วิธีเรียงสับเปลี่ยน และวิธีจัดหมู่

1. กฎเกณฑ์เบื้องต้นเกี่ยวกับการนับ

ในการทำงานใด ๆ ซึ่งแบ่งเป็น k ขั้นตอน โดยขั้นที่ 1 เลือกทำงานได้ n_1 วิธี ในแต่ละวิธีของการทำงานในขั้นตอนที่ 1 เลือกทำงานในขั้นตอนที่สอง ได้ n_2 วิธี เป็นเช่นนี้ไปเรื่อย ๆ จนถึงขั้นตอนที่ k ซึ่งมีวิธีเลือกทำงานได้ n_k วิธี ดังนั้นสรุปได้ว่า

จำนวนวิธีทำงาน ทั้ง k ขั้นตอน = $n_1 \times n_2 \times n_3 \times \ldots \times n_k$ วิธี

ตัวอย่าง 1 ในการเลือกไพ่ 1 ใบจากสำรับ ให้ได้แต้ม 4 หรือแต้ม 5 มีวิธีเลือกกี่วิธี

ตัวอย่าง 2 ในการเลือกไพ่ 2 ใบจากสำรับ ให้ได้แต้ม 4 และแต้ม 5 มีวิธีเลือกกี่วิธี

การหาจำนวนที่หารจำนวนเต็มบวกลงตัว

ให้ N เป็นจำนวนเต็มบวกใด ๆ เราสามารถเขียน N ให้อยู่ในรูปผลคูณของจำนวนเฉพาะได้ ดังนี้

$N = P_1^{C_1} . P_2^{C_2} . P_3^{C_3} . \ldots . P_k^{C_k}$ เมื่อ $P_1 < P_2 < P_3 < \ldots < P_k$ เป็นจำนวนเฉพาะ
และ $C_1, C_2, C_3, \ldots, C_k$ เป็นจำนวนเต็มบวก

สามารถสรุปได้ดังนี้

1. มีจำนวนนับที่หาร N ลงตัว เท่ากับ $(C_1 + 1)(C_2 + 1)(C_3 + 1) \ldots (C_k + 1)$ จำนวน
2. มีจำนวนเต็มที่หาร N ลงตัว เท่ากับ $2(C_1 + 1)(C_2 + 1)(C_3 + 1) \ldots (C_k + 1)$ จำนวน
3. มีจำนวนนับที่ไม่ใช่จำนวนเฉพาะที่หาร N ลงตัว เท่ากับ $(C_1 + 1)(C_2 + 1)(C_3 + 1) \ldots (C_k + 1)$ จำนวน

ตัวอย่าง 3 มีจำนวนนับกี่จำนวนที่หาร 100 ลงตัว

ตัวอย่าง 4 มีจำนวนนับกี่จำนวนที่หาร 210 ลงตัว

ตัวอย่าง 5 กำหนด $N = 2^3 \times 3^4 \times 4^5 \times 5^6 \times 6^2$ มีจำนวนนับกี่จำนวนที่หาร N ลงตัว

ตัวอย่าง 6 กำหนด M = 30,000,000 จงหาว่า

1. มีจำนวนนับกี่จำนวนที่หาร M ลงตัว
2. มีจำนวนเต็มกี่จำนวนที่หาร M ลงตัว
1. มีจำนวนนับกี่จำนวนที่ไม่ใช่จำนวนเฉพาะที่หาร M ลงตัว

<u>การหาจำนวนเต็มบวก k ที่มากที่สุด ที่ทำให้ a^k หาร n! ลงตัว</u>

เมื่อ a เป็นจำนวนเต็มบวก พิจารณาเป็น 2 กรณี ดังนี้

1. a เป็นจำนวนเฉพาะบวก
2. a เป็นจำนวนเต็มบวกซึ่งอยู่ในรูปผลคูณของจำนวนเฉพาะ

<u>ตัวอย่าง 1</u> จงหาจำนวนเต็มบวก k ที่มากที่สุดที่ทำให้ 2^k หาร 20! ลงตัว

<u>ตัวอย่าง 2</u> จงหาจำนวนเต็มบวก k ที่มากที่สุดที่ทำให้ 8^k หาร 100! ลงตัว

<u>ตัวอย่าง 3</u> จงหาจำนวนเต็มบวก k ที่มากที่สุดที่ทำให้ 13^k หาร 2542! ลงตัว

<u>ตัวอย่าง 4</u> จงหาจำนวนเต็มบวก k ที่มากที่สุดที่ทำให้ 6^k หาร 40! ลงตัว

<u>ตัวอย่าง 5</u> จงหาจำนวนเต็มบวก k ที่มากที่สุดที่ทำให้ 35^k หาร 100! ลงตัว

<u>ตัวอย่าง 6</u> จำนวนศูนย์ที่ลงท้าย 1000! มากกว่าจำนวนศูนย์ที่ลงท้าย 100! กี่ตัว

