

เอกสารประกอบการสอน วิชาฟิสิกส์

Student Channel

ติวเข้ม เต็มเต็มความรู้

1. สรุปสิ่งที่ควรทราบ

แรงเสียดทาน (Friction)

แรงเสียดทานเป็นแรงที่เกิดขึ้นมาต้านการเคลื่อนที่ของวัตถุ เมื่อวัตถุกำลังเคลื่อนที่ไถลผ่านกัน โดยแรงเสียดทานจะมีทิศตรงข้ามกับทิศการเคลื่อนที่ของวัตถุที่พิจารณาเสมอ

แรงเสียดทานจะมี 2 แบบ คือ

1. **แรงเสียดทานสถิต (Static friction)** เขียนแทนด้วย f_s เป็นแรงเสียดทานที่เกิดขึ้นขณะที่วัตถุอยู่นิ่งหรือวัตถุเริ่มจะเคลื่อนที่ โดยขณะที่วัตถุเริ่มจะเคลื่อนที่จะเรียกแรงเสียดทานขณะนั้นว่า **แรงเสียดทานสถิตที่มากที่สุด (limiting friction)** เขียนแทนด้วย $f_{s(max)}$

☞ แรงเสียดทานสถิตจะมีค่าไม่คงที่ โดย $0 \leq f_s \leq f_{s(max)}$

☞ ขณะวัตถุอยู่นิ่ง ๆ $f_{s(max)} = F$ ขณะนั้น

☞ ขณะวัตถุเริ่มจะเคลื่อนที่ $f_{s(max)} = \mu_s \cdot N$

2. **แรงเสียดทานจลน์ (Kinetic friction)** เขียนแทนด้วย f_k เป็นแรงเสียดทานที่เกิดขึ้นขณะที่วัตถุกำลังเคลื่อนที่

$$f_k = \mu_k \cdot N$$

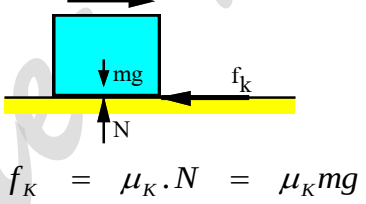
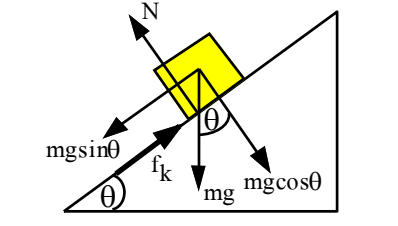
☞ ค่าของ $f_k > f_s$ หรือ $f_k < f_s$ หรือ $f_k = f_s$ ก็ได้ แต่ $f_k < f_{s(max)}$ เสมอ

☞ ค่าของ $\mu_k < \mu_s$ เสมอ

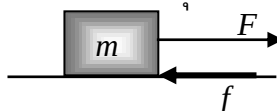
☞ แรงเสียดทานจะขึ้นกับลักษณะและชนิดของผิวสัมผัสกัน

โดยไม่ขึ้นกับขนาดและรูปร่างของพื้นที่ผิวที่สัมผัสกัน และไม่ขึ้นกับความเร็วสัมพัทธ์ของวัตถุที่เคลื่อนผ่านกัน

➤ แรงเสียดทานจลน์ที่ควรทราบ

① วัตถุเคลื่อนที่บนพื้นราบ  $f_k = \mu_k \cdot N = \mu_k mg$	② วัตถุเคลื่อนที่บนพื้นเอียง  $f_k = \mu_k \cdot N = \mu_k mg \cos \theta$
---	--

☞ เมื่อออกแรงดึงวัตถุ แล้ววัตถุจะเคลื่อนที่ได้หรือไม่ จะพิจารณาได้ดังนี้



เมื่อออกแรงดึงวัตถุ แรงนั้นจะทำให้วัตถุเคลื่อนที่ออกไปได้หรือไม่ ให้เปรียบเทียบ $F_{\text{ดึง}}$ กับ $f_{s(max)}$

○ ถ้า $F_{\text{ดึง}} < f_{s(max)}$ สรุปว่า วัตถุจะไม่เคลื่อนที่ (อยู่นิ่ง ๆ) ดังนั้น $f_{\text{ขณะนั้น}} = f_{\text{ขณะใด ๆ}}$

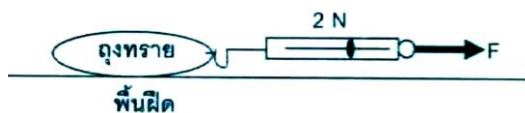
○ ถ้า $F_{\text{ดึง}} = f_{s(max)}$ สรุปว่า วัตถุเริ่มจะเคลื่อนที่ ดังนั้น $f_{\text{ขณะนั้น}} = f_{s(max)}$

○ ถ้า $F_{\text{ดึง}} > f_{s(max)}$ สรุปว่า วัตถุจะเคลื่อนที่ไปได้ ดังนั้น $f_{\text{ขณะนั้น}} = f_k$

มาฝึกโจทย์กันหน่อย

Ex.1 ลูกทรายซึ่งวางอยู่บนพื้นผิวถูกดึงด้วยเครื่องชั่งสปริง เครื่องชั่งดังกล่าวถูกดึงด้วยแรง F ในขณะที่ลูกทรายมีความเร็วคงที่ตาชั่งสปริงอ่านค่าได้ 2 N ข้อใดกล่าวถูกต้อง

1. ลูกทรายถูกดึงด้วยแรงลัพธ์ 2 N
2. แรงเสียดทานจลน์เท่ากับ 2 N
3. แรงเสียดทานจลน์มีค่าน้อยกว่า 2 N
4. ผลต่างระหว่างแรง F และแรงเสียดทานจลน์เท่ากับ 2 N

