

คณิตศาสตร์
ติวเข้ม เติมเต็มความรู้
เรื่อง ฟังก์ชันเอกซ์โพเนนเชียล และลอการิทึม

ข้อ 1 ตอบ 66

ข้อ 2 ตอบ 8

ข้อ 3 ตอบ 34

ข้อ 4 ตอบ 126

$$\begin{aligned}\text{จาก } 3(9 + 3^{|x|+|x+4|}) &= 3^{|x+4|} + 3^{|x|+4} \\ 27 + 3 \cdot 3^{|x|} \cdot 3^{|x+4|} - 3^{|x+4|} - 3^{|x|} \cdot 3^4 &= 0 \\ 3^{|x+4|}(3 \cdot 3^{|x|} - 1) - 27(3^{|x|} \cdot 3 - 1) &= 0 \\ (3^{|x|+1} - 1)(3^{|x+4|} - 27) &= 0\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}\text{จะได้ } 3^{|x|+1} - 1 &= 0 & \text{หรือ} & & 3^{|x+4|} - 27 &= 0 \\ 3^{|x|+1} &= 1 & & & 3^{|x+4|} &= 27 \\ |x|+1 &= 0 & & & |x+4| &= 3 \\ |x| &= -1 & & & x+4 &= 3, -3 \\ \text{สมการนี้ไม่มีคำตอบ} & & & & \therefore x &= -1, -7\end{aligned}$$

$$\text{ดังนั้น } A = \{-1, -7\} \rightarrow B = \{59+1, 59+7\} = \{60, 66\}$$

$$\therefore \text{ ผลบวกสมาชิกใน B คือ } 60 + 66 = 126$$

ข้อ 5 ตอบ 2

ข้อ 6 ตอบ 1

ข้อ 7 ตอบ 3

ข้อ 8 ตอบ 3

ข้อ 9 ตอบ 729

ข้อ 10 ตอบ 1

ข้อ 11 ตอบ 2

จากโจทย์ให้ $\log_3 x = A$, $2^y = B$

จาก $3\log_3 x - 2^y = 10 \rightarrow 3A - B = 10 \rightarrow \boxed{B = 3A - 10}$ ———(1)

จาก $2^y \log_3 x = \log_3 x + 2^y \cdot 2^1$

$BA = A + 2B$ ———(2) , แทน (1) ใน (2) จะได้

$(3A - 10)A = A + 2(3A - 10)$

$3A^2 - 10A = A + 6A - 20$

$3A^2 - 17A + 20 = 0$

$(3A - 5)(A - 4) = 0 \rightarrow A = \frac{5}{3} , 4$

แทนใน (1) , ถ้า $A = \frac{5}{3}$ จะได้ $B = -5$ แต่ $B = 2^y$ ดังนั้น -5 ใช้ไม่ได้