<u>ตัวอย่าง 7</u> จำนวนนับทั้งหมดที่หาร 12! ลงตัว มีกี่จำนวน

<u>ตัวอย่าง 8</u> จงหาจำนวนเต็มบวก k ที่มีค่ามากที่สุดที่ทำให้ 288^k หาร 100! ลงตัวมีค่าเท่าใด

2. วิธีเรียงสับเปลี่ยน

2.1 แฟคคอเรียล

- เมื่อ n เป็นจำนวนใด ๆ แล้ว n! = 1 2 3 … n

2.2 วิธีเรียงสับเซตเปลี่ยนเชิงเส้นตรง

- มีของ n สิ่งที่ต่างกันนำมาเรียงสับเปลี่ยนทั้ง n สิ่ง

  วิธีเรียงสับเปลี่ยน = n! วิธี

- มีของ n สิ่งที่ต่างกันนำมาเรียงสับเปลี่ยนคราวละ r สิ่ง ($r \leq n$)

  วิธีเรียงสับเปลี่ยน = Pn, r = $\frac{n!}{(n-r)!}$ วิธี

- มีของ n สิ่ง โดยมีบางสิ่งซ้ำกันเป็นกลุ่ม ๆ k กลุ่ม ซึ่งกลุ่มที่ 1 ซ้ำกัน n_1 สิ่ง กลุ่มที่ 2 ซ้ำกัน n1 สิ่ง … กลุ่ม k ซ้ำกัน n_k สิ่ง และ $n_1 + n_2 + n_3 + \ldots + n_k = n$

  จำนวนเรียงสับเปลี่ยนของทั้ง n สิ่ง = $\frac{n!}{n_1!n_2!\ldots n_k!}$ วิธี

2.3 วิธีเรียงสังเปลี่ยนเชิงวงกลม

↪ มีของ n สิ่ง ต่างกันนำมาเรียงสับเปลี่ยนเชิงวงกลม = (n - 1) ! วิธี

↪ ถ้าสิ่งของที่นำมาเรียงสับเปลี่ยนเป็นสิ่งของที่พลิกได้ จำนวนวิธีเรียงสับเปลี่ยน

$= \frac{(n-1)!}{2}$

↪ มีสิ่งของ n สิ่งนำมาเรียงสับเปลี่ยนแบบวงกลมคราวละ r สิ่ง

จำนวนวิธีเรียงสับเปลี่ยน $= \frac{P_{n,r}}{r} = \frac{n!}{(n-r)!r}$

2.4 วิธีเรียงสับเปลี่ยนของหลายประเภทสลับกัน

เชิงเส้น (สลับประเภทละ r สิ่ง)

↪ 2 ประเภทเท่า ๆ กัน จำนวนวิธี = 2 ! m ! m!

↪ k ประเภทเท่า ๆ กัน จำนวนวิธี = $k!\,(m!)^k$

เชิงวงกลม (สลับประเภทละ 1 สิ่ง)

↪ 2 ประเภทเท่า ๆ กัน จำนวนวิธี = m ! (m - 1) !

↪ k ประเภทเท่า ๆ กัน จำนวนวิธี = $= \frac{k!(m!)^k}{km}$

3. วิธีจัดหมู่

มีของ n สิ่งต่างกัน นำมาจัดหมู่คราวละ r สิ่ง

วิธีจัดหมู่ทั้งหมด = Cn, r $= \frac{n!}{(n-r)!r!}$

ข้อสังเกต 1. Cn, r = Cn, n - r $= \frac{n!}{(n-r)!r!}$

2. Cn, n = Cn, 0 = 1

3. Cn, 1 = Cn, n - 1 = n

4. การแบ่งสิ่งของที่เหมือนกันแล้วแจก

✡ ถ้ามีของที่เหมือนกัน n สิ่ง ต้องการแจกให้คน r คน มีวิธีแจกดังนี้

4.1 แจกโดยที่ทุกคนได้รับ

มีวิธีแจก = Cn - 1, r - 1 $= \frac{(n-1)!}{(n-r)!(r-1)!}$

4.2 แจกโดยที่บางคนไม่ได้รับ

มีวิธีแจก = Cn + r - 1, r - 1 $= \frac{(n+r-1)!}{n!(r-1)!}$

จากวิธีการในข้อนี้ เราสามารถนำไปประยุกต์ใช้กับเรื่องทวินาม ในการที่จะหาจำนวนพจน์จากการกระจายก็ได้ หรือสัมประสิทธิ์ของพจน์ต่าง ๆ ที่มีกำลังต่าง ๆ ดังนี้