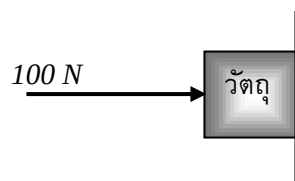


Ex.2 วัตถุหนัก 20 นิวตัน วางอยู่บนพื้นระดับ ที่มีสัมประสิทธิ์ความเสียดทานสถิต 0.5 และสัมประสิทธิ์ความเสียดทานจลน์ 0.3 จงหาแรงเสียดทานที่พื้นกระทำต่อวัตถุนั้น เมื่อมีแรงฉุดวัตถุในแนวขนานกับพื้นซึ่งมีขนาดต่าง ๆ ดังนี้

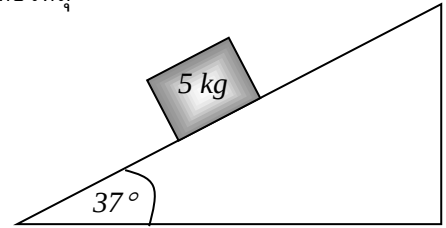
- ก. ถ้าแรงฉุดมีขนาด 8 นิวตัน
- ข. ถ้าแรงฉุดมีขนาด 10 นิวตัน
- ค. ถ้าแรงฉุดมีขนาด 15 นิวตัน

Ex.3 วัตถุมวล m วางอยู่บนผิวทรงกลมขรุขระรัศมี R ณ ตำแหน่งที่ทำมุม θ กับแนวดิ่ง โดยไม่ไถลลงมา ถ้าสัมประสิทธิ์ความเสียดทานระหว่างวัตถุและผิวทรงกลมมีค่า μ แรงเสียดทานของผิวทรงกลมที่กระทำต่อมวล m จะมีค่าเท่าใด

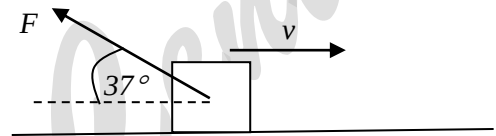
Ex.4 ออกแรง 100 N ในทิศทางกับแนวราบกดวัตถุหนัก 6 นิวตัน ให้ติดอยู่กับกำแพง ถ้าสัมประสิทธิ์ความเสียดทานระหว่างฝ่าผนังกับวัตถุเท่ากับ 0.1 ขณะนั้นแรงเสียดทานที่กำแพงกระทำต่อวัตถุมีค่ากี่นิวตัน



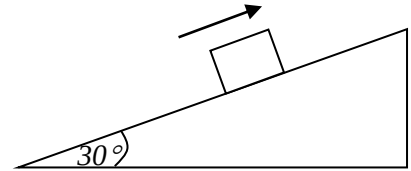
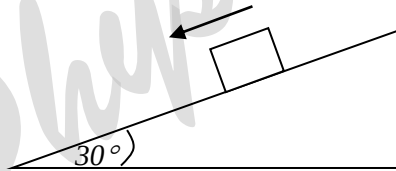
Ex.5 วัตถุมวล 5 kg วางอยู่บนพื้นเอียงซึ่งเอียงทำมุม 37° กับแนวนอน ถ้า สปส.ความเสียดทานสถิตและจลน์ระหว่างวัตถุกับพื้นเอียงเป็น 0.4 และ 0.3 ตามลำดับ จงหาค่าแรงเสียดทานที่พื้นเอียงกระทำต่อวัตถุ



Ex.6 วัตถุมวล 4 kg กำลังเคลื่อนที่ไปในทิศ $+x$ ด้วยอัตราเร็วคงที่ 40 เมตร/วินาที บนพื้นราบ ต่อมาเคลื่อนที่เข้าไปสู่บริเวณที่มีแรงเสียดทานโดยมี สปส.ความเสียดทาน 0.4 และมีแรงกระทำ 50 นิวตัน ในทิศ 37° กับทิศ $-x$ เมื่อสิ้นวินาทีที่ 2 หลังจากแรงกระทำ วัตถุจะมีอัตราเร็วกี่เมตร/วินาที (18)

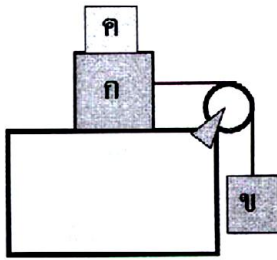


Ex.7 พื้นเอียงทำมุม 30° กับแนวนอนระดับ เมื่อปล่อยให้วัตถุไถลงตามพื้นเอียงจะเคลื่อนที่ลงด้วยความเร่ง 4 m/s^2 ถ้าผลักวัตถุให้เคลื่อนที่ขึ้นพื้นเอียง วัตถุจะเคลื่อนที่ขึ้นด้วยความหน่วงเท่าใด

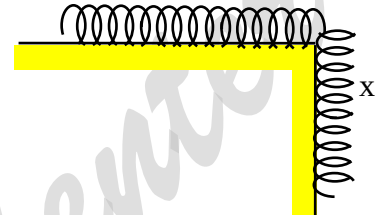


Ex.8 กล่อง 2 kg วางซ้อนอยู่บนกล่องมวล 4 kg ซึ่งทั้งหมดวางอยู่บนพื้นไร้ความเสียดทาน ถ้าสัมประสิทธิ์ความเสียดทานสถิตและสัมประสิทธิ์ความเสียดทานจลน์ระหว่างกล่องทั้งสองมีค่าเท่ากับ 0.4 และ 0.2 ตามลำดับ ต้องออกแรงผลักกล่อง 4 kg ในทิศขนานกับพื้นอย่างน้อยกี่นิวตัน จึงจะทำให้กล่องมวล 2 kg เริ่มไถลไปบนกล่องมวล 4 kg ได้

