้ได้ดีกับข้อมูลที่มีลักษณะเป็นลำดับเรขาคณิต
5. H.M. ใช้ได้ดีกับข้อมูลที่เป็นอัตราส่วนเมื่อตัวเศษคงที่ เช่น อัตราเร็วที่ระยะทางคงที่

1-6 ตารางแจกแจงความถี่

ตารางที่ 1

คะแนน	ความถี่ (f)	ขอบล่าง	ขอบบน	จุดกึ่งกลางชั้น (X)	ความกว้างชั้น (I)
70 - 74	10	69.5	74.5	72	5
75 - 79	15	74.5	79.5	77	5
80 - 84	20	79.5	84.5	82	5
85 - 89	25	84.5	89.5	87	5
90 - 94	10	89.5	94.5	92	5
95 - 99	20	94.5	99.5	97	5
	$N = \sum f = 100$				

5 5 5 5 5 5

I = 5

(เท่ากันทุกชั้น)

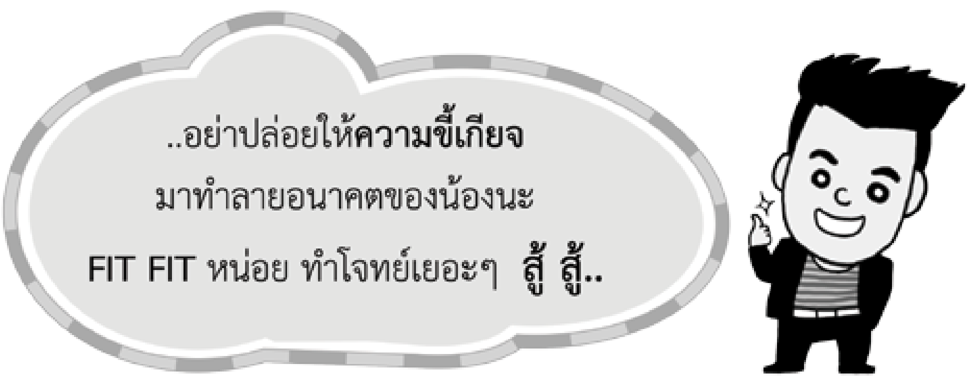
Note!

ขอบล่าง = $\dfrac{\text{ขีดล่างชั้นนั้น + ขีดบนชั้นที่คะแนนต่ำกว่า}}{2}$ เช่น ขอบล่าง (75-79) = $\dfrac{75+74}{2} = 74.5$

ขอบบน = $\dfrac{\text{ขีดบนชั้นนั้น + ขีดล่างชั้นที่คะแนนสูงกว่า}}{2}$ เช่น ขอบบน (75-79) = $\dfrac{79+80}{2} = 79.5$

จุดกึ่งกลางชั้น (X) = $\dfrac{\text{ขีดล่าง + ขีดบน}}{2}$ เช่น จุดกึ่งกลาง (75-79) = $\dfrac{75+79}{2} = 77$

ความกว้างชั้น (I) = ขอบบน - ขอบล่าง เช่น ความกว้าง (75-79) = 79.5 - 74.5 = 5



ตารางที่ 2

คะแนน	ความถี่ (f)	ความถี่สะสม (F)	ความถี่สัมพัทธ์ ($\frac{f}{N}$)	ความถี่สะสมสัมพัทธ์ ($\frac{F}{N}$)	ร้อยละความถี่สัมพัทธ์ ($\frac{f}{N} \times 100$)	ร้อยละความถี่สะสมสัมพัทธ์ ($\frac{F}{N} \times 100$)
70 - 74	10	10	0.10	0.10	10	10
75 - 79	15	25	0.15	0.25	15	25
80 - 84	20	45	0.20	0.45	20	45
85 - 89	25	70	0.25	0.70	25	70
90 - 94	10	80	0.10	0.80	10	80
95 - 99	20	100	0.20	1.00	20	100
	N = 100		รวม = 1.00		รวม = 100	

1-6a หาค่า $\overline{X}$

กรณีแจกแจงความถี่

สูตรที่ 1

$$\overline{X} = \frac{\sum_{i=1}^{k} f_i X_i}{N}$$

f_i คือ ความถี่ชั้นที่ i ; X_i คือ จุดกลางของชั้นที่ i

สูตรที่ 2

$$\overline{X} = a + I\left(\frac{\sum_{i=1}^{k} f_i d_i}{N}\right)$$

a = จุดกึ่งกลางของชั้นที่กำหนดให้ d = 0

d_i = ตัวเลขสมมติของชั้นที่ i โดยกำหนดให้ชั้นใดชั้นหนึ่ง (นิยมให้ชั้นที่มีความถี่สูงสุด) มี d = 0 และชั้นที่มีค่าข้อมูลน้อยลงให้ d = -1 , -2 , ... และชั้นที่มีค่าข้อมูลมากขึ้นให้ d = 1 , 2 , ...

I = ความกว้างชั้น (ซึ่งต้องเท่ากันทุกชั้นถ้าจะใช้สูตรที่ 2 นี้)

Note! ปกติหากความกว้างของทุกชั้นเท่ากันหมด จะนิยมใช้สูตรที่ 2 เพราะคิดเลขน้อย แต่หากตารางมีความกว้างของแต่ละชั้นไม่เท่ากัน จะใช้สูตรที่ 2 ไม่ได้ ให้ใช้สูตรที่ 1 แทน

1-6b หาค่า Med

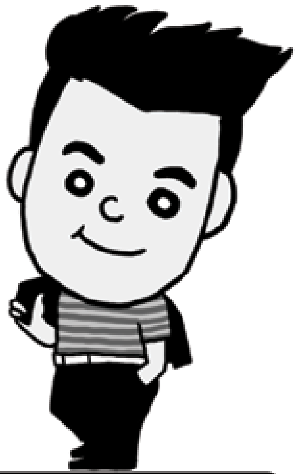
กรณีแจกแจงความถี่

ขั้นที่ 1 หาตำแหน่งของ Med $= \frac{N}{2}$

ขั้นที่ 2 หาค่าของ Med ที่ตำแหน่ง $\frac{N}{2}$

โดยหาอันตรภาคชั้นที่ Med อยู่ จะได้ชั้น Med

และ $$\text{Med} = L + I\left(\frac{\frac{N}{2} - \Sigma f_L}{f_{Me}}\right)$$



L = ขอบล่างของชั้น Med

I = ความกว้างของชั้น Med

N = จำนวนข้อมูลทั้งหมด ($\frac{N}{2}$ = ตำแหน่งของ Med)

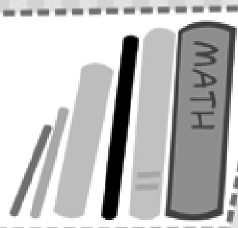
Σf_L = ผลรวมความถี่ชั้นที่มีคะแนนต่ำกว่าชั้น Med

f_{Me} = ความถี่ชั้น Med

Trick

เมื่อตำแหน่งของ Med = ความถี่สะสมของชั้นใด

ค่า Med = ขอบบนของชั้นนั้น



1-6c หาค่า Mode

กรณีแจกแจงความถี่

Mode จะอยู่ในชั้นที่มีความถี่สูงสุด

สูตรที่ 1 Mode = จุดกึ่งกลางของชั้น Mode (ชั้นที่มีความถี่สูงสุด)

สูตรที่ 2 $\text{Mode} = L + I\left(\frac{d_1}{d_1 + d_2}\right)$

L = ขอบล่างของชั้น Mode

I = ความกว้างของชั้น Mode

d_1 = ผลต่างความถี่ระหว่างชั้น Mode กับชั้นที่คะแนนต่ำกว่า (หนังสือบางเล่มใช้ d_L)

d_2 = ผลต่างความถี่ระหว่างชั้น Mode กับชั้นที่คะแนนสูงกว่า (หนังสือบางเล่มใช้ d_U)

Note!