เช่น จากการกระจาย $(a + b + c)^n$ จำนวนพจน์จากการกระจาย $= C_{n+3-1,\,3-1} = \frac{(n+2)!}{n!2!}$

การหา ส.ป.ส. ของ $x_1^{r_1} \cdot x_2^{r_2} \cdot x_3^{r_3} \ldots x_k^{r_k}$

จากการกระจาย $(a_1x_1 + a_2x_2 + \ldots a_kx_k)^n$

สัมประสิทธิ์ของพจน์ที่ต้องการ $= \frac{n!}{r_1!r_2!\ldots r_k!} a_1^{r_1} \cdot a_2^{r_2} \ldots a_k^{r_k}$

5. การแบ่งกลุ่ม

✡ มีของ n สิ่งที่ต่างกัน และต้องการแบ่งของทั้ง n สิ่งออกเป็นกลุ่มย่อย ๆ จำนวน k กลุ่มดังนี้

กลุ่มที่ 1 มีสิ่งของจำนวน n_1 สิ่ง

กลุ่มที่ 2 มีสิ่งของจำนวน n_2 สิ่ง

$\equiv$

กลุ่มที่ k มีสิ่งของจำนวน n_k สิ่ง

โดยที่ $n_1 + n_2 + n_3 + \ldots n_k = n$ การหาจำนวนวิธีการแบ่งแยกเป็นดังนี้

5.1 ถ้า $n_1, n_2, n_3, \ldots, n_k$ ไม่มีจำนวนใดเท่ากัน

จำนวนวิธีการแบ่ง $= \frac{n!}{n_1!n_2!\ldots n_k!}$ วิธี

5.2 ถ้า $n_1, n_2, n_3, \ldots, n_k$ มีบางจำนวนที่มีค่าเท่ากัน และกลุ่มที่มีจำนวนสิ่งของเท่ากันมีบางสิ่งแสดงให้เห็นถึงความแตกต่างระหว่างกล่ม

จำนวนวิธีการแบ่ง $= \frac{n!}{n_1!n_2!\ldots n_k!}$ วิธี

5.3 ถ้า $n_1, n_2, n_3, \ldots, n_k$ มีบางจำนวนที่มีค่าเท่ากัน และกลุ่มที่มีจำนวนสิ่งของเท่ากันไม่มีบางสิ่งแสดงให้เห็นถึงความแตกต่างระหว่างกล่ม

จำนวนวิธีการแบ่ง $= \frac{n!}{n_1!n_2!n_3!\ldots n_k!} \times \frac{1}{\text{ผลคูณของแฟกตอเรียลของจำนวนกลุ่มที่มีสิ่งของเท่ากัน}}$

6. การเลือกของ

ถ้ามีของ n สิ่งที่แตกต่างกัน

วิธีการเลือกของอย่างน้อย 1 สิ่ง (Cn, 1 + Cn, 2 + Cn, 3 + … + Cn, n) = $2^n - 1$

ถ้ามีของ p + q + r + … สิ่ง โดยมี p สิ่งเหมือนกัน เป็นชนิดที่ 1
q สิ่งเหมือนกัน เป็นชนิดที่ 2
r สิ่งเหมือนกัน เป็นชนิดที่ 3

ถ้าต้องการเลือกของอย่างน้อย ชนิดละ 1 สิ่ง = p x q x r … วิธี

ถ้าต้องการเลือกของอย่างน้อย 1 สิ่ง = (p + 1) (q + 1) (r + 1) … - 1 วิธี

ถ้ามีของ p + q + r + … สิ่ง โดยมี p สิ่งเหมือนกัน เป็นชนิดที่ 1
q สิ่งเหมือนกัน เป็นชนิดที่ 2
r สิ่งเหมือนกัน เป็นชนิดที่ 3

ถ้าต้องการเลือกของอย่างน้อย ชนิดละ 1 สิ่ง = $(2^p - 1)(2^q - 1)(2^r - 1)$ วิธี

ถ้าต้องการเลือกของอย่างน้อย 1 สิ่ง = $(2^p \cdot 2^q \cdot 2^r \cdot 1) = (2^{p+q+r} - 1$ วิธี