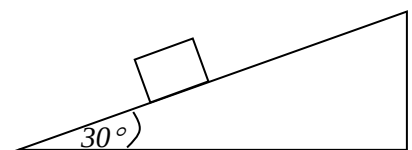
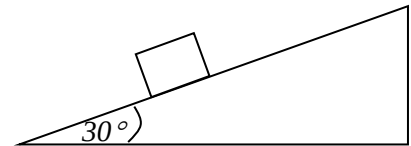
Ex.9 ก้อน ก และ ข มีน้ำหนัก 40 นิวตัน และ 20 นิวตันตามลำดับ ก้อน ค ต้องมีน้ำหนักน้อยที่สุดกี่นิวตันจึงจะไม่ทำให้ ก้อน ก ไถล ถ้าสัมประสิทธิ์ความเสียดทานสถิตระหว่างพื้นโต๊ะกับก้อน ก เป็น 0.2 (60)



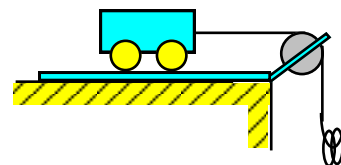
Ex.10 โซ่ยาว L วางพาดบนโต๊ะ ให้ปลายข้างหนึ่งห้อยลงมายาว x สปส.ของความเสียดทานระหว่างโซ่กับโต๊ะเป็น μ อยากทราบว่า x จะต้องยาวอย่างน้อยที่สุดโซ่จึงจะเริ่มไถลลง ตอบในเทอม L, μ



Ex.11 ปลอยให้วัตถุเคลื่อนที่ลงมาตามพื้นเอียงซึ่งทำมุม 30 องศา กับแนวระดับ วัตถุจะเคลื่อนที่ลงด้วยความเร็วคงที่ ถ้าออกแรงดันวัตถุขึ้นบนพื้นเอียงจนกระทั่งมีความเร็ว 10 เมตร/วินาที จึงเอาแรงนั้นออกวัตถุจะเคลื่อนที่ต่อไปจนหยุดนิ่งในเวลากี่วินาทีหลังจากที่ปล่อยแรงออก



Ex.12 ในการทดลองโดยยกรางไม้ขีดเซียงแรงเสียดทานเรียบรื้อแล้ว เมื่อใช้ นอต 2 ตัว รถจะเคลื่อนที่ด้วยความเร่ง 0.5 เมตร/วินาที² ถ้าใช้นอต 5 ตัว รถจะเคลื่อนที่ด้วยความเร่งกี่เมตร/วินาที²

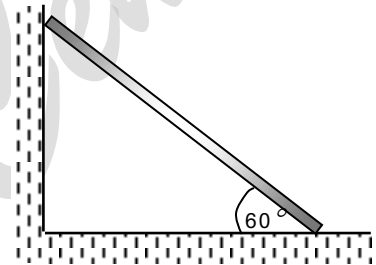


2. สรุปสิ่งที่ควรทราบ

หลักการคำนวณโจทย์เมื่อวัตถุอยู่ในสมดุลสมบูรณ์

1. วาดรูปแล้วเขียนแรงต่าง ๆ ที่กระทำต่อวัตถุ และระยะทางตามโจทย์กำหนด
2. แยกแรงเข้าแนวราบและแนวตั้ง
3. คำนวณจากสูตร โดยแต่ละข้อจะใช้สูตรในการคำนวณมากที่สุดไม่เกิน 3 สูตร ดังนี้
 - 3.1 แนวแกน x (แนวราบ) $\Sigma \vec{F}_x = 0$ หรือ แรงซ้าย = แรงขวา
 - 3.2 แนวแกน y (แนวตั้ง) $\Sigma \vec{F}_y = 0$ หรือ แรงขึ้น = แรงลง
 - 3.3 สมดุลต่อการหมุน $\Sigma \vec{M} = 0$ หรือ $M_{ทวน} = M_{ตาม}$
4. แก่สมการหาค่าตัวแปรที่โจทย์ต้องการ

Ex.13 คานส่วาเสมอมวล 4 กิโลกรัม วางหนึ่งพิงกำแพงเกลี้ยง โดยทำมุม 60° กับแนวระดับ พื้นห้องมีสป.ความเสียดทาน 0.5 จงหาแรงเสียดทานที่พื้นกระทำต่อคานขณะนั้น



Ex.14 ในการออกแบบรถยนต์ ให้รถยนต์มีการเคลื่อนที่โดยการขับเคลื่อนล้อหน้าหรือล้อหลังอย่างใดอย่างหนึ่ง ถ้ารถมีมวล m น้ำหนักรถตกห่างล้อหลังเท่ากับ 0.4 เมตร ตกห่างล้อหน้า 0.6 เมตร จงหาว่าแรงเสียดทาน (f) ของรถที่มีความเร่งมากที่สุดมีลักษณะเป็นดังรูปข้อใด ถ้าให้แรงเสียดทานกลิ้งของล้อที่ไม่ได้ขับเคลื่อนมีค่าน้อยมากจนละทิ้งได้ (2)

1.



2.



3.