$\boxed{\text{ถ้า } A = 4 \text{ จะได้ } B = 2}$



ทำต่อได้ $\log_3 x = 4$ และ $2^y = 2$

$\therefore x = 3^4 = 81$ $\therefore y = 1$

$\therefore xy = (81)(1) = 81$

ข้อ 12 ตอบ 3

ข้อ 13 ตอบ 3

ข้อ 14 ตอบ 32

$$L(n) = \log_{2^n} \left(a^{\frac{1}{n}} \right) = \frac{1}{n^2} (\log_2 a)$$

$$\frac{1}{L(n)} = \frac{n^2}{\log_2 a} = n^2 \log_a 2$$

จาก $\frac{1}{L(1)} + \frac{1}{L(2)} + \cdots + \frac{1}{L(10)} = 77$

$$1^2 \log_a 2 + 2^2 \log_a 2 + \cdots + 10^2 \log_a 2 = 77$$

$$(1^2 + 2^2 + \cdots + 10^2) \log_a 2 = 77$$

$$\frac{10}{6} (10+1)(20+1) \log_a 2 = 77$$

$$\log_a 2 = \frac{1}{5} \rightarrow \log_2 a = 5$$

$$\therefore a = 2^5 = 32$$

ข้อ 15 ตอบ 2

ข้อ 16 ตอบ 2

จาก $\log_a(b-2) = \log_{\sqrt{a}} \sqrt{3} + \log_{a^2}(b+2)$

$$\log_a(b-2) = \log_{\frac{1}{a^2}} 3^{\frac{1}{2}} + \frac{1}{2} \log_a(b+2)$$

$$\log_a(b-2) = \log_a 3 + \log_a(b+2)^{\frac{1}{2}}$$

$$\log_a(b-2) = \log_a \left[3(b+2)^{\frac{1}{2}} \right]$$

$$(b-2) = 3(b+2)^{\frac{1}{2}}$$

$$b^2 - 4b + 4 = 9(b+2)$$

$$b^2 - 13b - 14 = 0$$

$$(b-14)(b+1) = 0$$

$$\therefore b = 14, (-1)$$

ใช้ไม่ได้

จาก $(\log_b a)^2 (\log_a b) = 1 + \log_{\frac{1}{a^2}} b$

$$(\log_b a) = 1 + 2 \log_a b$$

ให้ $\log_b a = M$, $\log_a b = \frac{1}{M}$ จะได้

$$M = 1 + \frac{2}{M}$$

$$M^2 = M + 2$$

$$M^2 - M - 2 = 0$$

$$(M-2)(M+1) = 0 \rightarrow M = 2, -1$$

จะได้ $\log_b a = 2, -1$

$$a = b^2, b^{-1} \text{ แทน } b = 14$$

$$\therefore a = 14^2, (14^{-1}) \text{ ใช้ไม่ได้ เพราะโจทย์บอก } b > 2$$

$$\therefore a+b = 14^2 + 14 = 210$$

ข้อ 17 ตอบ 4.5

ข้อ 18 ตอบ 2

$$3^{2x+10} - 4(3^{x+6}) + 27 \leq 0$$

$$3^{2(x+5)} - 4(3^{x+5})(3^1) + 27 \leq 0, \quad \text{ให้ } 3^{x+5} = M$$

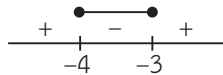
$$M^2 - 12M + 27 \leq 0$$

$$(M-9)(M-3) \leq 0$$

$$(3^{x+5} - 9)(3^{x+5} - 3) \leq 0$$

$$\text{ให้ } 3^{x+5} - 9 = 0 \rightarrow 3^{x+5} = 9 \rightarrow x+5 = 2 \rightarrow x = -3$$

$$3^{x+5} - 3 = 0 \rightarrow 3^{x+5} = 3 \rightarrow x+5 = 1 \rightarrow x = -4$$



$$\therefore A = [-4, -3]$$

ข้อ 19 ตอบ 1

$$25^{-x^2-4x+3} \leq \left(\frac{1}{125}\right)^{x+2}$$

$$(5^2)^{-x^2-4x+3} \leq (5^{-3})^{x+2}$$

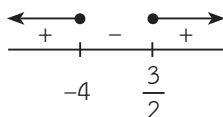
$$5^{-2x^2-8x+6} \leq 5^{-3x-6}$$

$$-2x^2 - 8x + 6 \leq -3x - 6$$

$$0 \leq 2x^2 + 5x - 12$$

$$2x^2 + 5x - 12 \geq 0$$

$$(2x-3)(x+4) \geq 0$$



$$\therefore x \in (-\infty, -4] \cup \left[\frac{3}{2}, \infty\right)$$

ข้อ 20 ตอบ 1

$$\text{จาก } \frac{\cos 2x - 2\sin^2 x}{4\cos^2 x - 3} = \frac{(1 - 2\sin^2 x) - 2\sin^2 x}{4(1 - \sin^2 x) - 3} = \frac{1 - 4\sin^2 x}{1 - 4\sin^2 x} = 1$$