7. ทฤษฎีทวินาม

ถ้า n เป็นจำนวนเต็มบวก

$$(a+b)^n = \binom{n}{0}a^n b^0 + \binom{n}{1}a^{n-1}b^1 + \binom{n}{2}a^{n-2}b^2 + \binom{n}{3}a^{n-3}b^3 + \dots + \binom{n}{n}a^0 b^n$$

$$= a^n + \binom{n}{1}a^{n-1}b + \binom{n}{2}a^{n-2}b^2 + \binom{n}{3}a^{n-3}b^3 + \dots + b^n = \sum_{k=0}^{n}\binom{n}{k}a^{n-k}b^k$$

สิ่งที่ควรรู้จากการกระจาย $(a + b)^n$

1. ผลของการกระจายมี n + 1 พจน์เสมอ
2. ผลรวมของกำลังของ a และ b ในแต่ละพจน์ต้องเท่ากับ n
3. กำลังของ a ในพจน์แรกจะเริ่มจาก n แล้วลดลงไปทีละ 1 ในแต่ละพจน์ถัดไปจนกระทั่งถึง 0
4. กำลังของ b ในพจน์แรกจะเริ่มจาก 0 แล้วเพิ่มขึ้นทีละ 1 ในแต่ละพจน์ถัดไปจนกระทั่งถึง 0
5. สัมประสิทธิ์ของพจน์แรกจะเริ่มจาก $\binom{n}{0}$ และพจน์ถัดไปเป็น $\binom{n}{1}$, $\binom{n}{2}$ ไปเรื่อย ๆ จน

กระทั่งพจน์สุดท้ายจะเป็น $\binom{n}{n}$

6. ถ้าแทน $a = 1$ และ $b = 1$ ไปในสมการ เราจะได้ลักษณะที่สำคัญคือ

$$2^n = \binom{n}{1}a + \binom{n}{2} + \binom{n}{3} + \dots + \binom{n}{n}$$

7. พจน์ที่ r = T_r = $\binom{n}{r+1}a^{n-(r-1)}b^{r-1}$

แต่เพื่อความสะดวกเรานิยมใช้พจน์ที่ $r + 1$ = T_{r+1} = $\binom{n}{r}a^{n-r}b^r$

8. ถ้า n เป็นจำนวนเต็มบวก และ $c < k < n$ แล้ว $C_{n,k} = C_{n-1,k-1} + C_{n-1,k}$

9. $C_{k,k} = C_{k+1,k} + C_{k+2,k} + \dots + C_{n,k} = C_{n+1,k+1}$

ความน่าจะเป็น

1.1 การทดลองสุ่ม แซมเปิลสเปซ และเหตุการณ์

การทดลองสุ่ม (randome expriment) หมายถึง การทดลองใด ๆ ที่ยังไม่สามารถทำนายหรือรู้ผลลัพธ์ที่เกิดขึ้น แต่สามารถบอกได้ว่า ผลลัพธ์ทั้งหมดที่จะเกิดขึ้นมีอะไรบ้าง

แซมเปิลสเปซ (sample space) หมายถึง เซตของผลลัพธ์ทั้งหมดเท่าที่จะเกิดขึ้นได้จากการทดลองสุ่ง

เหตุการณ์ (event) หมายถึง สับเซตใด ๆ ของแซมเปิลสเปซ เหตุการณ์ที่ประกอบด้วยผลลัพธ์เพียงผลลัพธ์เดียว เราเรียกว่า <u>เหตุการณ์อย่างง่าย</u> (simple event)

1.2 ความน่าจะเป็นของเหตุการณ์ (probability of an event)

แซมเปิลสเปซที่จะกล่าวต่อไปนี้ ถ้าไม่ได้ระบุเป็นอย่างอื่น ข้อตกลงว่าแซมเปิลสเปซ จะเป็นเซตจำกัดเท่านั้น