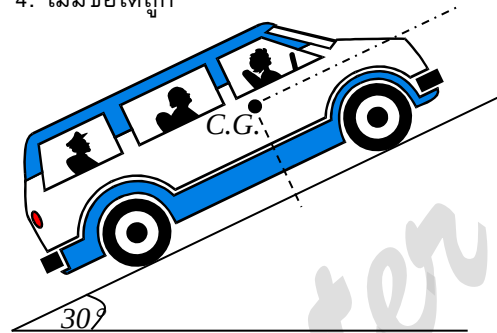
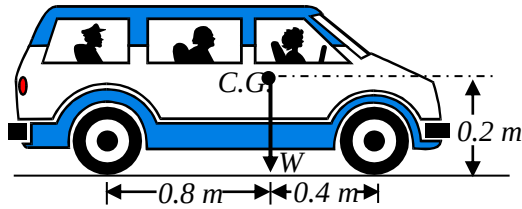


4.

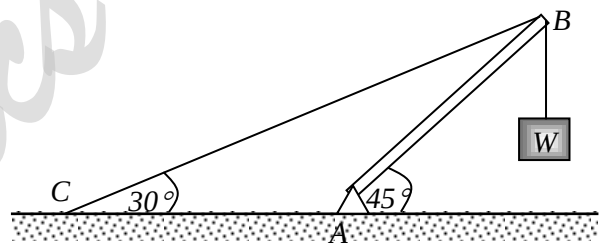


Ex.15 รถยนต์คันหนึ่งมีระยะระหว่างล้อหน้ากับล้อหลังเป็น 1.2 เมตร มีจุดศูนย์กลางของรถอยู่ที่จุดซึ่งเมื่อรถจอดอยู่บนพื้นราบ วัดได้ดังรูป ล้อหน้าและล้อหลังใช้ยางขนาดเดียวกัน เมื่อเอาไปวิ่งขึ้นเนินที่มีความชันเทียบกับพื้นราบเป็น 30° อยากทราบว่าควรจะเลือกขับเคลื่อนด้วยล้อหน้าหรือล้อหลัง เพื่อให้ได้อัตราเร่งขึ้นเนินดีที่สุด (1)

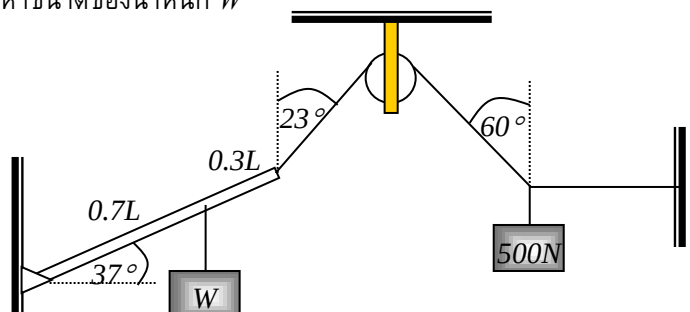
1. ขับเคลื่อนด้วยล้อหน้าจะเร่งได้ดีกว่า
2. ขับเคลื่อนด้วยล้อหลังจะเร่งได้ดีกว่า
3. ขับเคลื่อนด้วยล้อหน้าหรือล้อหลังก็ได้ จะให้ความเร่งเท่ากัน
4. ไม่มีข้อใดถูก



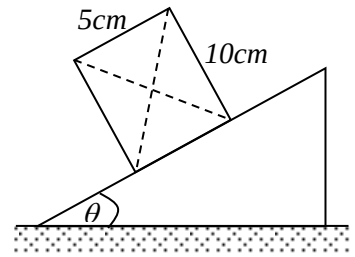
Ex.16 AB เป็นคานาที่ตรึงไว้ที่ A ลวด BC ดึงน้ำหนัก โดยมีคานาสม่เสมอค้ำยันไว้ ถ้าคานามีมวล 20 กิโลกรัม และ W มีมวล 100 กิโลกรัม ดังรูป จงหาแรงดึงในเส้นลวด BC (3003.16)



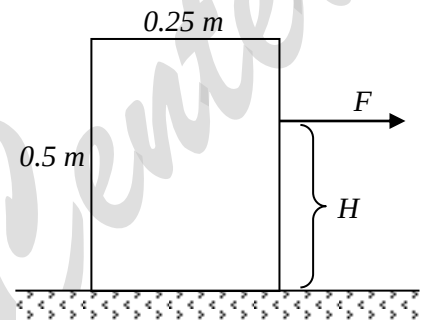
Ex.17 คานาในรูปมีน้ำหนักน้อยมาก ถ้าระบบอยู่ในสมดุล จงหาขนาดของน้ำหนัก W



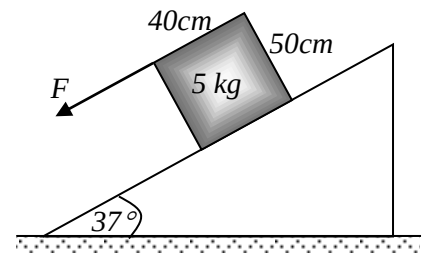
Ex.18 กล้องใบหนึ่งหนัก 100 นิวตัน กว้าง 5 ซม. และ สูง 10 ซม. วางอยู่บนพื้นเอียงที่ปรับค่ามุม θ ได้ พื้นเอียงมีสัมประสิทธิ์ความเสียดทาน 0.45 ถ้าค่อย ๆ ปรับค่ามุม θ ให้เพิ่มขึ้นเรื่อย ๆ จงหาว่าวัตถุจะลื่นก่อนหรือไถลก่อน ที่มุม θ ประมาณกี่องศา



