TUTORIAL SCHOOL BY
THE BRAIN

PAT 1

EXPONENTIAL AND LOGARITHMIC FUNCTION

BY P'GOLF

www.facebook.com/WeByTheBrain
www.WeByTheBrain.com

ฟังก์ชันเอกซ์โพเนนเชียลและลอการิทึม

สมบัติของเลขยกกำลัง

1 $a^m a^n = a^{m+n}$

2. $\frac{a^m}{a^n} = a^{m-n}$

3. $(a^m)^n = a^{mn}$

4. $(ab)^n = a^n b^n$

5. $\left(\frac{a}{b}\right)^n = \frac{a^n}{b^n}$, $b \neq 0$

6. $a^{-n} = \frac{1}{a^n}$

7. $\sqrt[n]{a} = a^{\frac{1}{n}}$

8. $a^0 = 1$ โดยที่ $a \neq 0$

สูตรแยกตัวประกอบ

1. $(a+b)^2 = a^2 + 2ab + b^2$

2. $(a-b)^2 = a^2 - 2ab + b^2$

3. $a^2 - b^2 = (a+b)(a-b)$

4. $(a+b)^3 = a^3 + 3a^2b + 3ab^2 + b^3$

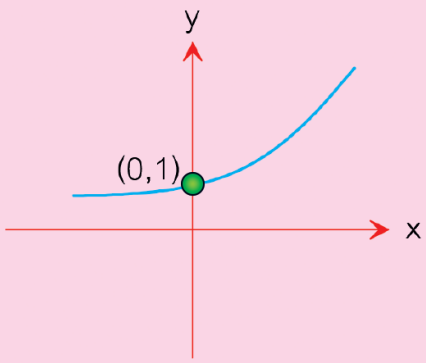
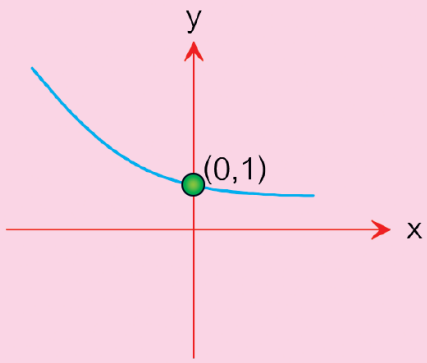
5. $(a-b)^3 = a^3 - 3a^2b + 3ab^2 - b^3$

6. $a^3 + b^3 = (a+b)(a^2 - ab + b^2)$

7. $a^3 - b^3 = (a-b)(a^2 + ab + b^2)$

Exponential Function

$f = \{(x,y) \in R \times R^{+} \mid y = a^{x}$ เมื่อ $a > 0$ และ $a \neq 1\}$

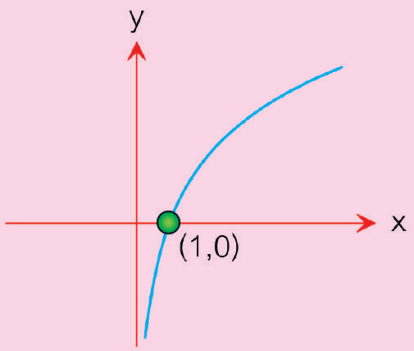
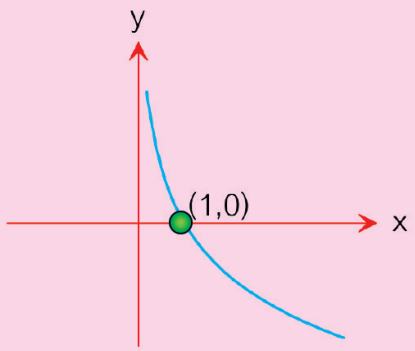
ฟังก์ชันเพิ่ม : $a > 1$	ฟังก์ชันลด : $0 < a < 1$
Ex. $y = 2^{x}$ 	Ex. $y = \left(\frac{1}{2}\right)^{x}$ 

Note :