กำหนดให้ S = แซมเปิลสเปซซึ่งแต่ละผลลัพธ์ใน S มีโอกาสเกิดขึ้นเท่า ๆ กัน

E = เหตุการณ์ใน S

n(S) = จำนวนผลลัพธ์ใน S

n(E) = จำนวนผลลัพธ์ใน E

ความน่าจะเป็นของเหตุการณ์ E ต่อไปจะเขียนแทนด้วยสัญลักษณ์ P(E) ซึ่งมีความหมายดังนี้

$$\boxed{P(E) = \frac{n(E)}{n(S)}}$$

1.3 คุณสมบัติของความน่าจะเป็น

ให้ S แทนแซมเปิลสเปซ และ A แทนเหตุการณ์ จะได้ว่า

(1) $0 \le P(A) \le 1$

(2) $P(A) = 0$ ก็ต่อเมื่อ $A = \phi$

(3) $P(A) = 1$ ก็ต่อเมื่อ $A = S$

(4) ถ้า $A \subset B$ แล้ว $P(A) \le P(B)$

1.4 ความน่าจะเป็นของยูเนียนของเหตุการณ์

ให้ S แทนแซมเปิลสเปซ และ A, B แทนเหตุการณ์

$\therefore$ $A \cup B$ และ $B \subset S$

$\therefore$ $(A \cup B) \subset S$

ดังนั้นเราถือว่า $A \cup B$ เป็นเหตุการณ์หนึ่ง จากความรู้เกี่ยวกับเรื่องเซต จะได้ว่า

$$n(A \cup B) = n(A) + n(B) - n(A \cap B)$$

$$\frac{n(A \cup B)}{n(S)} = \frac{n(A)}{n(S)} + \frac{n(B)}{n(S)} - \frac{n(A \cap B)}{n(S)}$$

นั่นคือ $$\boxed{P(A \cup B) = P(A) + P(B) - P(A \cap B)}$$

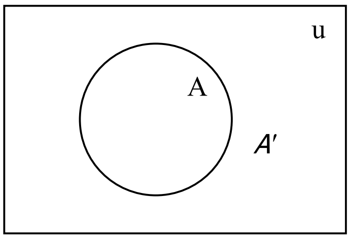
ในกรณี A และ B เป็นเหตุการณ์ที่ไม่มีผลลัพธ์ร่วมกัน จะได้ว่า $A \cap B = \phi$

$$P(A \cap B) = 0$$

ดังนั้นจากสูตร (1.4.1) จะได้ว่า

$$\boxed{P(A \cup B) = P(A) + P(B)}$$

1.5 ความน่าจะเป็นของคอมพลีเมนต์ และผลต่างของเซต



ให้ S = แซมเปิลสเปซ

ให้ A เป็นเหตุการณ์ใน S

จะได้ว่า $A \cup A' = S$ และ $A \cap A' = \phi$ ดังนั้น

$$1 = P(S) = P(A \cup A') = P(A) + P(A')$$

นั่นคือ $$\boxed{P(A') = 1 - P(A)}$$

ข้อสอบเอนทรานซ์และแนวข้อสอบ

1. มีจำนวนนับกี่จำนวนที่หาร 2544 ลงตัว

   1. 6 จำนวน 2. 10 จำนวน 3. 20 จำนวน 4. 40 จำนวน

2. จงหาผลบวกของเลข 4 หลักที่เกิดจากตัวเลข 2, 3, 5, 7 โดยที่แต่ละหลักไม่ซ้ำกันมีค่าเท่าใด

   1. 113322 2. 166101 3. 221133 4. 332211

3. จงหาจำนวนวิธีที่จะจับแมว 4 ตัว และเสือ 1 ตัวใส่กรง ซึ่งมีกรงอยู่ทั้งหมด 4 กรง โดยที่เสือจะต้องอยู่กรงใดกรงหนึ่งเพียงตัวเดียวเท่านั้นจะมีกี่วิธี

   1. 24 วิธี 2. 48 วิธี 3. 324 วิธี 4. 423 วิธี

4. ต๋องและสตีฟ แข่งขันสนุกเกอร์ชิงรางวัลครั้งหนึ่ง โดยมีกติกาว่า ถ้าใครชนะ 2 เกมส์ติดต่อกัน ผู้นั้นเป็นผู้ชนะ หรือใครชนะ 3 เกมส์ก่อน ผู้นั้นจะเป็นผู้ชนะ จงหาจำนวนรูปแบบทั้งหมดของการแข่งขันจนมีผู้ชนะ

   1. 8 วิธี 2. 9 วิธี 3. 10 วิธี 4. 11 วิธี

5. จงเขียนผลคูณของ 1 x 3 x 5 x 7 x 9 x 11 x 13 x 15 ให้อยู่ในรูปแฟกทอเรียล

   1. $\frac{15!}{2^6.6!}$ 2. $\frac{15!}{2^8.8!}$ 3. $\frac{16!}{2^6.6!}$ 4. $\frac{16!}{2^8.8!}$