1. โดยปกติ Mode จากสูตรที่ 1 และ สูตรที่ 2 มีค่าไม่เท่ากัน คำตอบจึงขึ้นอยู่ว่าคนแต่งโจทย์ ใช้สูตรใดในการคิดคำตอบ
2. Mode อาจมีได้ 2 ตัว หากทั้ง 2 ตัวนั้น มีความถี่สูงสุดซึ่งเท่ากัน (โดยทั่วไปจะไม่เกิน 2 ค่า)

เพิ่มเติม ค่ากลางอื่นๆ กรณีข้อมูลแจกแจงความถี่

1. $\text{G.M.} = \sqrt[N]{X_1^{f_1} \cdot X_2^{f_2} \cdot \ldots \cdot X_k^{f_k}}$

2. $\text{H.M.} = \dfrac{N}{\frac{f_1}{X_1} + \frac{f_2}{X_2} + \ldots + \frac{f_k}{X_k}}$

   เมื่อ f_1 , f_2 , ... , f_k คือ ความถี่ของชั้นที่ 1 , 2 , ... , k ตามลำดับ

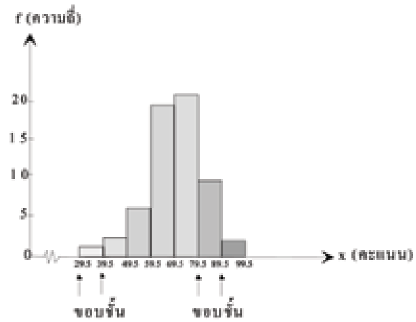
   และ X_1 , X_2 , ... , X_k คือ จุดกึ่งกลางชั้นที่ 1 , 2 , ... , k ตามลำดับ

3. $\text{Mid - range} = \dfrac{\text{ขอบบนค่าสูงสุด} + \text{ขอบล่างค่าต่ำสุด}}{2}$

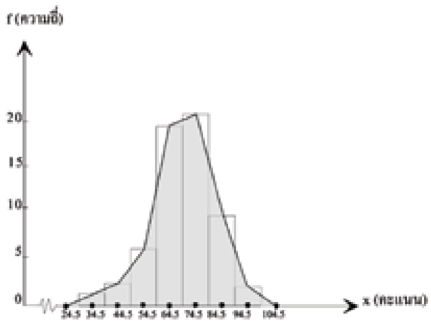
1-7 อื่นๆ

1-7a การแจกแจงความถี่โดยใช้กราฟ

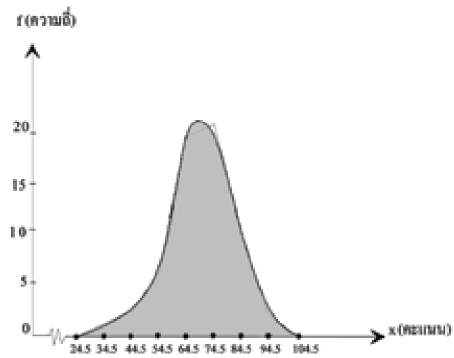
1. ฮีสโทแกรม คือ กราฟแท่ง โดยแกนแนวนอนแทนค่าของตัวแปร ความกว้างของแท่งแทนความกว้างของแต่ละชั้น ความสูงแต่ละแท่งแทนความถี่แต่ละชั้น แต่ถ้าความกว้างของแต่ละชั้นไม่เท่ากัน ความสูงแต่ละแท่งจะแทนด้วยอัตราส่วนของความถี่ต่อความกว้างของชั้นนั้น



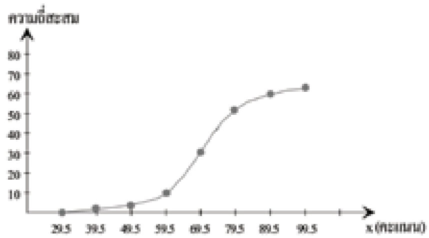
2. รูปหลายเหลี่ยมของความถี่ คือ รูปหลายเหลี่ยมที่ได้จากการโยงจุดกึ่งกลางของแท่งมุมฉากของฮีสโทแกรมด้วยเส้นตรง



3. เส้นโค้งของความถี่ คือ เส้นโค้งที่ได้จากการปรับด้านของรูปหลายเหลี่ยมของความถี่ให้เรียบขึ้น



4. เส้นโค้งของความถี่สะสม คือ เส้นโค้งที่เกิดจากการเขียนกราฟระหว่างตัวแปรกับความถี่สะสม โดยโยงเชื่อมจุดต่างๆ ด้วยเส้นตรงแล้วปรับให้เป็นเส้นโค้งเรียบ



1-7b แผนภาพต้นใบ

EX ข้อมูลต่อไปนี้เป็นคะแนนสอบวิชาเคมี ซึ่งมีคะแนน 100 คะแนน ของนักเรียน 24 คน

75	34	80	95	62	75	98	93	84
87	94	85	70	39	84	78	98	78
90	68	75	82	76	85			

สามารถเขียนเป็นแผนภาพต้นใบ ได้ดังนี้

ต้น	ใบ						
3	4	9					
4							
5							
6	2	8					
7	0	5	5	5	6	8	8
8	0	2	4	4	5	5	7
9	0	3	4	5	8	8	

จากแผนภาพจะพบว่า

- คะแนนที่มีความถี่สูงสุดคือ 75 มีความถี่ = 3 , X_{Min} = 34 และ X_{Max} = 98
- ช่วงคะแนนที่มีความถี่มากที่สุดคือ ช่วง 70 - 79 และ 80 - 89 คะแนน โดยแต่ละช่วงมีความถี่ = 7
- ไม่มีผู้สอบได้คะแนนในช่วงคะแนน 40 - 49 และ 50 - 59
- จากแผนภาพพบว่า คะแนนส่วนใหญ่จะอยู่ในช่วง 70 - 79 , 80 - 89 , 90 - 99 หรือกล่าวได้ว่าอยู่ในช่วงคะแนน 70 - 99

Note!