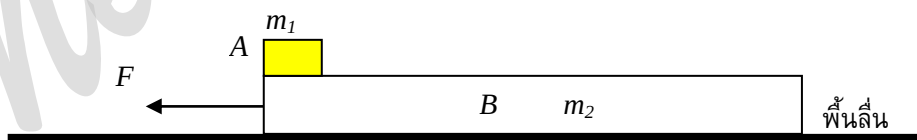
Ex.19 กล้องหนัก 25 นิวตัน กว้าง 0.25 เมตร สูง 0.5 เมตร วางอยู่บนพื้นระดับที่มี สปส.ความเสียดทาน 0.4 มีแรง F ลากกล้องในแนวระดับให้เคลื่อนที่ด้วยความเร่ง 2 m/s^2 จงหาค่า H ที่มากที่สุดที่กล้องไม่ลื่น (0.29 เมตร)



Ex.20 กล้องใบหนึ่งมีมวล 5.0 กิโลกรัม มีฐานกว้าง 40.0 เซนติเมตร และสูง 50.0 เซนติเมตร ถูกปล่อยให้ไถลลงมาตามพื้นเอียงลื่น ถ้าออกแรง F ดึงที่ผิวบนของกล้องในแนวขนานกับพื้นเอียงดังรูป แรงนี้มีขนาดมากที่สุดกี่นิวตัน จึงจะทำให้กล้องไม่ลื่นคว่ำลงมา



Ex.21 จากรูป กำหนดให้ A และ B มีมวล $m_1 = 1 \text{ kg}$, $m_2 = 1 \text{ kg}$ ทั้งคู่ แผ่นวัตถุ B ยาว 85 cm และ สปส.ความเสียดทานระหว่างวัตถุ A และ B มีค่าเป็น 0.25 เมื่อเริ่มต้น A อยู่หนึ่งทางปลายซ้ายของ B ต่อมาดึง B ด้วยแรงคงที่ $F = 10 \text{ N}$ จะต้องดึงอยู่นานเท่าใด A จึงจะหลุดตกจากปลายขวาของ B ใช้ $g = 9.8 \text{ m/s}^2$



3. สรุปสิ่งที่ควรทราบ

การเคลื่อนที่แบบหมุน (Rotation)

✍ การกระจัดเชิงมุม (θ) คือ มุมที่วัตถุหมุนกวาดไปได้ทั้งหมด มีหน่วยเป็น เรเดียน

การกระจัดเชิงมุมเป็นปริมาณเวกเตอร์ หาทิศได้จากการใช้มือขวาทำรอบแกนหมุน ให้นิ้วทั้งสี่ชี้ไปทางเดียวกับทิศการหมุน นิ้วหัวแม่มือขวาที่ทาบไปตามแกนหมุนจะชี้เป็นทิศของการกระจัดเชิงมุม

➢ สำหรับความยาวส่วนโค้งที่วัตถุหมุนไปได้ เรียกว่า การกระจัดเชิงเส้น (S)

✍ ความเร็วเชิงมุม (ω) คือ การกระจัดเชิงมุมที่วัตถุหมุนได้ใน 1 วินาที มีหน่วย เรเดียน/วินาที

$$\omega = \frac{\theta}{t}$$

ความเร็วเชิงมุมเป็นปริมาณเวกเตอร์ มีทิศเดียวกับทิศของการกระจัดเชิงมุม

➢ สำหรับความเร็วที่มีทิศสัมผัสกับวงกลมการหมุน เรียกว่า ความเร็วเชิงเส้น (v)

✍ ความเร่งเชิงมุม (α) คือ ความเร็วเชิงมุมที่เปลี่ยนไปใน 1 วินาที มีหน่วย เรเดียน/วินาที²

$$\alpha = \frac{\Delta \omega}{t} = \frac{\omega - \omega_0}{t}$$

➢ สำหรับความเร่งที่มีทิศสัมผัสกับวงกลมการหมุน เรียกว่า ความเร่งเชิงเส้น (a หรือ a_T)

ความสัมพันธ์ระหว่างปริมาณเชิงเส้นกับปริมาณเชิงมุม

ปริมาณ	ปริมาณเชิงเส้น	ปริมาณเชิงมุม	ความสัมพันธ์
การกระจัด	S	θ	$S = \theta.R$
ความเร็ว	v	ω	$v = \omega.R$
ความเร่ง	a	α	$a = \alpha.R$

โมเมนต์ความเฉื่อย (Moment of inertia)

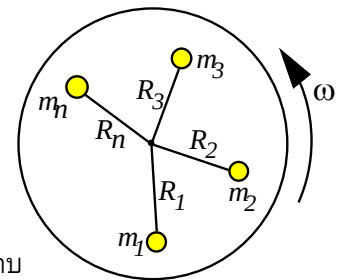
โมเมนต์ความเฉื่อย (I) เป็นความเฉื่อยของวัตถุที่มีการเคลื่อนที่แบบหมุน

$$I = m_1 R_1^2 + m_2 R_2^2 + m_3 R_3^2 + \dots$$

$$= \Sigma m R^2$$

โมเมนต์ความเฉื่อยเป็นปริมาณสเกลาร์ มีหน่วย $kg.m^2$

➢ โมเมนต์ความเฉื่อยรอบแกนที่ผ่านจุดศูนย์กลางมวลของวัตถุบางชนิดที่ควรทราบ

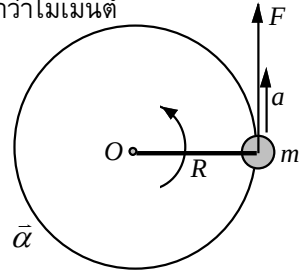


ทรงกลมตัน $I_{cm} = \frac{2}{5} MR^2$	ทรงกระบอกตัน $I_{cm} = \frac{1}{2} MR^2$	คานลำเลมอ $I_{cm} = \frac{1}{12} ML^2$
ทรงกลมกลวง $I_{cm} = \frac{2}{3} MR^2$	ทรงกระบอกกลวงผิวบางหรือวงแหวน $I_{cm} = MR^2$	แผ่นโลหะกลม $I_{cm} = \frac{1}{2} MR^2$

