

คณิตศาสตร์ รายการที่ 12 : เลขยกกำลัง (RADICAL)

ทฤษฎีบท 1 ถ้า a, b เป็นจำนวนจริงที่ไม่เป็น 0 และ m, n เป็นจำนวนเต็ม จะได้	
1. $a^m \cdot a^n = a^{m+n}$	4. $\left(\frac{a}{b}\right)^n = \frac{a^n}{b^n}$
2. $(a^m)^n = a^{mn}$	5. $\frac{a^m}{a^n} = a^{m-n}$
3. $(ab)^n = a^n b^n$	

Tip...

1. การทำโจทย์เลขยกกำลังโจทย์มักจะสั่งว่า จงทำให้เป็นรูปอย่างง่าย ซึ่งเลขชี้กำลังที่เป็นตัวแปรมักจะตัดทอนกันไปหมด ทำให้เราสามารถ แอบ แทนเลขชี้กำลังที่เป็นตัวแปรด้วยเลขอะไรก็ได้ที่คิดว่าง่าย ๆ เช่น 0, 1 ก็จะได้คำตอบทันที

Ex.1 $\frac{9^{2+n} + 3^{3+2n}}{3^{2n+1} \cdot 4}$ มีค่าเท่ากับเท่าใด (EN2)

1. 10

2. 9

3. 8

4. 7

Ex.2 ค่าของ $\left[\frac{3^{4n+3} + 3^{4n+2}}{(3^{2n+2})(4)} \right]^{\frac{1}{n}}$ มีค่าเท่ากับข้อใดต่อไปนี (EN2)

1. 3

2. 5

3. 7

4. 9

Ex.3 ค่าของ $\left[\frac{729^n + 81^{2n}}{27^n + 243^n} \right]^{\frac{1}{n}}$ มีค่าเท่ากับข้อใดต่อไปนี (EN2)

1. 9

2. 27

3. 3^{2n} 4. $3^{\frac{1}{n}}$

Tip...

2. ถ้าเลขชี้กำลังที่เป็นตัวแปรตัดทอนกันไม่หมด
 โจทย์แบบนี้จะทำได้โดยการแทนเลขชี้กำลังที่เป็นตัวแปรของทั้งโจทย์และตัวเลือก ด้วยค่า
 เดียวกันให้มีผลตรงกัน

Ex.4 ค่าของ $\frac{4^{x+1} + (2e)^x}{2^x}$ มีค่าตรงกับข้อใด

1. $2^{x+2} + e^x$

2. $2^{x+1} + e^x$

3. $16 + e^x$

4. $8 + e^x$

การหาผลบวกและผลต่างของกรณฑ์

กรณฑ์ ที่มีอันดับเดียวกันและมีจำนวนภายใต้เครื่องหมายกรณฑ์เป็นจำนวนเดียวกัน
 จะบวกลบกันได้โดยใช้สมบัติการแจกแจงของระบบจำนวนจริง

Ex.5 จงทำให้อยู่ในรูปอย่างง่าย

$$\sqrt{50} + \sqrt{32} - \sqrt{18}$$

.....

Ex.6 จงทำให้อยู่ในรูปอย่างง่าย

$$\sqrt[3]{81} + \sqrt[3]{375} - \sqrt[3]{192}$$

.....

Tip...

จริงๆ แล้ว การหาค่าของกรณฑ์จะค่อยหาด้วยทฤษฎีที่กล่าวมาแล้วข้างต้นก็ได้ แต่ถ้าเจอโจทย์ที่ซับซ้อนการหาค่าตรงๆ อาจทำได้ไม่ทัน และถ้าเราเคยทำโจทย์มากๆ จะพบทักษะของการทำเองว่า โจทย์ที่ยากๆ มักจะต้องใช้สูตรของสมการพหุนามเข้าช่วย

ผลต่างกำลังสอง $n^2 - l^2 = (n + l)(n - l)$

Ex.7 จงฝึกหาค่าผลคูณโดยใช้สูตรผลต่างกำลังสองเข้าช่วยหาให้คล่อง

โจทย์	$n^2 - l^2 = (n + l)(n - l)$
1. $(\sqrt{3} + \sqrt{2})(\sqrt{3} - \sqrt{2})$	
2. $(\sqrt{5} + \sqrt{2})(\sqrt{5} - \sqrt{2})$	
3. $(2 + \sqrt{3})(2 - \sqrt{3})$	

Ex.8 จงเขียนจำนวนต่อไปนี้อยู่ในรูปที่ไม่ติดกรณฑ์

1. $\frac{1}{2\sqrt{2} + \sqrt{3}}$

2. $\frac{1}{2\sqrt{2} - \sqrt{3}}$

Ex.9 ค่าของ $\frac{1}{\sqrt{49} + \sqrt{45}} + \frac{1}{\sqrt{45} + \sqrt{41}} + \dots + \frac{1}{\sqrt{9} + \sqrt{5}} + \frac{1}{\sqrt{5} + \sqrt{1}}$ มีค่าเท่าไร