ถ้าจะหา Med , P_r , D_r , Q_r จากแผนภาพต้นใบ อย่าลืมเรียงใบก่อนจากน้อยไปมาก

2 การวัดตำแหน่งข้อมูล

EX

ถ้าคะแนนสอบวิชาภาษาไทยของ ด.ช.ชวลิต (พี่กอล์ฟ) เท่ากับ 67 คะแนน (เต็ม 100 คะแนน) ตรงกับ Q_3 จะหมายความว่า

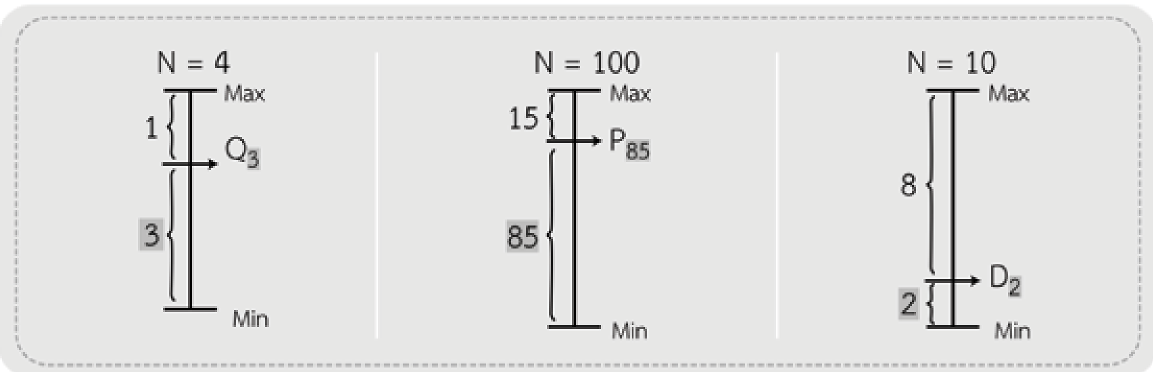
มีคนที่ได้คะแนนน้อยกว่า 67 คะแนน อยู่ 3 ส่วน
เมื่อเทียบจากทั้งหมด 4 ส่วน (แสดงว่า มากกว่า 67 คะแนน อยู่ 1 ส่วน)
ซึ่งถ้ามี 4 คน จะมีคนน้อยกว่า 67 คะแนน อยู่ 3 คน
และถ้ามี 300 คน จะมีคนน้อยกว่า 67 คะแนน อยู่ $\frac{3}{4} \times 300 = 225$ คน

และถ้าคะแนนสอบวิชาคณิตศาสตร์ของ ด.ช. ชวลิต เท่ากับ 95 คะแนน (เต็ม 100 คะแนน) ตรงกับ P_{85} จะหมายความว่า

มีคนที่ได้คะแนนน้อยกว่า 95 คะแนน อยู่ 85 ส่วน
เมื่อเทียบจากทั้งหมด 100 ส่วน (แสดงว่า มากกว่า 95 คะแนน อยู่ 15 ส่วน)
ซึ่งถ้ามี 100 คน จะมีคนน้อยกว่า 95 คะแนน อยู่ 85 คน
และถ้ามี 300 คน จะมีคนน้อยกว่า 95 คะแนน อยู่ $\frac{85}{100} \times 300 = 255$ คน

และถ้าคะแนนสอบวิชาพละของ ด.ช. ชวลิต เท่ากับ 25 คะแนน (เต็ม 100 คะแนน) ตรงกับ D_2 จะหมายความว่า

มีคนที่ได้คะแนนน้อยกว่า 25 คะแนน อยู่ 2 ส่วน
เมื่อเทียบจากทั้งหมด 10 ส่วน (แสดงว่า มากกว่า 25 คะแนน อยู่ 8 ส่วน)
ซึ่งถ้ามี 10 คน จะมีคนน้อยกว่า 25 คะแนน อยู่ 2 คน
และถ้ามี 300 คน จะมีคนน้อยกว่า 25 คะแนน อยู่ $\frac{2}{10} \times 300 = 60$ คน



2-1 หาควอไทล์ (Q_r) , เดไซล์ (D_r) , และเปอร์เซ็นต์ไทล์ (P_r)

กรณีไม่แจกแจงความถี่

เมื่อเรียงข้อมูลแล้วจากน้อยไปมาก

ขั้นที่ 1 หาตำแหน่งโดย

$$\text{ตำแหน่ง } Q_r = \frac{r}{4}(N+1)$$

$$\text{ตำแหน่ง } D_r = \frac{r}{10}(N+1)$$

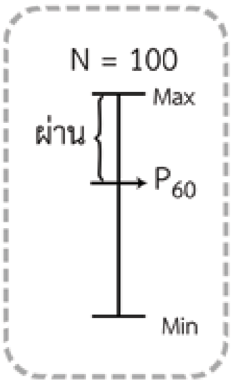
$$\text{ตำแหน่ง } P_r = \frac{r}{100}(N+1)$$

ขั้นที่ 2 หาค่าของข้อมูลในตำแหน่งนั้น

EX คะแนนของผู้เข้าสอบ 15 คน ดังนี้

45 , 54 , 59 , 60 , 62 , 64 , 65 , 68 , 70 , 72 , 73 , 75 , 76 , 80 , 81

ถ้าเกณฑ์ในการสอบ คือ ต้องได้คะแนนไม่ต่ำกว่าเปอร์เซ็นต์ไทล์ที่ 60 แล้วคะแนนต่ำสุดของผู้ที่สอบผ่านเป็นเท่าใด



พบว่าข้อมูลเรียงแล้วจากน้อยไปมาก

$$\text{ตำแหน่ง } P_{60} = \frac{60}{100}(15+1) = 9.6$$

$$\begin{aligned} P_{60} &= \text{ตำแหน่งที่ } 9.6 \\ &= \text{ตำแหน่งที่ } 9 + (\text{ตำแหน่งที่ } 10 - \text{ตำแหน่งที่ } 9)\,0.6 \\ &= 70 + (72 - 70)(0.6) \\ &= 71.2 \end{aligned}$$

แสดงว่าผู้ที่สอบผ่านต้องไม่ต่ำกว่า 71.2 คะแนน
ดังนั้น คนที่สอบผ่านที่คะแนนต่ำสุดคือ คนที่ได้คะแนน 72 คะแนนนั้นเอง

2-2 หา Q_r , D_r , P_r จากตารางแจกแจงความถี่

กรณีแจกแจงความถี่

ขั้นที่ 1 หาตำแหน่งโดย

ตำแหน่ง $Q_r = \frac{r}{4}(N)$

ตำแหน่ง $D_r = \frac{r}{10}(N)$

ตำแหน่ง $P_r = \frac{r}{100}(N)$

ขั้นที่ 2 หาค่าของข้อมูลในตำแหน่งนั้น (จากขั้นที่ 1)
โดยหาชั้นที่ตำแหน่งนั้นอยู่ก่อนและ

$$Q_r = L + I\left(\frac{\frac{r}{4}(N) - \Sigma f_L}{f_Q}\right)$$

$$D_r = L + I\left(\frac{\frac{r}{10}(N) - \Sigma f_L}{f_D}\right)$$

$$P_r = L + I\left(\frac{\frac{r}{100}(N) - \Sigma f_L}{f_P}\right)$$

Note!