ทอร์ก (Torque)

ทอร์กมีความหมายเดียวกับโมเมนต์ (ทางฟิสิกส์นิยมใช้คำว่าทอร์ก ส่วนทางวิศวกรรมใช้คำว่าโมเมนต์)
สูตรการคำนวณหาทอร์กที่เกิดขึ้น

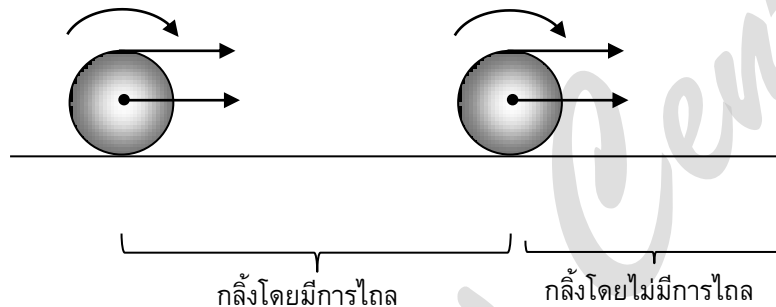
- ๑ ทอร์ก $\vec{\tau} = \text{แรง} \times \text{ระยะทางที่ลากจากจุดหมุนมาตั้งฉากกับแนวแรง}$
- ๒ $\vec{\tau} = I\vec{\alpha}$ เมื่อ $I = \Sigma mR^2$



➢ ทอร์ก $\vec{\tau}$ เป็นปริมาณเวกเตอร์ ทิศของทอร์ก จะมีทิศทางเดียวกับทิศของความเร็วเชิงมุม $\vec{\alpha}$
ถ้ามีทอร์กกระทำต่อวัตถุหลายค่า ต้องพิจารณาด้วยทอร์กลัพธ์ เขียนใหม่ได้ดังนี้

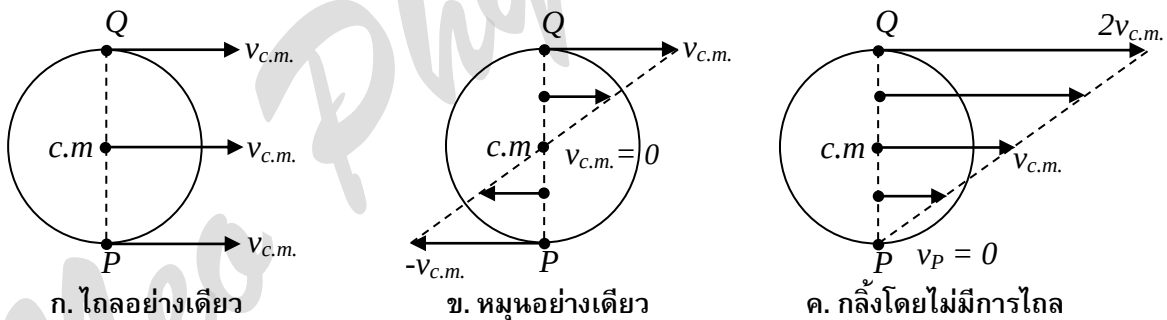
$$\Sigma \vec{\tau} = I\vec{\alpha} \quad \text{เมื่อ} \quad I = \Sigma mR^2$$

✍ ถ้าวัตถุมีการหมุนรอบจุด c.m. และจุด c.m. มีการเคลื่อนที่ไปจากเดิมด้วย เรียกว่า **วัตถุเคลื่อนที่แบบกลิ้ง**

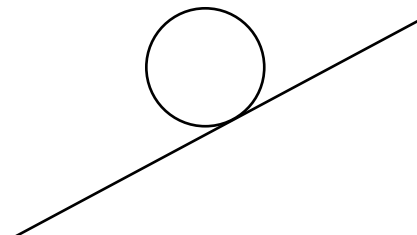
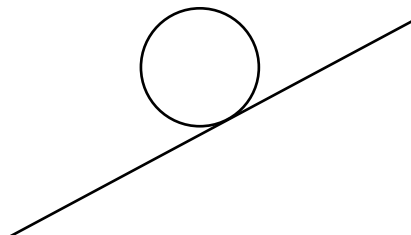


- ถ้าวัตถุกลิ้งโดยมีการลื่นไถล จะได้ว่า $V_{\text{เชิงเส้น(หมุน)}} < V_{\text{cm(เลื่อน)}}$
- ถ้าวัตถุกลิ้งโดยไม่มีการลื่นไถล จะได้ว่า $V_{\text{เชิงเส้น(หมุน)}} = V_{\text{cm(เลื่อน)}}$

การรวมกันได้ของการเคลื่อนที่เปลี่ยนตำแหน่ง และการเคลื่อนที่หมุนของวัตถุ



- จงเขียนทิศของแรงเสียดทานที่พื้นเอียงกระทำต่อวัตถุ เมื่อวัตถุกลิ้งโดยไม่มีการไถล
- ก. วัตถุกลิ้งลง
- ข. วัตถุกลิ้งขึ้น

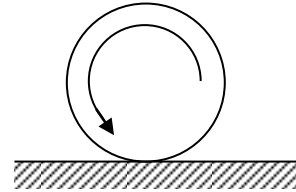


มาฝึกโจทย์กันหน่อย

Ex.22 เหรียญถูกกลิ้งไปบนพื้นที่มีความฝืดอย่างเป็นอิสระ โดยไม่มีการ

ไถล ตามรูป ทิศทางของแรงเสียดทานที่พื้น จะไปในทิศทางใด

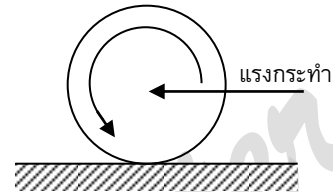
1. ไปทางซ้าย
2. ไปทางขวา
3. ไม่มีแรงเสียดทาน
4. ไม่มีข้อมูลพอที่จะแก้ปัญหาได้