1. เป็นฟังก์ชันหนึ่งต่อหนึ่ง
2. $D_f = R$, $R_f = R^{+}$

Logarithmic Function

$g = \{(x,y) \in R^{+} \times R \mid y = \log_a x$ เมื่อ $a > 0$ และ $a \neq 1\}$

ฟังก์ชันเพิ่ม : $a > 1$	ฟังก์ชันลด : $0 < a < 1$
Ex. $y = \log_2 x$ 	Ex. $y = \log_{\frac{1}{2}} x$ 

Note :

1. เป็นฟังก์ชันหนึ่งต่อหนึ่ง
2. $D_g = R^{+}$, $R_g = R$
3. ฟังก์ชันลอการิทึมเป็นฟังก์ชันอินเวอร์สของฟังก์ชันเอกซ์โพเนนเชียล

สมบัติของ Logarithm

กำหนด a, b, c เป็นจำนวนจริงบวกที่ไม่เท่ากับ 1 และ m, n > 0

1. $\log_a 1 = 0$
2. $\log_a a = 1$
3. $\log_a(mn) = \log_a m + \log_a n$ "log ผลคูณได้ผลบวก log"
4. $\log_a\left(\frac{m}{n}\right) = \log_a m - \log_a n$ "log ผลหารได้ผลต่าง log"
5. $\log_{b^y} a^x = \frac{x}{y}\log_b a$
6. $a^{\log_a m} = m$
7. $a^{\log_b m} = m^{\log_b a}$
8. $\log_b a = \frac{\log_c a}{\log_c b}$
9. $\log_b a = \frac{1}{\log_a b}$

เพิ่มเติม

1. $\log 5 = 1 - \log 2$, $\log 2 = 1 - \log 5$
2. $\log 2 \approx 0.3010$, $\log 3 \approx 0.4771$
3. $\ln x = \log_e x$, $e \approx 2.72$
4. $\log_a^2 x = (\log_a x)^2$

Problems

1. กำหนดให้ $A = \sqrt{7\sqrt[3]{5}}$, $B = \sqrt{5\sqrt[3]{7}}$, $C = \sqrt[3]{5\sqrt{7}}$ และ $D = \sqrt[3]{7\sqrt{5}}$ ข้อใดต่อไปนี้ถูกต้อง

   1. D > C > A > B
   2. A > C > B > D
   3. A > B > D > C
   4. C > A > D > B

2. กำหนด $a = 2^{48}$, $b = 3^{36}$ และ $c = 5^{24}$ ข้อใดต่อไปนี้ถูกต้อง

   1. $\frac{1}{b} > \frac{1}{c} > \frac{1}{a}$
   2. $\frac{1}{a} > \frac{1}{b} > \frac{1}{c}$
   3. $\frac{1}{b} > \frac{1}{a} > \frac{1}{c}$
   4. $\frac{1}{a} > \frac{1}{c} > \frac{1}{b}$

3. กำหนดให้ I แทนเซตของจำนวนเต็ม

ให้ $S = \{x \in I \,/\, (x^2 - 3x + 1)^{(x+3)} = 1\}$ แล้วผลบวกของสมาชิกทั้งหมดในเซต S เท่ากับเท่าใด

4. ผลบวกของจำนวนจริง x ทั้งหมดที่สอดคล้องกับสมการ

$(2^x - 4)^3 + (4^x - 2)^3 = (4^x + 2^x - 6)^3$ มีค่าเท่าไร

1. 2
2. 2.5
3. 3
4. 3.5

5. ถ้า x, y และ z เป็นจำนวนเต็มบวกที่สอดคล้องกับ $x + y + z = 16$
$y^{x+z} = x^{2(x+z)}$ และ $3^y = 3(9^z)$ แล้วผลคูณของ xyz เท่ากับเท่าใด

6. กำหนดให้ A แทนเซตคำตอบของสมการ $3^{1+2x} + 9^{2-x} = 244$
แล้วเซต A เป็นสับเซตของช่วงใดต่อไปนี้