1. เมื่อตำแหน่ง = ความถี่สะสมของชั้นใด Q_r , D_r , P_r ที่ต้องการจะ = ขอบบนของชั้นนั้น
2. $P_{50} = D_5 = Q_2 = Med$

3 การวัดการกระจาย

3-1 การกระจายสัมบูรณ์

1. พิสัย $= X_{Max} - X_{Min}$

2. ส่วนเบี่ยงเบนควอไทล์ (Q.D.) $= \dfrac{Q_3 - Q_1}{2}$

3. ส่วนเบี่ยงเบนเฉลี่ย (M.D.) $= \dfrac{\sum_{i=1}^{N} |X_i - \overline{X}_i|}{N}$

4. ส่วนเบี่ยงเบนมาตราฐาน (SD)

ข้อมูลระดับประชากร (σ)	ข้อมูลระดับกลุ่มตัวอย่าง (s)
$\sigma = \sqrt{\dfrac{\sum_{i=1}^{N}(X_i - \mu)^2}{N}}$	$s = \sqrt{\dfrac{\sum_{i=1}^{n}(X_i - \overline{X})^2}{n-1}}$
หรือ $\sigma = \sqrt{\dfrac{\sum_{i=1}^{N} X_i^2}{N} - \mu^2}$	หรือ $s = \sqrt{\dfrac{\sum_{i=1}^{n} X_i^2 - n\overline{X}^2}{n-1}}$

3-2 ความแปรปรวน (SD^2)

3-2a การคำนวณทั่วไป

ข้อมูลระดับประชากร (σ^2)	ข้อมูลระดับกลุ่มตัวอย่าง (s^2)
$\sigma^2 = \dfrac{\sum_{i=1}^{N}(X_i - \mu)^2}{N}$	$s^2 = \dfrac{\sum_{i=1}^{n}(X_i - \overline{X})^2}{n-1}$
หรือ $\sigma^2 = \dfrac{\sum_{i=1}^{N} X_i^2}{N} - \mu^2$	หรือ $s^2 = \dfrac{\sum_{i=1}^{n} X_i^2 - n\overline{X}^2}{n-1}$

3-2b ความแปรปรวนรวม (SD^2_C)

ถ้า $\bar{X}_1 = \bar{X}_2$, $SD^2_C = \dfrac{N_1SD^2_1 + N_2SD^2_2}{N_1 + N_2}$

ถ้า $\bar{X}_1 \neq \bar{X}_2$, $SD^2_C = \dfrac{N_1SD^2_1 + N_2SD^2_2 + N_1(\bar{X}_C - \bar{X}_1)^2 + N_2(\bar{X}_C - \bar{X}_2)^2}{N_1 + N_2}$

และ $\bar{X}_C = \dfrac{N_1\bar{X}_1 + N_2\bar{X}_2}{N_1 + N_2}$

โดย N_1 , N_2 ในสูตรด้านบนนี้**ทอนเป็นอย่างต่ำได้**

เพิ่มเติม **การหาการกระจายสัมบูรณ์จากตารางแจกแจงความถี่**

พิสัย = ขอบบนสูงสุด - ขอบล่างต่ำสุด

$$Q.D. = \frac{Q_3 - Q_1}{2}$$

$$M.D. = \frac{\sum_{i=1}^{k} f_i|X_i - \mu|}{N}$$

$$\sigma = \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^{k} f_i(X_i - \mu)^2}{N}} \quad \text{หรือ} \quad \sigma = \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^{k} f_iX_i^2}{N} - \mu^2}$$

เมื่อ X_i = จุดกึ่งกลางชั้นที่ i และ f_i = ความถี่ชั้นที่ i

3-3 การกระจายสัมพัทธ์

สัมประสิทธิ์ของพิสัย = $\dfrac{X_{Max} - X_{Min}}{X_{Max} + X_{Min}}$

สัมประสิทธิ์ของส่วนเบี่ยงเบนควอไทล์ = $\dfrac{Q_3 - Q_1}{Q_3 + Q_1}$

สัมประสิทธิ์ของส่วนเบี่ยงเบนเฉลี่ย = $\dfrac{MD}{\overline{X}}$

สัมประสิทธิ์ของการแปรผัน = $\dfrac{SD}{\overline{X}}$

EX

นำข้อมูล 3 จำนวนที่แตกต่างกัน มารวมกันมีผลรวมเท่ากับ 195 ถ้าข้อมูลชุดนี้มีค่ามัธยฐานและสัมประสิทธิ์ของพิสัยเท่ากับ 60 และ 0.2 ตามลำดับ แล้วความแปรปรวนของข้อมูลชุดนี้เท่ากับเท่าใด

ตอบ 134

DATA : a , 60 , b (เมื่อ Med = 60)

จากผลรวมทั้งหมด = 195 $\longrightarrow$ a + 60 + b = 195

a + b = 135 ......(1)

และจาก ส.ป.ส.พิสัย = 0.2

$\dfrac{b-a}{b+a} = 0.2$

จาก (1) ได้ $\dfrac{b-a}{135} = 0.2 \longrightarrow b - a = 27$ ......(2)

แก้ (1) , (2) ได้ a = 54 , b = 81

ดังนั้นเราได้ว่า $\mu = \dfrac{54 + 60 + 81}{3} = 65$

จาก $\sigma^2 = \dfrac{\sum(X-\mu)^2}{N}$

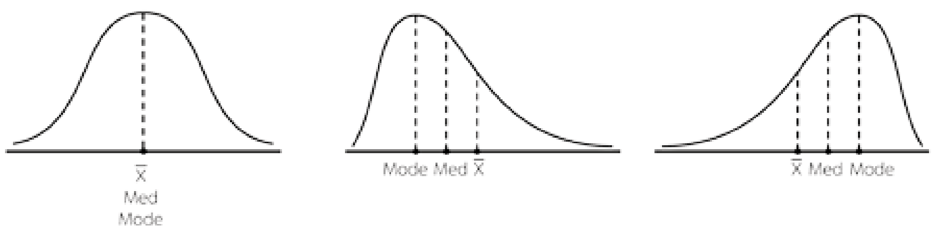
$= \dfrac{121 + 25 + 256}{3}$

$= 134$

3-4 อื่นๆ

3-4a เส้นโค้งความถี่

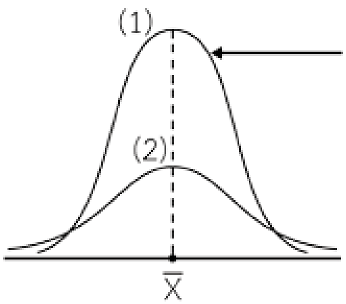
ปกติ　　　　เบ้ขวา　　　　เบ้ซ้าย



$\bar{X}$ = Med = Mode	Mode < Med < $\bar{X}$	$\bar{X}$ < Med < Mode
" โค้งปกติจะสมมาตร	ตบขวาเบ้ขวา	ตบซ้ายเบ้ซ้าย "

การเปรียบเทียบการกระจายจากเส้นโค้งความถี่ปกติ ในกรณีที่ $\bar{X}$ เท่ากัน

1. กระจายน้อย กราฟจะโด่งมาก (ดี)
2. กระจายมาก กราฟจะโด่งน้อย หรือค่อนข้างแบน (ไม่ดี)