6. เลข 4 หลัก ที่เกิดจากตัวเลข 4 ตัว ที่มีค่ามากกว่า 5000 โดยสร้างจากเลขโดด 1, 2, 3, 4, 5 และ 6 จะมีทั้งหมดกี่จำนวน ถ้ามีเลข 4 เท่านั้น ที่ใช้ซ้ำได้นอกนั้นตัวเลขในแต่ละหลักไม่ซ้ำกัน

   1. 120 2. 144 3. 146 4. 148

7. จัดนักเรียน 6 คน ซึ่งมีเมตตา และปราณีรวมอยู่ด้วยให้เรียงแถวเป็น 2 แบบ แบบที่หนึ่ง นักเรียนทั้งหมดยืนเรียงเป็นแถวตรง โดยที่เมตตาและปราณียืนติดกัน แบบที่สองนักเรียนทั้งหมดยืนเป็นวงกลม โดยที่เมตตาและปราณียืนตรงกันข้าม แล้วจำนวนวิธีของการจัดแต่ละแบบแตกต่างกันเท่ากับข้อใดต่อไปนี้

   1. 96 2. 120 3. 196 4. 216

8. ในการประชุมครั้งหนึ่ง มีผู้แทนจาก 3 ประเทศ เข้าร่วมประชุม โดยมีผู้แทนประเทศละ 3 คน จำนวนวิธีทั้งหมดที่จะจัดให้ผู้แทนแต่ละประเทศต้องนั่งต่อกันในการประชุมโต๊ะกลมเท่ากับเท่าใด

   1. 144 2. 324 3. 432 4. 480

9. ให้ $A = \{1, 2, 3\}$ และ $B = \{a, b, c, d\}$ แล้วจำนวนสมาชิกของเซต $\{f : A \to B \mid f$ ไม่เป็นฟังก์ชัน 1-1$\}$ เท่ากับข้อใดต่อไปนี้

   1. 40 2. 34 3. 30 4. 24

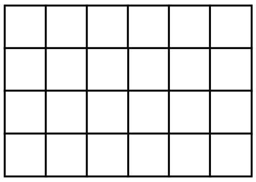
10. ถ้า $A = \{1, 2, 3, 4, 5, 6\}$ และ $B = \{1, 2, 3\}$ แล้วจำนวนฟังก์ชัน $f : A \to B$ ทั้งหมดซึ่ง $f(1) \neq 1$ หรือ $f(2) \neq 2$ หรือ $f(3) \neq 3$ เท่ากับข้อใดต่อไปนี้

   1. 530 2. 612 3. 702 4. 814

11. กำหนดให้ $A = \{a_1, a_2, a_3, a_4\}$ และ $B = \{b_1, b_2, b_3\}$ เซต $\{f \mid f : C \rightarrow B$ ทั้งหมดซึ่ง $C \subset B$ โดย $C \neq \phi\}$ มีจำนวนสมาชิกเท่ากับข้อใด

1. 12　　2. 81　　3. 255　　4. 405

12. กำหนดเส้นตรงในแนวนอนขนานกัน 5 เส้น แนวดิ่งขนานกัน 7 เส้น โดยระยะห่างระหว่างเส้นขนานของทุกแนวห่างเท่ากัน คือ ด้านละ 1 หน่วย จงหาจำนวนรูปสี่เหลี่ยมทั้งหมดที่ไม่ใช่สี่เหลี่ยมจตุรัส



1. 210
2. 160
3. 196
4. 178

13. เส้นตรงชุดหนึ่ง ประกอบด้วยเส้นขนานแนวนอน 11 เส้น โดยเส้นที่อยู่เรียงกันห่างกัน 1 นิ้ว และเส้นตรงอีกชุดหนึ่งประกอบด้วยเส้นขนานแนวตั้ง 10 เส้น โดยเส้นที่อยู่เรียงกันห่างกัน 1 นิ้ว จำนวนรูปสี่เหลี่ยมจตุรัสที่มีพื้นที่ไม่เกิน 9 ตารางนิ้ว ทั้งหมดที่เกิดจากการตัดของเส้นตรง ทั้ง 2 ชุดนี้เท่ากับข้อใดต่อไปนี้

1. 110　　2. 218　　3. 308　　4. 450

14. จัดพนักงาน 6 คน เป็น 3 กลุ่ม แบ่งไปทำงาน 3 งาน ซึ่งแตกต่างกัน โดยจัดกลุ่มละกี่คนก็ได้ จำนวนวิธีจะจัดได้เท่ากับข้อใดต่อไปนี้