1. $(-1, 4)$
2. $(-2, 0.5)$
3. $(0, 5)$
4. $(-3, 0)$

7. กำหนดให้ A แทนเซตคำตอบของสมการ

$$5^{(1+\sqrt{x^2-4x-1})}+5^{\left(\frac{5+4x-x^2}{2+\sqrt{x^2-4x-1}}\right)} = 126$$

ผลบวกของสมาชิกในเซต A ทั้งหมดเท่ากับเท่าใด

8. ถ้า x, y, z เป็นจำนวนจริง โดยที่ $8^{\frac{1}{x}} = 27^{\frac{1}{y}} = 36^{\frac{1}{z}}$ แล้ว $\frac{x+y}{z}$ มีค่าเท่าใด

9. ถ้าสมการ $\left(\frac{1}{4}\right)^{x} + \left(\frac{1}{2}\right)^{x-1} + a = 0$ มีคำตอบเป็นจำนวนจริงบวก แล้วค่าของ a ที่เป็นไปได้อยู่ในช่วงข้อใดต่อไปนี้

1. $(-\infty, 3)$
2. $(-3, 0)$
3. $(0, 1)$
4. $(1, 3)$

10. Suppose that a, b and c are positive real numbers such that

$a^{\log_3 7} = 27$, $b^{\log_7 11} = 49$ and $c^{\log_{11} 25} = \sqrt{11}$

Find $a^{(\log_3 7)^2} + b^{(\log_7 11)^2} + c^{(\log_{11} 25)^2}$

11. กำหนดให้สมการ $(\log_2 x)^3 + \frac{12}{\log_x 2} = 7(\log_{\frac{1}{2}} x)^2$

จงหาผลบวกของคำตอบทั้งหมดของสมการ

1. 8 2. 16 3. 24 4. 25

12. Suppose the number a satisfies

$$a\log a + \log(\log a) - \log(\log(\log 2) - \log(\log a)) = 0$$

What is the value of $a^{a^{a^a}}$

1. 1 2. 2 3. 4 4. 8 5. 16

13. ถ้า x และ y เป็นจำนวนจริงบวกที่สอดคล้องกับสมการ
$5^{(x-2^A)}2^{y^A} = (16)^{64}$ เมื่อ $A = \frac{\log y}{\log x}$
แล้ว ค่าของ $x+y$ เท่ากับเท่าใด

14. ถ้า x และ y เป็นจำนวนจริง โดยที่ $x^2 + 2xy = \log x^x + 2\log x^y$
แล้ว $2^{\frac{x}{y}}$ มีค่าเท่ากับข้อใด

1. 4
2. $\frac{1}{4}$
3. $\sqrt{2}$
4. $\frac{1}{\sqrt{2}}$
5. $\frac{1}{2}$

15. ข้อใดคือผลบวกของคำตอบทั้งหมดของสมการ

$$\log_2 x + 2\log_x 2 = \frac{3}{2}\log_2\left(\frac{3^{\log_3 8}}{3^{\log_3 2}}\right)$$

1. 3 2. 4 3. 5 4. 6

16. กำหนดให้ A แทนเซตคำตอบของสมการ $\log_3\left(3^{(2x^2+2x)}+9\right) = x^2 + x + \frac{1}{\log 3}$ และให้ $B = \{x^2 | x \in A\}$ ผลบวกของสมาชิกทั้งหมดในเซต B เท่ากับเท่าใด

17. พิจารณาข้อความต่อไปนี้

ก. $(\log 2557)^{\log 2557} < 2557^{\log 2557} < 2557^{2557}$

ข. $(\log 2557)^{\log 2557} < (\log 2557)^{2557} < 2557^{2557}$

ข้อใดต่อไปนี้ถูกต้อง

1. ก. ถูก และ ข. ถูก
2. ก. ถูก และ ข. ผิด
3. ก. ผิด และ ข. ถูก
4. ก. ผิด และ ข. ผิด

18. ถ้า $\log_y x + \log_x y = \frac{10}{3}$ และ $xy = 256$ แล้ว $x + y$ เท่ากับเท่าใด