Ex.23 เหรียญถูกกลิ้งไปบนพื้นที่มีความฝืดอย่างเป็นอิสระ โดยไม่มีการ

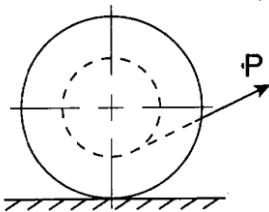
ไถล ตามรูป ทิศทางของแรงเสียดทานที่พื้นจะไปในทิศทางใด

1. ไปทางซ้าย
2. ไปทางขวา
3. ไม่มีแรงเสียดทาน
4. ไม่มีข้อมูลพอที่จะแก้ปัญหาได้



Ex.24 ล้อแบบมีแกน มีเชือกพันรอบลูกดิ่งด้วยแรง P ตามรูป

1. ล้อจะไม่เคลื่อนที่
2. ล้อจะไถลไปทางขวามือโดยไม่หมุน
3. ล้อจะกลิ้งตามเข็มนาฬิกาไปทางขวามือ
4. ล้อจะกลิ้งทวนเข็มนาฬิกาไปทางซ้ายมือ

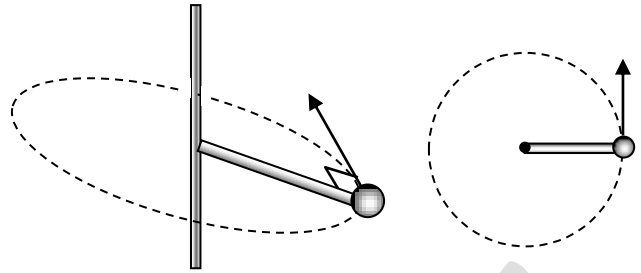


Ex.25 ออกแรง 12 นิวตัน ดึงเชือกที่พันรอบล้อซึ่งมีรัศมี 30 เซนติเมตร จากหยุดนิ่งด้วยความเร่งเชิงมุมคงที่ เมื่อสิ้นเวลา 5 วินาที พบว่าล้อมีอัตราเร็วเชิงมุม 40 เรเดียน/วินาที ล้อนี้อมีโมเมนต์ความเฉื่อยเท่าไรในหน่วยกิโลกรัม-เมตร²

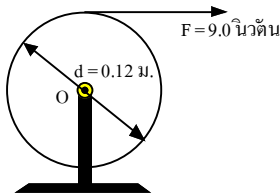
Ex.26 มวลเล็ก ๆ ขนาด m และ $3m$ เสียบติดไว้ที่ปลายก้านโลหะยาว $2r$ เมื่อนำจุดกึ่งกลางของก้านโลหะไปวางไว้บนจุดหมุนดังรูป แล้วปล่อยจากสภาพหยุดนิ่งในแนวระดับ ขนาดความเร่งของมวล $3m$ ทันทีที่ปล่อยเป็นเท่าใดในหน่วยเมตร/วินาที²



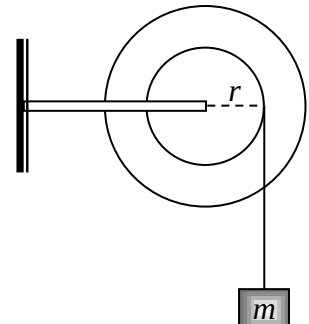
Ex.27 อนุภาคมวล 50 กรัม ยึดติดกับปลายข้างหนึ่งของแท่งคานเบา ยาว 80 เซนติเมตร ส่วนอีกปลายหนึ่งของคานตรึงไว้กับเสาต้นหนึ่งเมื่อหมุนคานรอบเสาอย่างอิสระโดยมีแรง 0.2 นิวตัน กระทำต่อวัตถุในแนวตั้งฉากกับคาน จงหาว่าจะต้องหมุนคานจากหยุดนิ่งไปเป็นเวลานานเท่าใด อนุภาคจึงจะมีความเร็วเชิงมุมเป็น 4 รอบ/วินาที (5.03 วินาที)



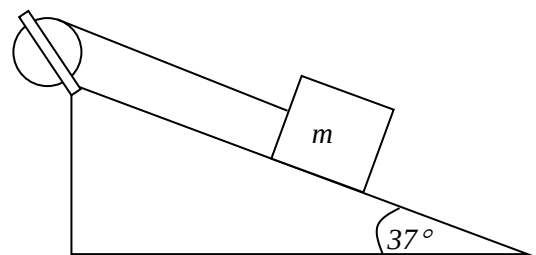
Ex.28 ทรงกระบอกเส้นผ่านศูนย์กลาง 0.12 เมตร เมื่อดึงเชือกที่พันรอบทรงกระบอกด้วยแรง 9.0 นิวตัน พบว่าเชือกมีความเร่ง 0.36 เมตรต่อ(วินาที)² จงหาโมเมนต์ความเฉื่อยของทรงกระบอก (0.09 kg.m^2)