1. 270　　2. 540　　3. 810　　4. 1080

15. จัดเด็ก 1 คน ผู้หญิง 3 คน และผู้ชาย 3 คน นั่งรอบโต๊ะกลม โดยที่ผู้ชายไม่นั่งติดกับเด็ก จะจัดได้ทั้งหมดกี่วิธี

1. 35 วิธี　　2. 48 วิธี　　3. 96 วิธี　　4. 144 งิธี

16. กำหนดจุด 7 จุดบนเส้นรอบวงกลม จะสร้างรูปเหลี่ยมได้ทั้งหมดกี่รูปเมื่อให้จุดบนเส้นรอบวงเหล่านี้เป็นจุดยอด

1. 35　　2. 42　　3. 56　　4. 99

17. ชาย 3 คน และหญิง 3 คน เข้าคิวในแถวเดียวกันเพื่อซื้อตั๋วภาพยนตร์ ความน่าจะเป็นที่หญิงทั้ง 3 คน จะยืนเรียงติดกันทั้งหมดในแถว มีค่าเท่ากับเท่าใด

1. 0.1　　2. 0.2　　3. 0.3　　4. 0.4

18. ข้อสอบชุดหนึ่ง มี 2 ตอน ตอนละ 4 ข้อ มีคำสั่งให้ผู้ทำข้อสอบทำข้อสอบตอนที่ 1 อย่างน้อย 1 ข้อ และทำข้อสอบตอนที่สอง 2 ข้อ จำนวนวิธีที่ผู้สอบจะทำข้อสอบชุดนี้มีกี่วิธี

1. 16　　2. 24　　3. 36　　4. 90

19. ในการสร้างเมตริกซ์ $\begin{bmatrix} a & b \\ c & d \end{bmatrix}$ โดยที่ a, b, c $\in$ {-2, -1, 0, 1, 2} และ d = 0 ความน่าจะเป็นที่ได้เมตริกซ์นอน-ซิงกูลาร์เป็นเท่าใด

1. 0.25 2. 0.34 3. 0.52 4. 0.64

20. ในการเล่นเกมส์ทายตัวเลข จำนวนเต็ม 4 หลัก ไม่มีการซ้ำ โดยตัวเลขแต่ละหลักไม่เป็นเลขศูนย์ ความน่าจะเป็นที่จะทายตัวเลขได้ถูกต้อง 4 ตัว แต่หลักของตัวเลขผิดไปเพียง 2 หลักเท่านั้น มีค่าเท่ากับเท่าใด

1. $\frac{1}{126}$ 2. $\frac{1}{252}$ 3. $\frac{1}{504}$ 4. $\frac{3}{504}$

21. ถ้า f เป็นฟังก์ชันจากเซต x ไปยังเซต y โดยที่ x = {10, 20, 30, 40} และ y = {2, 4, 6, 8, 10, 12} ความน่าจะเป็นที่ f เป็นฟังก์ชันหนึ่งต่อหนึ่ง จากเซต x ไปยังเซต y ตรงกับข้อใด

1. $\frac{5}{18}$ 2. $\frac{1}{3}$ 3. $\frac{7}{18}$ 4. $\frac{4}{9}$

22. ถุงใบหนึ่งมีลูกแก้วขนาดเดียวกันอยู่ 10 ลูก เป็นสีแดง 3 ลูก สีขาว 5 ลูก สีดำ 2 ลูก สุ่มหยิบลูกแก้วจากถุง 2 ครั้ง ๆ ละลูก โดยไม่ใส่คืน ความน่าจะเป็นที่จะหยิบได้ลูกที่ 2 เป็นสีแดงเท่ากับข้อใด

1. $\frac{1}{3}$ 2. $\frac{3}{10}$ 3. $\frac{27}{100}$ 4. $\frac{33}{100}$

23. ในการทอดลูกเต๋า 2 ลูก พร้อมกัน 1 ครั้ง ความน่าจะเป็นที่ผลบวกของแต้มบนหน้าของลูกเต๋าทั้ง 2 ลูก จะเป็นเลขที่หารด้วย 4 ไม่ลงตัว มีค่าเท่ากับข้อใด

1. 0.25 2. 0.50 3. 0.75 4. 0.95

24. กล่องใบหนึ่งมีลูกหินสีขาว 5 ลูก สีเขียว 3 ลูก สีน้ำเงิน 2 ลูก ถ้าหยิบลูกหินอย่างสุ่มครั้งละ 1 ลูก โดยไม่ใส่คืน 3 ครั้ง แล้วความน่าจะเป็นที่จะหยิบได้ลูกหินสีเดียวกันอย่างน้อย 2 ลูก มีค่าเท่ากับข้อใดต่อไปนี้