19. ให้ R แทนเซตของจำนวนจริง

ถ้า $A = \{x \in R \mid \log_{\sqrt{3}}(x-1) - \log_{\sqrt[3]{3}}(x-1) = 1\}$ และ

$B = \{x \in R \mid \sqrt{x+1} + \sqrt{x-1} = 2\}$

แล้วสามเท่าของผลคูณของสมาชิกในเซต $A \cup B$ ทั้งหมดเท่ากับเท่าใด

20. ให้ A เป็นเซตคำตอบของสมการ

$$\log\left(\sqrt{x+1}+5\right) = \log x$$

และ B เป็นเซตคำตอบของสมการ

$$\log_2(3x) + \log_4(9x) + \log_8(27x) = 3 + 2\log_{64}(x)$$

ผลคูณของสมาชิกทั้งหมดในเซต $A \cup B$ เท่ากับข้อใดต่อไปนี้

1. $\frac{12}{9}$ 2. $\frac{16}{9}$ 3. $\frac{32}{9}$ 4. $\frac{96}{9}$

21. ให้ a และ b เป็นจำนวนเต็ม ซึ่ง $a\log_{250}5 + \frac{b}{\log_2 250} = 3$

ค่าของ $a + 2b$ ตรงกับข้อใดต่อไปนี้

1. 13
2. 15
3. 17
4. 18

22. กำหนด $f(x) = \log_2 x$ พิจารณาข้อความต่อไปนี้

ก. กราฟของฟังก์ชัน $g(x) = f(9 \cdot 2^x)$ เป็นเส้นตรง

ข. กราฟของฟังก์ชัน $h(x) = 9 \cdot 2^{f(x^2+1)}$ เป็นพาราโบลา

ข้อใดถูก

1. ก. ถูก และ ข. ถูก
2. ก. ถูก และ ข. ผิด
3. ก. ผิด และ ข. ถูก
4. ก. ผิด และ ข. ผิด

23. ให้ R แทนเซตของจำนวนจริง

ถ้า A เป็นเซตคำตอบของอสมการ $\left(\frac{3}{5}\right)^{(5x^2-23x+3)} > \left(\frac{5}{3}\right)^{(x+5)}$

แล้ว A เป็นสับเซตในข้อใดต่อไปนี้

1. $\{x \in R \mid (5x-1)(x-3) < 0\}$
2. $\{x \in R \mid (4x-1)(x-4) < 0\}$
3. $\{x \in R \mid (2x-1)(x-5) < 0\}$
4. $\{x \in R \mid |x-1| < 2\}$

24. ถ้า $S_1 = \{x \mid \log_{\frac{1}{2}}(x+1) + 2\log_{\frac{1}{4}}(x+2) - \log_{\frac{1}{2}}(9x-3) \leq 0\}$

และ $S_2 = \{x \mid x$ เป็นจำนวนเต็มซึ่ง $-10 \leq x \leq 10\}$

แล้ว $S_1 \cap S_2$ มีจำนวนสมาชิกเท่ากับข้อใดต่อไปนี้

1. 5
2. 6
3. 7
4. 8
5. 9

25. กำหนดให้ $A = \{x \in R \mid 2^{2x} - 2^{x+2} > 2^{x+\frac{1}{2}} - \sqrt{32}\}$
เมื่อ R แทนเซตของจำนวนจริง จำนวนสมาชิกที่เป็นจำนวนเต็มของเซต $R - A$ เท่ากับข้อใดต่อไปนี้

1. 1 2. 2 3. 3 4. 4

26. ถ้า $S = \{x \mid x$ เป็นจำนวนเต็มที่สอดคล้องกับอสมการ $\log x(x-15) \leq 2\}$
แล้วจำนวนสมาชิกของ S เท่ากับข้อใดต่อไปนี้

1. 10 2. 12 3. 14 4. 24 5. 26

www.facebook.com/WeByTheBrain
www.WeByTheBrain.com