

เฉลยเอกสารประกอบการเรียน ETV ตัวเข้มเต็มเต็มความรู้ เรื่อง MATRIX

ข้อ 1 **ตอบ** 4

ข้อ 2 **ตอบ** 4

ข้อ 3 **ตอบ** 2

ข้อ 4 **ตอบ** 32

$$2A - B = \begin{bmatrix} -4 & -4 \\ 5 & 6 \end{bmatrix} \quad \text{---(1)}$$

$$A - 2B = \begin{bmatrix} -5 & -8 \\ 4 & 0 \end{bmatrix} \quad \text{---(2)}$$

$$(1) \times 2, 4A - 2B = \begin{bmatrix} -8 & -8 \\ 10 & 12 \end{bmatrix} \quad \text{---(3)}$$

$$(3) - (2), 3A = \begin{bmatrix} -3 & 0 \\ 6 & 12 \end{bmatrix} \rightarrow A = \begin{bmatrix} -1 & 0 \\ 2 & 4 \end{bmatrix}$$

$$\text{แทน } A \text{ ใน (1), } 2 \begin{bmatrix} -1 & 0 \\ 2 & 4 \end{bmatrix} - B = \begin{bmatrix} -4 & -4 \\ 5 & 6 \end{bmatrix} \rightarrow B = \begin{bmatrix} 2 & 4 \\ -1 & 2 \end{bmatrix}$$

$$\therefore \det(A^4 B^{-1}) = \det A^4 \cdot \det B^{-1} = \frac{(\det A)^4}{\det B} = \frac{(-4)^4}{8} = 32$$

ข้อ 5 **ตอบ** 4

ข้อ 6 **ตอบ** 4

ข้อ 7 **ตอบ** 3

$$\begin{bmatrix} |x| & 1 \\ 2 & x-|y| \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 2y & 6 \\ -2 & 2|y| \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 10+x & 7 \\ 0 & 7-y \end{bmatrix}$$

$$\begin{bmatrix} |x|+2y & 7 \\ 0 & x+|y| \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 10+x & 7 \\ 0 & 7-y \end{bmatrix}$$

จะได้ $|x|+2y = 10+x$ ——(1) และ $x+|y| = 7-y$ ——(2)

จาก $|a| = \begin{cases} a, & a \geq 0 \\ -a, & a < 0 \end{cases}$ จะได้ว่า

จากสมการ (1) , ถ้า $\underline{x \geq 0}$: $x+2y = 10+x$

$$\boxed{y = 5} \quad \text{——(1.1)}$$

$\underline{x < 0}$: $-x+2y = 10+x$

$$2y-2x = 10$$

$$\boxed{y-x = 5} \quad \text{——(1.2)}$$

จากสมการ (2) , ถ้า $\underline{y \geq 0}$: $x+y = 7-y$

$$\boxed{x+2y = 7} \quad \text{——(2.1)}$$

$\underline{y < 0}$: $x-y = 7-y$

$$\boxed{x = 7} \quad \text{——(2.2)}$$

แก้ (1.1) และ (2.1) ได้ $y = 5$, $x = -3$ จัดแย้งเงื่อนไขของ (2.1) ที่ $x \geq 0$

แก้ (1.2) และ (2.1) , $(1.2)+(2.1)$, $3y = 12$

$$\therefore y = 4$$

แทนใน (1.2) ได้ $x = -1$ $\therefore x+y = 3$

ข้อ 8 **ตอบ** 4

ข้อ 9 **ตอบ** 4

ข้อ 10 **ตอบ** 5

ข้อ 11 ตอบ 68

$$\begin{aligned}
 \begin{vmatrix} 5+2a & 2 & 5 \\ 8+a & 2b & a \\ 2-a & 0 & -a \end{vmatrix} &= \begin{vmatrix} 5+2a & 8+a & 2-a \\ 2 & 2b & 0 \\ 5 & a & -a \end{vmatrix} \\
 &= \begin{vmatrix} 2a & 8 & 2 \\ 2 & 2b & 0 \\ 5 & a & -a \end{vmatrix} R_1 - R_3 \\
 &= (2)(2) \begin{vmatrix} a & 4 & 1 \\ 1 & b & 0 \\ 5 & a & -a \end{vmatrix} \\
 &= (-4) \begin{vmatrix} 1 & b & 0 \\ a & 4 & 1 \\ 5 & a & -a \end{vmatrix} R_{12} \\
 &= (-4)(-17) = 68
 \end{aligned}$$

ข้อ 12 ตอบ 1

$$\begin{aligned}
 \text{จาก } \det A &= -5 \rightarrow \det B = (-1)(2)\det A = 10 \\
 \therefore \det B^{-1} &= \frac{1}{10} = 0.1
 \end{aligned}$$