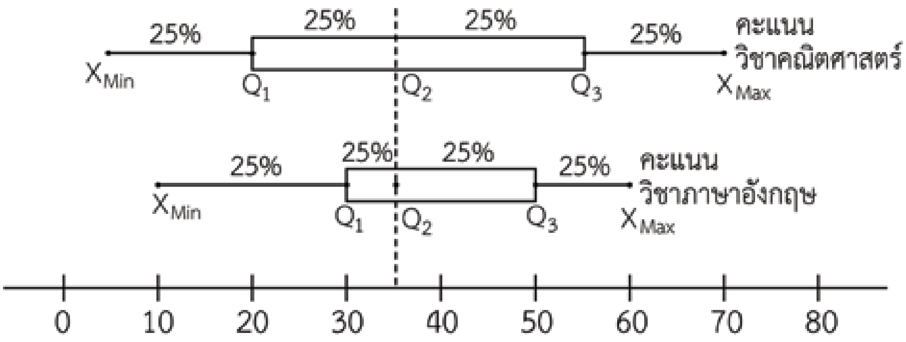
เส้นโค้งนี้กระจายน้อยกว่า
(ดีกว่านั่นเอง)

โด่งดี แบนไม่ดี

เพิ่มเติม

สำหรับข้อมูลที่มีการกระจายเป็นโค้งเกือบปกติ $\quad \left|\bar{X} - \text{Mode}\right| = 3\left|\bar{X} - \text{Med}\right|$

3-4b แผนภาพกล่อง

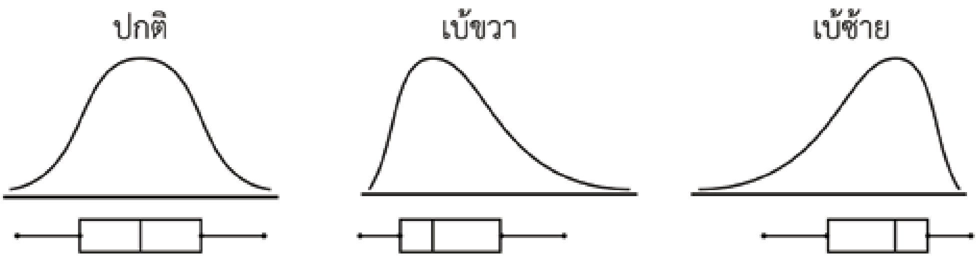


จากแผนภาพกล่องเมื่อพิจารณาคะแนนวิชาภาษาอังกฤษ พบว่า

จำนวนข้อมูลนั้นระหว่าง X_{Min} กับ Q_1 , ระหว่าง Q_1 กับ Q_2 , ระหว่าง Q_2 กับ Q_3 และระหว่าง Q_3 กับ X_{Max} นั้นมีเท่าๆกัน คือ 25% แต่ถ้ามองแต่ละช่วงเป็นขนาดของห้องพบว่าระหว่าง Q_1 กับ Q_2 จะมีขนาดของห้องเล็กที่สุด จึงหนาแน่นที่สุด(กระจายน้อยที่สุด) และระหว่าง X_{Min} กับ Q_1 จะมีขนาดของห้องใหญ่ที่สุดจึงหนาแน่นน้อยที่สุด(กระจายมากที่สุด)

และเมื่อเปรียบเทียบแผนภาพกล่อง ของทั้ง 2 วิชา พบว่า แผนภาพกล่องของคะแนนวิชาคณิตศาสตร์ มีขนาดใหญ่กว่าของคะแนนวิชาภาษาอังกฤษ เราจึงได้ว่าแม้ Q_2 (ซึ่ง Q_2 = Med) มีค่าเท่ากัน แต่การกระจายของคะแนนวิชาภาษาอังกฤษน้อยกว่าของคะแนนวิชาคณิตศาสตร์

แผนภาพกล่องกับเส้นโค้งถวามถี่



ซึ่งเมื่อพิจารณาแผนภูมิกล่องของทั้ง 2 วิชา พบว่าทั้ง 2 วิชามีการกระจายแบบโค้งเบ้ขวา

3-4c สมบัติต่างๆของการกระจายและความแปรปรวน กับความสัมพันธ์เชิงเส้น

1. ถ้านำ C บวก ข้อมูลทุกตัว "กระจายใหม่ = กระจายเดิม" เช่น $SD_{\text{ใหม่}} = SD_{\text{เดิม}}$

2. ถ้านำ C คูณ ข้อมูลทุกตัว "กระจายใหม่ = |c|·กระจายเดิม" เช่น $SD_{\text{ใหม่}} = |c| \cdot SD_{\text{เดิม}}$

3. ถ้าข้อมูลชุด x และชุด y มีความสัมพันธ์กันโดย $y_i = cx_i + d$ (เชิงเส้น) จะได้ว่า

3.1 $\bar{y} = c\bar{x} + d$, $Med_y = cMed_x + d$, $Mode_y = cMode_x + d$

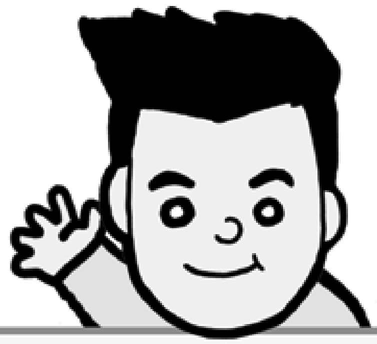
3.2 $SD_y = |c|SD_x$

และ $\text{พิสัย}_y = |c|\text{พิสัย}_x$

$Q.D._y = |c|Q.D._x$

$M.D._y = |c|M.D._x$

3.3 $SD_y^2 = c^2 SD_x^2$



3-4d THE 95% RULE

กล่าวว่า "โดยทั่วไปไม่ว่าข้อมูลจะมีการกระจายในลักษณะใด จะมีข้อมูลอยู่ประมาณ 95% ของข้อมูลทั้งหมดอยู่ในช่วง ($\bar{x}$ - 2 SD , $\bar{x}$ + 2 SD)"

ซึ่งจะได้ว่า $X_{Min} \approx \bar{x} - 2\,SD$, $X_{Max} \approx \bar{x} + 2\,SD$

และ $SD \approx \dfrac{\text{พิสัย}}{4}$

4 ค่ามาตรฐาน (Z)

4-1 การคำนวณทั่วไป

$$Z = \frac{X - \bar{X}}{SD}$$

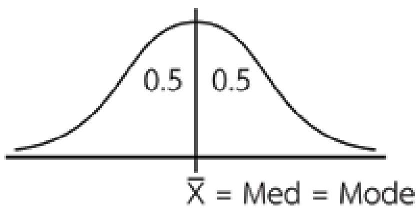
4-2 สมบัติของ Z

1. $\bar{Z} = 0$ และ $\sum_{i=1}^{N} Z_i = 0$
2. $SD_Z = 1$
3. $\sum_{i=1}^{N} Z_i^2 = N$

4-3 Z กับพื้นที่ใต้โค้งปกติ

ข้อควรรู้

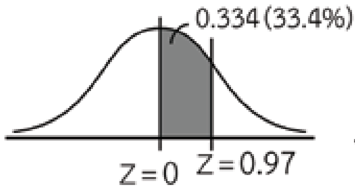
1. พื้นที่ใต้เส้นโค้งทั้งหมด**จะมี**เท่ากับ 1 **หรือ** 100%
2. **เส้นโค้งที่พิจารณาเป็น**โค้งปกติ