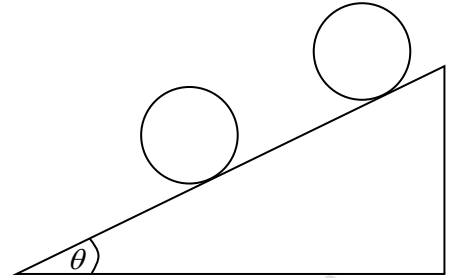
Ex.29 ถ้าล้อมีโมเมนต์ความเฉื่อย I ถูกยึดไว้ให้หมุนรอบแกนได้สะดวกโดยไม่มีแรงเสียดทาน มวล m ผูกไว้ด้วยเชือกที่พันรอบเพลารัศมี r จะได้ความเร่งเชิงมุมของล้อเท่าใด ($\frac{mgr}{I + mr^2}$)



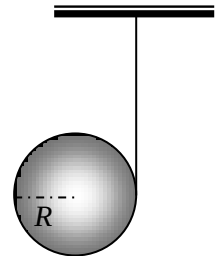
Ex.30 รอกมวล 20 kg มีรัศมี 0.2 เมตร วัตถุวางอยู่บนพื้นเอียงซึ่งเอียงทำมุม 37° กับแนวราบ สปส.ความเสียดทานระหว่างมวลกับพื้นเอียงเป็น 0.25 มีเชือกโยงมวล $m = 5 \text{ kg}$ ไปพันรอบรอก จงหาความเร่งของมวล m และความตึงเชือก กำหนดโมเมนต์ความเฉื่อยของรอกเป็น $\frac{1}{4} mR^2$



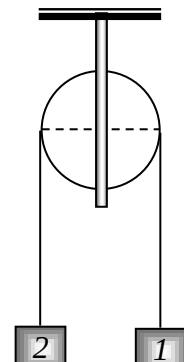
Ex31 ทรงกลมตันมวล M มีรัศมี R มีโมเมนต์ความเฉื่อยรอบจุดศูนย์กลางเป็น $\frac{2}{5} MR^2$ กำลังลงมาตามพื้นเอียงซึ่งเอียงทำมุม θ กับแนวนอน ถ้าทรงกลมกลิ้งโดยไม่มีการไถล จงหาความเร่งของจุดศูนย์กลางมวลของทรงกลม และแรงเสียดทาน



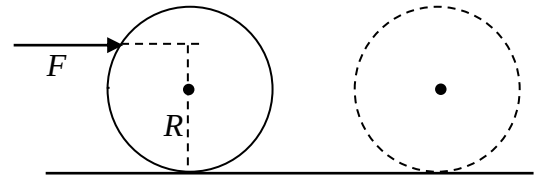
Ex.32 จากรูปแผ่นวงกลมรัศมี R มีมวล M มีโมเมนต์ความเฉื่อยตามสมการ $I = \frac{1}{2} MR^2$ ปล่อยให้เคลื่อนที่ลงมาในแนวตั้ง โดยมีเชือกพันหลายรอบบนขอบของจานนี้ จงหาแรงตึงในเส้นเชือก ความเร่งเชิงมุมของจานรอบจุด c.g. และความเร่งเชิงเส้น



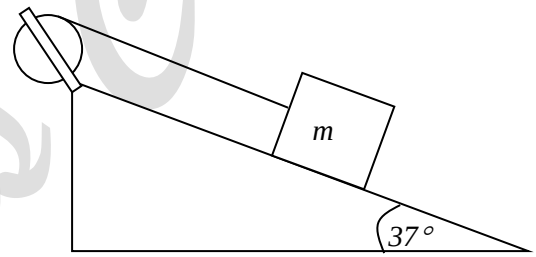
Ex.33 รอกมวล 1 กิโลกรัม มีรัศมี 10 เซนติเมตร ยึดติดกับเพดานไว้ มีเชือกเบาที่ไม่ยืดคล้องผ่าน แล้วนำวัตถุที่มีมวล 1 และ 2 กิโลกรัม แขนงไว้ที่ปลายเชือกคนละข้าง เมื่อปล่อยให้เคลื่อนที่ จงหาความเร่งของวัตถุที่เคลื่อนที่ เมื่อโมเมนต์ความเฉื่อยของรอกมีค่าเป็นตามสมการ $I = \frac{1}{2} MR^2$ (2.8 เมตร/วินาที²)



Ex.34 ในการแข่งขันสโนูกเกอร์นัดหนึ่ง ต้อง คีษย์น้อย ออกแรงแทงลูกสโนูกเกอร์ที่มีรัศมี R ด้วยแรงในแนวราบขนาด F จงหาว่า เขาจะต้องออกแรงกระทำต่อลูกสโนูกเกอร์ ณ ตำแหน่งที่สูงจากพื้นโต๊ะเท่าใด จึงจะไม่เกิดแรงเสียดทานจากพื้นกระทำต่อลูกสโนูกเกอร์ กำหนดโมเมนต์ความเฉื่อยของลูกสโนูกเกอร์มีสมการ $I = \frac{2}{5}MR^2$ ($\frac{7R}{5}$)



Ex.35 รอกมวล 20 kg มีรัศมี 0.2 เมตร วัตถุวางอยู่บนพื้นเอียงซึ่งเอียงทำมุม 37° กับแนวนอน สปริงความเสียดทานระหว่างมวลกับพื้นเอียงเป็น 0.25 มีเชือกโยงมวล $m = 5\text{ kg}$ ไปพันรอบรอก จงหาความเร่งของมวล m และความตึงเชือก กำหนดโมเมนต์ความเฉื่อยของรอกเป็น $\frac{1}{4}mR^2$



Ex.36 ระบบรอกดังรูป มีค่าโมเมนต์ความเฉื่อย $I = 1.7 \text{ kg.m}^2$ โดยที่ $r_1 = 50 \text{ cm}$. และ $r_2 = 20 \text{ cm}$. จงหาความเร่งเชิงมุมของระบบรอก และแรงตึงเชือกแต่ละข้าง