ข้อ 13 ตอบ 1

$$\begin{aligned}
 \text{จาก } (AB)A &= \begin{bmatrix} -1 & 2 \\ -1 & 4 \end{bmatrix} \\
 A &= (AB)^{-1} \begin{bmatrix} -1 & 2 \\ -1 & 4 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & 2 \\ 3 & 4 \end{bmatrix}^{-1} \begin{bmatrix} -1 & 2 \\ -1 & 4 \end{bmatrix} = \frac{1}{-2} \begin{bmatrix} 4 & -2 \\ -3 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} -1 & 2 \\ -1 & 4 \end{bmatrix} \\
 A &= -\frac{1}{2} \begin{bmatrix} -2 & 0 \\ 2 & -2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ -1 & 1 \end{bmatrix} \\
 \text{จาก } AB &= \begin{bmatrix} 1 & 2 \\ 3 & 4 \end{bmatrix} \\
 B &= A^{-1} \begin{bmatrix} 1 & 2 \\ 3 & 4 \end{bmatrix} = \frac{1}{1} \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 1 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 & 2 \\ 3 & 4 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & 2 \\ 4 & 6 \end{bmatrix} \\
 \text{ก. } BAB &= B(AB) = \begin{bmatrix} 1 & 2 \\ 4 & 6 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 & 2 \\ 3 & 4 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 7 & 10 \\ 22 & 32 \end{bmatrix} \\
 \text{ข. } BA &= \begin{bmatrix} 1 & 2 \\ 4 & 6 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ -1 & 1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -1 & 2 \\ -2 & 6 \end{bmatrix} \rightarrow AB \neq BA \\
 \therefore (A-B)(A+B) &\neq A^2 - B^2
 \end{aligned}$$

ข้อ 14 ตอบ 36

ข้อ 15 ตอบ 4

ข้อ 16 ตอบ 2

ข้อ 17 ตอบ 3

ข้อ 18 ตอบ 3

ข้อ 19 ตอบ 3

ข้อ 17 ตอบ 3

$$\text{จาก } [M_{ij}(A)] = \begin{bmatrix} 1 & -1 & 2 \\ 3 & 2 & -4 \\ 5 & 1 & 3 \end{bmatrix} \rightarrow [C_{ij}(A)] = \begin{bmatrix} 1 & 1 & 2 \\ -3 & 2 & 4 \\ 5 & -1 & 3 \end{bmatrix}$$

$$\text{adj } A = [C_{ij}(A)]^T = \begin{bmatrix} 1 & -3 & 5 \\ 1 & 2 & -1 \\ 2 & 4 & 3 \end{bmatrix}$$

$$\det(\text{adj } A) = \begin{vmatrix} 1 & -3 & 5 \\ 1 & 2 & -1 \\ 2 & 4 & 3 \end{vmatrix} = 25$$

$$\text{จาก } \det(\text{adj } A) = (\det A)^{n-1}$$

$$25 = (\det A)^2 \rightarrow \det A = 5, -5$$

ใช้ไม่ได้อีก

$$\therefore b_{11} + b_{12} + b_{13} = a_{11}^{-1} + a_{12}^{-1} + a_{13}^{-1} = \frac{1}{\det A} (C_{11}(A) + C_{21}(A) + C_{31}(A))$$

$$= \frac{1}{5} (M_{11}(A) - M_{21}(A) + M_{31}(A)) = \frac{1}{5} (1 - 3 + 5) = \frac{3}{5}$$

ข้อ 20 ตอบ 4

ข้อ 8 ตอบ 4

$$\text{จาก } AB + 3A = 2I \rightarrow A(B + 3I) = 2I \rightarrow \det(A(B + 3I)) = \det(2I)$$

$$\det A \cdot \det(B + 3I) = 2^3 \det I$$

$$(2) \begin{vmatrix} 4 & 3 & 2 \\ 0 & 2 & x \\ 0 & -2 & y+3 \end{vmatrix} = 8(1)$$

$\begin{matrix} \nearrow 0 & \nearrow 8x & \nearrow 0 \\ \searrow 0 & \searrow 0 & \searrow 8y+24 \end{matrix}$

$$2(8x + 8y + 24) = 8 \rightarrow 8x + 8y + 24 = 4$$

$$8x + 8y = -20 \therefore x + y = -2.5$$

ข้อ 21 **ตอบ** 4

$$A^2 = \begin{bmatrix} 1 & 1 & 2 \\ 0 & 2 & -7 \\ 3 & 6 & -5 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 & 1 & 2 \\ 0 & 2 & -7 \\ 3 & 6 & -5 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 7 & 15 & -15 \\ -21 & -38 & 21 \\ -12 & -15 & -11 \end{bmatrix}$$

จากสมการ $A^2x = b$

$$\begin{aligned}
 x_3 &= \frac{\det A_{x_3}^2}{\det A^2} = \frac{\begin{vmatrix} 7 & 15 & 0 \\ -21 & -38 & 0 \\ -12 & -15 & 1 \end{vmatrix}}{(\det A)^2} = \frac{(1)C_{33}(A_{x_3}^2)}{(\det A)^2} \\
 &= \frac{\begin{vmatrix} 7 & 15 \\ -21 & -38 \end{vmatrix}}{\begin{vmatrix} 1 & 1 & 2 \\ 0 & 2 & -7 \\ 3 & 6 & -5 \end{vmatrix}^2} = \frac{49}{(-1)^2} = 49
 \end{aligned}$$

ข้อ 22 **ตอบ** 17

$$\text{จาก } \begin{bmatrix} 1 & -2 & 3 & : & 9 \\ 0 & 1 & 3 & : & 5 \\ 0 & 0 & 1 & : & 2 \end{bmatrix} \rightarrow \begin{aligned} x - 2y + 3 &= 9 & \text{---(1)} \\ y + 3z &= 5 & \text{---(2)} \\ z &= 2 & \text{---(3)} \end{aligned}$$

แทน $z = 2$ ใน (2) ได้ $y = -1$

แทน $z = 2$, $y = -1$ ใน (1) ได้ $x = 1$

$$\therefore c = 2x - 5y + 5z = 2(1) - 5(-1) + 5(2) = 17$$