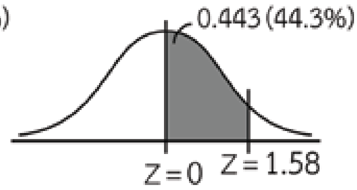


ดังนั้นจึงสมมาตรกับแกนกลาง (แนวดิ่ง) และแบ่งพื้นที่ออกเป็นข้างละ 0.5 (50%) ค่าตรงกลางนี้จะเท่ากับ $\bar{X}$ เท่ากับ Med เท่ากับ Mode และเมื่อนำค่าไปคำนวณ Z ได้ $Z = 0$

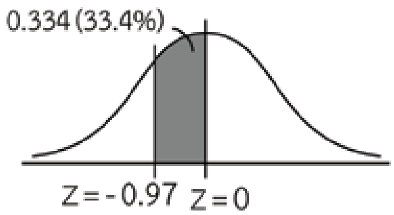
3. โดยปกติ ค่าพื้นที่ที่ระบุจากตาราง คือ พื้นที่ซึ่งวัดจากแกนกลาง (Z = 0) ไปถึงตำแหน่ง Z ใดๆ ในซีกขวาของโค้ง (Z ที่ระบุในตารางจะเป็นบวก)
เช่น

Z	0.97	1.58
A	0.334	0.443



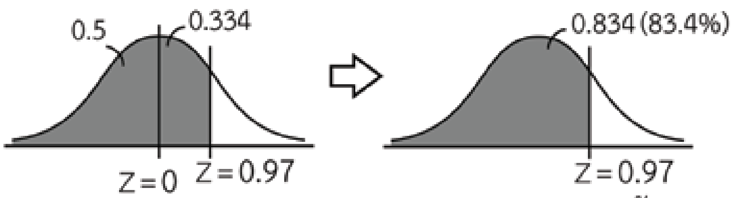


4. เนื่องจากเส้นโค้งสมมาตรกับแกนกลาง เราจึงสามารถหาพื้นที่สำหรับค่า Z ที่เป็นลบได้โดยพื้นที่ซึ่งวัดจากแกนกลาง (Z = 0) ไปทางซ้ายถึงตำแหน่ง Z ใดๆ ที่เป็นลบจะเท่ากับพื้นที่ซึ่งวัดจากแกนกลาง (Z = 0) ไปทางขวาถึงตำแหน่ง Z ที่เป็นบวกที่มีค่าเท่ากับ |Z| นั้น



เช่น จากตาราง Z = 0.97 ได้ A = 0.334 ซึ่งหมายความว่า พื้นที่จาก Z = 0 → Z = 0.97 มีค่าเท่ากับ 0.334 จะได้ว่า พื้นที่จาก Z = 0 → Z = -0.97 (ตามรูป) ก็จะมีค่าเท่ากับ 0.334 ด้วย

5. เมื่อทราบพื้นที่ใต้โค้งทางด้านซ้ายของข้อมูล จะทำให้ทราบว่าข้อมูลนั้นตรงกับเปอร์เซ็นไทล์ที่เท่าใด เช่น



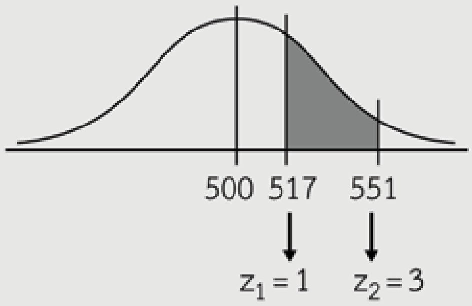
ตรงกับ $P_{83.4}$

Note!

จำนวนข้อมูลในพื้นที่แรเงานั้น หาได้จากการเอา พ.ท.แรเงา x จำนวนข้อมูลทั้งหมด เช่น ในกรณีถ้ามีจำนวนข้อมูลทั้งหมด 1,000 ตัว จะมีข้อมูลใน พ.ท.แรเงาซึ่งมีค่า Z น้อยกว่า 0.97 อยู่ 0.834 x 1000 = 834 ตัวนั่นเอง

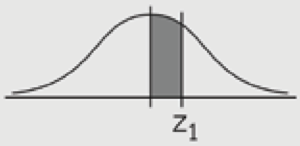
ในการคัดเลือกนักเรียนกลุ่มหนึ่ง เพื่อรับทุนไปเรียนต่อที่เวียงจันทน์ ปรากฏว่ามีนักเรียนแย่งกันสมัครเข้าทำการสอบคัดเลือก 1,000 คน ถ้าค่าเฉลี่ยเลขคณิตในการสอบคราวนี้คือ 500 คะแนน และความแปรปรวนของคะแนนในการสอบเป็น 289 คะแนน ในการสอบคราวนี้แจกแจงปกติ จงหาว่า

ก. นักเรียนที่สอบได้คะแนนระหว่าง 517 - 551 มีกี่คน

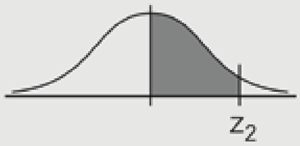


จาก $Z = \dfrac{X - \bar{X}}{SD}$ และ $SD = 17$ ($SD^2 = 289$)

$Z_1 = \dfrac{517 - 500}{17} = 1 \longrightarrow A_1 = 0.3413$



$Z_2 = \dfrac{551 - 500}{17} = 3 \longrightarrow A_2 = 0.4987$



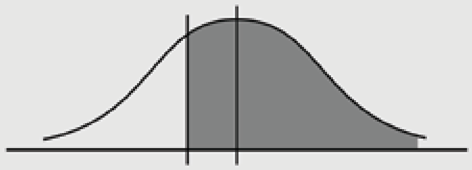
$\therefore$ พื้นที่ระหว่าง 517 - 551 $= 0.4987 - 0.3413$

$= 0.1574$

จำนวนนักเรียนระหว่าง 517 - 551 $= 0.1574 \times 1000 = 157.4$ คน

<u>ตอบ</u> 157.4 คน หรือถ้าจะตอบเป็นจำนวนเต็มให้ปัดลง (ตามหลักทั่วไป) เป็น 157 คน

ข. นักเรียนที่สอบได้คะแนนสูงกว่า 483 มีกี่คน



$$Z = \frac{X - \overline{X}}{SD} = \frac{483 - 500}{17} = -1 \longrightarrow A = 0.3413$$

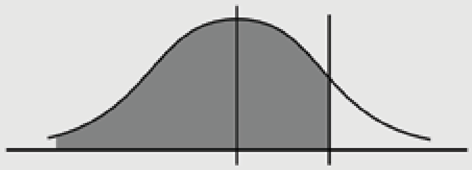
$\therefore$ พื้นที่เมื่อ $x > 483 = 0.5 + 0.3413$

$= 0.8413$

จำนวนสตรีที่ได้คะแนนสูงกว่า 483 = 0.8413 x 1000 = 841.3 คน

<u>ตอบ</u> 841.3 คน หรือถ้าจะตอบเป็นจำนวนเต็มให้ปัดลง (ตามหลักทั่วไป) เป็น 841 คน

ค. นักเรียนที่สอบได้คะแนน 534 จะตรงกับตำแหน่งเปอร์เซ็นไทล์เท่าใด



$$Z = \frac{X - \overline{X}}{SD} = \frac{534 - 500}{17} = 2 \longrightarrow A = 0.4772$$