1. 1

2. $\frac{3}{2}$

3. 2

4. 3

Ex.10 $\frac{\sqrt{5}-\sqrt{2}}{\sqrt{5}+\sqrt{2}}$ มีค่าเท่ากับจำนวนในข้อใดต่อไปนี้ (EN2)

1. $\frac{7-\sqrt{10}}{3}$

2. $\frac{7-2\sqrt{10}}{3}$

3. $\frac{8-\sqrt{10}}{3}$

4. $\frac{8-2\sqrt{10}}{3}$

Ex.11 ค่าของ $2^{\frac{1}{4}}\left(1+2^{\frac{1}{2}}+2^{\frac{3}{4}}\right)\left(2^{-\frac{1}{4}}+2^{\frac{1}{4}}-2^{\frac{1}{2}}\right)$ มีค่าตรงกับข้อใด

1. 1

2. 2

3. 3

4. 4

Ex.12 จงฝึกหาผลคูณโดยใช้สูตรผลต่างกำลังสามเข้าช่วยหาให้คล่อง

โจทย์	$(n-l)(n^2+nl+l^2) = n^3-l^3$
1. $(5^{\frac{1}{3}}-3^{\frac{1}{3}})(5^{\frac{2}{3}}+5^{\frac{1}{3}}3^{\frac{1}{3}}+3^{\frac{2}{3}})$	
2. $(3^{\frac{1}{3}}-2^{\frac{1}{3}})(3^{\frac{2}{3}}+3^{\frac{1}{3}}2^{\frac{1}{3}}+2^{\frac{2}{3}})$	

Ex.13 จงฝึกหาผลคูณโดยใช้สูตรผลต่างกำลังสามเข้าช่วยหาให้คล่อง

โจทย์	$(n-l)(n^2+nl+l^2) = n^3-l^3$
1. $(\sqrt[3]{5}+\sqrt[3]{2})(\sqrt[3]{25}-\sqrt[3]{10}+\sqrt[3]{4})$	
2. $(a^{\frac{1}{6}}+1)(a^{\frac{1}{3}}-a^{\frac{1}{6}}+1)$	

Ex.14 ค่าของ $(5^{\frac{1}{3}} + 3^{\frac{1}{3}})(5^{\frac{2}{3}} - 5^{\frac{1}{3}}3^{\frac{1}{3}} + 3^{\frac{2}{3}})$ มีค่าตรงกับข้อใด (EN2)

1. 2

2. 2

3. 3

4. $4^{\frac{2}{3}}$

Ex.15 จงหาค่าของ $\frac{(\sqrt[3]{5} - \sqrt[3]{2})(\sqrt[3]{25} + \sqrt[3]{10} + \sqrt[3]{4})}{\sqrt{2-\sqrt{3}} \cdot \sqrt{2-\sqrt{2-\sqrt{3}}} \cdot \sqrt{2+\sqrt{2-\sqrt{3}}}}$

1. 1

2. 2

3. 3

4. 4

การหารากที่ 2 ของจำนวนจริงที่อยู่ในรูป $x \pm 2\sqrt{y}$

การหารากที่ 2 ของจำนวนจริงที่อยู่ในรูป $x \pm 2\sqrt{y}$ นั้นจะต้องหาให้ได้ เร็วที่สุดเพราะมันจะต้อง

1. คิดให้ได้ว่าเลข 2 ตัวที่บวกกันได้ x และคูณกันได้ y แทนด้วย m กับ n

$x = m + n$ และ $y = m \cdot n$ (คิดในใจ)

2. จะต้องได้คำตอบของ

$$\sqrt{x \pm 2\sqrt{y}} = \sqrt{m} \pm \sqrt{n} \quad \text{ทันที}$$

Ex.16 จงหาค่าของ $\sqrt{12 + 2\sqrt{35}}$

Ex.17 จงหาค่าจำนวนต่อไปนี้ให้เร็วที่สุด

1. $\sqrt{7 + 2\sqrt{10}} = \dots\dots\dots$

2. $\sqrt{8 + 2\sqrt{15}} = \dots\dots\dots$

3. $\sqrt{7 - 2\sqrt{6}} = \dots\dots\dots$

Ex.18 จำนวนจริง x ที่เป็นคำตอบของสมการ $\sqrt{15} - \sqrt{x} = \sqrt{22 - 2\sqrt{105}}$
มีค่าเท่ากับเท่าใด (EN1)

Ex.19 กำหนดให้ a, b เป็นจำนวนจริงซึ่ง $a > b$ และ $\sqrt{11 + \sqrt{45 + \sqrt{9 - 4\sqrt{5}}}} = \sqrt{a} + \sqrt{b}$
 $2a^2 + b$ มีค่าตรงกับข้อใด

1. 12

2. 14

3. 52

4. 54

Ex.20 กำหนดให้ $\sqrt[4]{17 + \sqrt{288}} = a + \sqrt{b}$ โดยที่ $a, b \in I^+$ และ $\sqrt{b}$

เป็นจำนวนอตรรกยะ ดังนั้น $2a + 3b$ มีค่าเท่าข้อใด

1. 5

2. 7

3. 8

4. 14