1. $\frac{23}{24}$ 2. $\frac{3}{4}$ 3. $\frac{1}{4}$ 4. $\frac{1}{24}$

25. ในจำนวนเด็ก 12 คน มีเด็กถนัดซ้าย 4 คน ถ้าเลือกเด็ก 5 คน โดยการสุ่มจากเด็กเหล่านี้ แล้วความน่าจะเป็นที่จะมีเด็กถนัดซ้ายอยู่ในกลุ่มที่เลือกเท่ากับข้อใด

1. $\frac{35}{99}$ 2. $\frac{47}{99}$ 3. $\frac{63}{99}$ 4. $\frac{92}{99}$

26. กล่องใบหนึ่งมีลูกแก้วขนาดเดียวกับ 3 สี เป็นสีขาว 4 ลูก สีแดงและสีเขียวมีจำนวนเท่ากันเมื่อสุ่มหยิบลูกแก้วมา 2 ลูก ความน่าจะเป็นที่จะได้สีขาวทั้ง 2 ลูก เท่ากับ $\frac{2}{15}$
ถ้าสุ่มหยิบลูกแก้วมา 4 ลูก ความน่าจะเป็นที่จะได้ลูกแก้วเป็นสีเขียว 1 ลูก และสีแดงอย่างน้อย 1 ลูก เท่ากับข้อใดต่อไปนี้

1. $\frac{30}{70}$ 2. $\frac{31}{70}$ 3. $\frac{29}{35}$ 4. $\frac{33}{35}$

27. ในการยืนเรียงเป็นแถวตรงของนักเรียนชาย 6 คน และนักเรียนหญิง 4 คน ถ้ากำหนดความน่าจะเป็นที่ไม่มีนักเรียนหญิงสองคนใด ๆ ยืนติดกันเลยเท่ากับ a และความน่าจะเป็นที่นักเรียนหญิงทั้งหมดต้องยืนติดกัน เท่ากับ b แล้ว a + b เท่ากับข้อใดต่อไปนี้

1. 0.20 2. 0.25 3. 0.30 4. 0.35

28. ทอดลูกเต๋า 6 ลูกพร้อมกัน ความน่าจะเป็นที่แต้มที่ขึ้นของแต่ละลูกจะไม่ซ้ำกันเลยมีค่าเท่ากับข้อใด

1. $\frac{1}{324}$ 2. $\frac{5}{324}$ 3. $\frac{1}{162}$ 4. $\frac{5}{162}$

29. กล่องใบหนึ่งมีสลากหมายเลข 1 ถึง 10 สุ่มหยิบสลากมา 4 ใบพร้อมกัน ความน่าจะเป็นที่จะหยิบได้ฉลากแต้มน้อยกว่า 4 สองใบ และมากกว่า 6 หนึ่งใบ มีค่าเท่ากับข้อใดต่อไปนี้

1. $\frac{4}{35}$ 2. $\frac{6}{35}$ 3. $\frac{1}{21}$ 4. $\frac{2}{21}$

30. ในการจัดคน 6 คน ซึ่งมีนาย ก และนาย ข รวมอยู่ด้วย เข้าพักในห้อง 3 ห้อง โดยที่ห้องที่หนึ่งพักได้ 3 คน ห้องที่สองพักได้ 2 คน และห้องที่สามพักได้ 1 คน ความน่าจะเป็นที่นาย ก และนาย ข จะได้พักห้องเดียวกัน เท่ากับข้อใดต่อไปนี้

1. $\frac{1}{15}$ 2. $\frac{3}{15}$ 3. $\frac{4}{15}$ 4. $\frac{5}{15}$

คำตอบตัวอย่างข้อสอบ Entrance
เรื่อง วิธีเรียงสับเปลี่ยนจัดหมู่ และความน่าจะเป็น

1. 3.	**2.** 1.	**3.** 3.	**4.** 3.	**5.** 4.
6. 3.	**7.** 4.	**8.** 3.	**9.** 1.	**10.** 3.
11. 3.	**12.** 2.	**13.** 3.	**14.** 2.	**15.** 4.
16. 4.	**17.** 2.	**18.** 4.	**19.** 4.	**20.** 3.
21. 1.	**22.** 2.	**23.** 3.	**24.** 1.	**25.** 4.
26. 2.	**27.** 1.	**28.** 2.	**29.** 2.	**30.** 3.