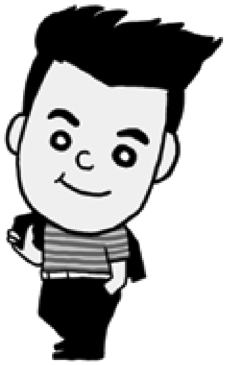
$\therefore$ พื้นที่เมื่อ $x < 543 = 0.5 + 0.4772$

$= 0.9772$ (97.72%)

ดังนั้น คะแนน 543 ตรงกับ $P_{97.72}$

สมบัติของ $\sum$

ถ้า c เป็นค่าคงตัว



1. $\sum_{i=1}^{N} c = Nc$
2. $\sum_{i=1}^{N} cx_i = c\sum_{i=1}^{N} x_i$
3. $\sum_{i=1}^{N} (x_i \pm y_i) = \sum_{i=1}^{N} x_i \pm \sum_{i=1}^{N} y_i$

5 การวิเคราะห์ความสัมพันธ์เชิงฟังก์ชันระหว่างข้อมูล

5-1 แบบเส้นตรง

เมื่อ x เป็นตัวแปรต้น และ y เป็นตัวแปรตาม

สมการอยู่ในรูปแบบ $y = mx + c$ ——— (1)

แจก $\sum$ $\quad \sum y = \sum mx + \sum_{i=1}^{N} c$

$$\boxed{\sum y = m\sum x + Nc} \text{ ——— (a)}$$

นำ x คูณ (1) $\quad xy = mx^2 + cx$

แจก $\sum$ $\quad \sum xy = \sum mx^2 + \sum cx$

$$\boxed{\sum xy = m\sum x^2 + c\sum x} \text{ ——— (b)}$$

จากสมการ (a) , (b) จะแก้ได้ m และ c

5-2 แบบพาราโบลา

เมื่อ x เป็นตัวแปรต้น และ y เป็นตัวแปรตาม

สมการอยู่ในรูปแบบ $y = ax^2 + bx + c$ ——— (2)

แจก $\sum$ $\quad \sum y = \sum ax^2 + \sum bx + \sum_{i=1}^{N} c$

$$\boxed{\sum y = a\sum x^2 + b\sum x + Nc} \qquad \text{(c)}$$

นำ x คูณ (2) $\quad xy = ax^3 + bx^2 + cx$ ——— (3)

แจก $\sum$ $\quad \sum xy = \sum ax^3 + \sum bx^2 + \sum cx$

$$\boxed{\sum xy = a\sum x^3 + b\sum x^2 + c\sum x} \qquad \text{(d)}$$

นำ x คูณ (3) $\quad x^2y = ax^4 + bx^3 + cx^2$

แจก $\sum$ $\quad \sum x^2y = \sum ax^4 + \sum bx^3 + \sum cx^2$

$$\boxed{\sum x^2y = a\sum x^4 + b\sum x^3 + c\sum x^2} \qquad \text{(e)}$$

จากสมการ (c) , (d) , (e) จะแก้ได้ a , b , c

5-3 แบบเอกซ์โปเนนเชียล

เมื่อ x เป็นตัวแปรต้น และ y เป็นตัวแปรตาม

สมการอยู่ในรูปแบบ $y = a \cdot b^x$

แจก log $\quad \log y = \log(a \cdot b^x)$

$\log y = \log a + \log b^x$

$\log y = \log a + x \cdot \log b$ ——— (4)

แจก $\sum$ $\quad \boxed{\sum \log y = \sum \log a + \log b \sum x}$ ——— (f)

นำ x คูณ (4) $\quad x \log y = \log a \cdot x + \log b \cdot x^2$

แจก $\sum$ $\quad \boxed{\sum x \log y = \log a \sum x + \log b \sum x^2}$ ——— (g)

จากสมการ (f) , (g) จะแก้ได้ a , b

กำหนดให้ความสัมพันธ์เชิงฟังก์ชันระหว่างข้อมูลที่กำหนดให้ต่อไปนี้เป็นเส้นตรง

x	1	2	3	4	5
y	3	4	6	7	10

พิจารณาข้อความต่อไปนี้

(ก) ถ้าสมการของความสัมพันธ์เชิงฟังก์ชันระหว่างข้อมูล คือ $y = mx + c$ แล้ว $m + c$ เท่ากับ 2.6

(ข) ถ้า $x = 15$ แล้ว $y = 26.4$

ข้อใดต่อไปนี้ถูกต้อง

1. (ก) ถูก และ (ข) ถูก
2. (ก) ถูก แต่ (ข) ผิด
3. (ก) ผิด และ (ข) ถูก
4. (ก) ผิด และ (ข) ผิด

ตอบ 1

จากโจทย์

	x	y	xy	x^2
	1	3	3	1
	2	4	8	4
	3	6	18	9
	4	7	28	16
	5	10	50	25
รวม	15	30	107	55

จาก $y = mx + c$

$$\sum y = m\sum x + Nc$$

$$30 = m(15) + 5c$$

$$3m + c = 6 \quad \text{———} \quad (1)$$

และ $xy = mx^2 + cx$

$$\sum xy = m\sum x^2 + c\sum x$$

$$107 = m(55) + c(15)$$

$$55m + 15c = 107 \quad \text{———} \quad (2)$$

แก้ (1) , (2) ได้ $m = \frac{17}{10}, c = \frac{9}{10}$ $\quad \therefore\ m + c = 2.6$ ดังนั้น (ก) ถูก

โดย $y = \frac{17}{10}x + \frac{9}{10}$ และเมื่อ $x = 15 \rightarrow y = \frac{17}{10}(15) + \frac{9}{10} = 26.4$ ดังนั้น (ข) ถูก

หัวข้อ	PAT 1 มี.ค. 55	PAT 1 ต.ค. 55	PAT 1 มี.ค. 56	PAT 1 มี.ค. 57	PAT 1 เม.ย. 57	หัวข้อที่ออกบ่อย
สถิติบรรยาย						
การวัดค่ากลาง μ , Med Mode	✓		✓			**
การวัดค่ากลางอื่นๆ H.M. , G.M.						
ค่าเฉลี่ยเลขคณิตรวม						
ค่าเฉลี่ยเลขคณิตถ่วงน้ำหนัก						
สมบัติต่างๆ ของค่ากลาง						
การเลือกใช้ค่ากลาง						
การหา μ , Med Mode จากตารางแจกแจงความถี่	✓	✓		✓		***
การวัดตำแหน่งข้อมูล Q_r , D_r , P_r						
แผนภาพต้นใบ						
การหา Q_r , D_r , P_r จากตารางแจกแจงความถี่	✓				✓	**
พิสัย						
Q.D. } การกระจายสัมบูรณ์					✓	
M.D.						
S.D.	✓			✓		
การแปรปรวน (SD^2)		✓				
การแปรปรวนรวม			✓	✓	✓	***
เส้นโค้งความถี่ (ปกติ , เบ้ขวา , เบ้ซ้าย)						
แผนภาพกล่อง (BOX – PLOT)						
THE 95% RULE						
ส.ป.ส พิสัย		✓				
ส.ป.ส ส่วนเบี่ยงเบนควอไทล์ } การกระจายสัมพัทธ์	✓			✓		
ส.ป.ส ส่วนเบี่ยงเบนเฉลี่ย						
ส.ป.ส การแปรผัน	✓	✓	✓			**
ค่ามาตรฐาน (Z) และสมบัติของ Z	✓	✓				**
ค่ามาตรฐาน (Z) กับพื้นที่ใต้เส้นโค้ง		✓	✓	✓	✓	***
ความสัมพันธ์เชิงฟังก์ชันระหว่างข้อมูล		✓	✓	✓	✓	***