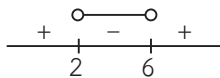
จากโจทย์จะได้

$$\log_{0.5}[(x-3)(x-5)] > \log_{0.5} 3^1$$

$$x^2 - 8x + 15 < 3$$

$$x^2 - 8x + 12 < 0$$

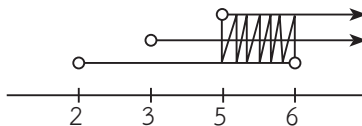
$$(x-6)(x-2) < 0$$



เงื่อนไข $x - 3 > 0$ และ $x - 5 > 0$

$$\therefore x > 3 \quad \therefore x > 5$$

นำคำตอบที่ปลด log Intersect กับ เงื่อนไข



$$\therefore x \in (5, 6)$$

แต่เซต A โจทย์กำหนด $x \in I$ ด้วย

ดังนั้น $A = \emptyset \quad \therefore n(A) = 0$

ข้อ 21 ตอบ 3

$$\text{จาก } \log_2 x + \log_4 y + \log_4 z = 2 \rightarrow \log_2 x + \frac{1}{2} \log_2 y + \frac{1}{2} \log_2 z = 2$$

$$2 \log_2 x + \log_2 y + \log_2 z = 4 \rightarrow \log_2 (x^2 y z) = 4 \rightarrow x^2 y z = 2^4 \text{ ——(1)}$$

$$\text{จาก } \log_3 y + \log_9 z + \log_9 x = 2 \rightarrow \log_3 y + \frac{1}{2} \log_3 z + \frac{1}{2} \log_3 x = 2$$

$$2 \log_3 y + \log_3 z + \log_3 x = 4 \rightarrow \log_3 (y^2 z x) = 4 \rightarrow y^2 z x = 3^4 \text{ ——(2)}$$

$$\text{จาก } \log_4 z + \log_{16} x + \log_{16} y = 2 \rightarrow \log_4 z + \frac{1}{2} \log_4 x + \frac{1}{2} \log_4 y = 2$$

$$2 \log_4 z + \log_4 x + \log_4 y = 4 \rightarrow \log_4 (z^2 x y) = 4 \rightarrow z^2 x y = 4^4 \text{ ——(3)}$$

$$(1) \times (2) \times (3), \quad x^4 y^4 z^4 = 2^4 3^4 4^4 \rightarrow x y z = 24 \text{ ——(4)}$$

$$\frac{(1)}{(4)}, \quad x = \frac{16}{24} \rightarrow \frac{(2)}{(4)}, \quad y = \frac{81}{24} \rightarrow \frac{(3)}{(4)}, \quad z = \frac{256}{24}$$

$$\therefore 15x + 8y + 3z = 15\left(\frac{16}{24}\right) + 8\left(\frac{81}{24}\right) + 3\left(\frac{256}{24}\right) = 69$$

ข้อ 22 ตอบ 4

$$\text{จาก } 1 < m < r, \quad a > 1, \quad B > 1$$

$$\text{ถ้า } m < r \text{ แล้ว } a^m < a^r$$

$$\text{และ } a^m = b^n, \quad a^r = b^s \text{ จะได้ } b^n < b^s \quad \therefore n < s$$

$$\text{จาก } m < r \text{ และ } n < s \text{ ดังนั้น } m + n < r + s \quad \therefore \text{ก. ถูก}$$

$$\text{จาก } m < r \text{ และ } n < s \text{ และทุกตัวเป็นจำนวนเต็มบวก}$$

$$\text{ดังนั้น } m^n < r^s \quad \therefore \text{ข. ถูก}$$

$$\text{จาก } n < s \rightarrow \frac{n}{s} < 1 \text{ เป็น exponential ฟังก์ชันลด}$$

$$\text{ถ้า } m < r \text{ แล้ว } \left(\frac{n}{s}\right)^m > \left(\frac{n}{s}\right)^r \quad \therefore \text{ค. ถูก}$$