หมายเหตุ ** ออกบ่อย *** ออกบ่อยมาก

หัวข้อ	PAT 1 มี.ค. 52	PAT 1 ก.ค. 52	PAT 1 ต.ค. 52	PAT 1 มี.ค. 53	PAT 1 ก.ค. 53	PAT 1 ต.ค. 53	PAT 1 มี.ค. 54	PAT 1 ธ.ค. 54	หัวข้อที่ออกบ่อย
สถิติบรรยาย									
การวัดค่ากลาง μ , Med Mode			✓	✓		✓		✓	**
การวัดค่ากลางอื่นๆ H.M. , G.M.									
ค่าเฉลี่ยเลขคณิตรวม				✓		✓			
ค่าเฉลี่ยเลขคณิตถ่วงน้ำหนัก									
สมบัติต่างๆ ของค่ากลาง	✓								
การเลือกใช้ค่ากลาง									
การหา μ , Med Mode จากตารางแจกแจงความถี่	✓	✓	✓		✓	✓		✓	***
การวัดตำแหน่งข้อมูล Q_r , D_r , P_r		✓	✓						
แผนภาพต้นใบ									
การหา Q_r , D_r , P_r จากตารางแจกแจงความถี่		✓				✓	✓	✓	**
พิสัย				✓		✓		✓	
Q.D. } การกระจายสัมบูรณ์									
M.D.	✓		✓						
S.D.						✓		✓	
การแปรปรวน (SD^2)		✓		✓	✓			✓	**
การแปรปรวนรวม									
เส้นโค้งความถี่ (ปกติ , เบ้ขวา , เบ้ซ้าย)								✓	
แผนภาพกล่อง (BOX – PLOT)									
THE 95% RULE									
ส.ป.ส พิสัย									
ส.ป.ส ส่วนเบี่ยงเบนควอไทล์ } การกระจายสัมพัทธ์									
ส.ป.ส ส่วนเบี่ยงเบนเฉลี่ย									
ส.ป.ส การแปรผัน		✓	✓	✓	✓		✓		***
ค่ามาตรฐาน (Z) และสมบัติของ Z	✓	✓	✓	✓	✓			✓	***
ค่ามาตรฐาน (Z) กับพื้นที่ใต้เส้นโค้ง	✓	✓	✓				✓	✓	***
ความสัมพันธ์เชิงฟังก์ชันระหว่างข้อมูล	✓	✓	✓				✓		**

หมายเหตุ ** ออกบ่อย *** ออกบ่อยมาก

หัวข้อ	ม.อ. 55	ม.อ. 56	ม.อ. 57	หัวข้อที่ออกบ่อย		ม.ข. 55	ม.ข. 56	ม.ข. 57	หัวข้อที่ออกบ่อย
สถิติบรรยาย									
การวัดค่ากลาง μ , Med Mode		✓	✓	**		✓			
การวัดค่ากลางอื่นๆ H.M. , G.M.									
ค่าเฉลี่ยเลขคณิตรวม						✓			
ค่าเฉลี่ยเลขคณิตถ่วงน้ำหนัก									
สมบัติต่างๆ ของค่ากลาง									
การเลือกใช้ค่ากลาง									
การหา μ , Med Mode จากตารางแจกแจงความถี่	✓						✓		
การวัดตำแหน่งข้อมูล Q_r , D_r , P_r									
แผนภาพต้นใบ									
การหา Q_r , D_r , P_r จากตารางแจกแจงความถี่									
พิสัย		✓							
Q.D. การกระจายสัมบูรณ์									
M.D.									
S.D.	✓	✓		**				✓	
การแปรปรวน (SD^2)						✓			
การแปรปรวนรวม			✓						
เส้นโค้งความถี่ (ปกติ , เบ้ขวา , เบ้ซ้าย)									
แผนภาพกล่อง (BOX – PLOT)									
THE 95% RULE								✓	
ส.ป.ส พิสัย		✓							
ส.ป.ส ส่วนเบี่ยงเบนควอไทล์ การกระจายสัมพัทธ์									
ส.ป.ส ส่วนเบี่ยงเบนเฉลี่ย									
ส.ป.ส การแปรผัน	✓	✓		**		✓		✓	**
ค่ามาตรฐาน (Z) และสมบัติของ Z						✓		✓	**
ค่ามาตรฐาน (Z) กับพื้นที่ใต้เส้นโค้ง	✓	✓	✓	***		✓	✓	✓	***
ความสัมพันธ์เชิงฟังก์ชันระหว่างข้อมูล	✓	✓	✓	***		✓		✓	***

หมายเหตุ ** ออกบ่อย *** ออกบ่อยมาก

หัวข้อ	ม.ช. 55	ม.ช. 56	ม.ช. 57	หัวข้อที่ออกบ่อย	สามัญ 55	สามัญ 56	สามัญ 57	หัวข้อที่ออกบ่อย
สถิติบรรยาย	✓	✓	✓	***				
การวัดค่ากลาง μ , Med Mode		✓	✓	***	✓			
การวัดค่ากลางอื่นๆ H.M. , G.M.		✓	✓	**				
ค่าเฉลี่ยเลขคณิตรวม							✓	
ค่าเฉลี่ยเลขคณิตถ่วงน้ำหนัก	✓				✓			
สมบัติต่างๆ ของค่ากลาง								
การเลือกใช้ค่ากลาง	✓	✓		***		✓		
การหา μ , Med Mode จากตารางแจกแจงความถี่	✓							
การวัดตำแหน่งข้อมูล Q_r , D_r , P_r			✓					
แผนภาพต้นใบ								
การหา Q_r , D_r , P_r จากตารางแจกแจงความถี่							✓	
พิสัย								
Q.D. การกระจายสัมบูรณ์								
M.D.					✓			
S.D.			✓		✓			
การแปรปรวน (SD^2)								
การแปรปรวนรวม								
เส้นโค้งความถี่ (ปกติ , เบ้ขวา , เบ้ซ้าย)		✓						
แผนภาพกล่อง (BOX – PLOT)		✓						
THE 95% RULE								
ส.ป.ส พิสัย					✓			
ส.ป.ส ส่วนเบี่ยงเบนควอไทล์ การกระจายสัมพัทธ์	✓							
ส.ป.ส ส่วนเบี่ยงเบนเฉลี่ย	✓							
ส.ป.ส การแปรผัน	✓		✓	**				
ค่ามาตรฐาน (Z) และสมบัติของ Z		✓	✓	**				
ค่ามาตรฐาน (Z) กับพื้นที่ใต้เส้นโค้ง	✓	✓	✓	***	✓	✓	✓	***
ความสัมพันธ์เชิงฟังก์ชันระหว่างข้อมูล	✓	✓	✓	***				

หมายเหตุ ** ออกบ่อย *** ออกบ่อยมาก

www.facebook.com/WeByTheBrain
www.WeByTheBrain.com