

คณิตศาสตร์ รายการที่ 16 : การนับ (COMBINATORICS)

หลักการคูณ

ถ้าการทำงานหนึ่งมีวิธีการทำ k ขั้นตอน คือ ขั้นตอนที่ 1 ถึงขั้นตอนที่ k

โดยที่ การทำงานขั้นตอนที่ 1 มีวิธีทำ n_1 วิธี

 การทำงานขั้นตอนที่ 2 มีวิธีทำ n_2 วิธี

 การทำงานขั้นตอนที่ k มีวิธีทำ n_k วิธี

 จำนวนวิธีทำงานนี้เท่ากับ $n_1 \cdot n_2 \cdot n_3 \cdot \dots \cdot n_k$ วิธี

Tip... หลักในการเลือกใช้หลักการนับ

ก่อนที่จะเรียนหลักการคูณควรรู้จักคำว่าขั้นตอน (สำคัญมากนะ) ดังนี้

ขั้นตอนคือ.....

ซึ่งโจทย์ทุกข้อจะแบ่งขั้นตอนออกได้ 3 อย่างเท่านั้น คือ

1. ชนิดเป็นตัวระบุขั้นตอน
2. สิ่งที่เกิดขึ้นเป็นตัวระบุขั้นตอน
3. ตำแหน่งเป็นตัวระบุขั้นตอน

Ex.1 บริษัทผลิตเสื้อผ้าสำเร็จรูปแห่งหนึ่งผลิตเสื้อ 6 แบบ กางเกง 5 แบบ เนคไท 4 แบบ

ถ้าจะจัดแต่งตัวให้กับหุ่นเพื่อนำไปโชว์หน้าร้าน จะสามารถแต่งเป็นชุดต่างๆ กันได้กี่ชุด

(โจทย์ข้อนี้.....เป็นตัวระบุขั้นตอน)

Ex.2 จดหมาย 4 ฉบับ จะใส่ลงในตู้ไปรษณีย์ 3 ตู้ได้แตกต่างกันกี่วิธี

(โจทย์ข้อนี้.....เป็นตัวระบุขั้นตอน)

Ex.3 เลขโดด 5, 6, 7, 8 จะสร้างเลข 3 หลัก ได้แตกต่างกันกี่วิธี

(โจทย์ข้อนี้.....เป็นตัวระบุขั้นตอน)

โจทย์บางข้อ อาจมองขั้นตอนได้ถึง 2 อย่าง ซึ่งไม่ว่าจะเลือกคิดอย่างใดก็ได้คำตอบเท่ากัน เช่น

Ex.4 นายแดงจะขึ้นบันได 5 ขั้นโดยจะขึ้นทีละขั้นก็ได้ อยากทราบว่าเขาจะขึ้นบันไดได้แตกต่างกันกี่วิธี

โจทย์บางข้อ เริ่มเรียนการนับใหม่ๆ และยังไม่ชำนาญอาจมองไม่ออกว่าขั้นตอนคืออะไร เช่น กลุ่มโจทย์
การหาจำนวนตัวเลขที่หาร n ลงตัว

Ex.10 จำนวนเต็มบวกที่หาร 150 ลงตัวมีทั้งหมดกี่จำนวน

การเรียนรู้จากข้อผิดพลาดเป็นหลักที่สำคัญตัวหนึ่งสำหรับผู้ที่ยังเรียนการนับใหม่ๆ กล่าวคือ บางครั้งเราอาจคิดว่าโจทย์ข้อหนึ่งอาจทำได้หลายวิธีแต่ต้องจำไว้ว่า ถ้าวิธีดังกล่าวถูกต้อง ทุกวิธีจะต้องได้คำตอบเท่ากัน (เราจะเลือกทำวิธีที่เร็วสุดในข้อต่อไป) แต่ถ้าคำตอบไม่เท่ากันแสดงว่าต้องมีวิธีใดวิธีหนึ่งผิด ถ้าเราอยากเก่งเรื่องการนับเราจะต้องหาสาเหตุของการผิดนั้นให้ได้ จะได้ไม่ทำโจทย์ผิดในข้อสอบนั่นเอง

Ex.5 นาย ก, ข และ ค จะขึ้นลิฟต์ซึ่งมีทั้งหมด 3 ตัว จำนวนวิธีที่นาย ก และ ข ขึ้นด้วยกันแต่นาย ค ขึ้นคนเดียวมีค่าเท่ากับข้อใดต่อไปนี้

1. 6

2. 7

3. 8

4. 9

วิธีที่ 1 เป็นวิธีคิดที่..... เพราะ.....	วิธีที่ 2 เป็นวิธีคิดที่..... เพราะ.....

Ex.6 การเขียนเครื่องหมาย O หรือ X ลงในตารางขนาด 2×3 โดยให้มีเครื่องหมายเต็มทุกช่องและต้องมีเครื่องหมายอย่างน้อยอย่างละ 1 เครื่องหมาย แล้วจำนวนวิธีเขียนเท่ากับเท่าไร

วิธีที่ 1 เป็นวิธีคิดที่..... เพราะ.....	วิธีที่ 2 เป็นวิธีคิดที่..... เพราะ.....

Ex.7 กำหนด $A = \{1, 2, 3, 4, 5\}$, $B = \{6, 7, 8, 9, 10\}$ จงหาจำนวนฟังก์ชัน f ซึ่งเป็นฟังก์ชัน 1 - 1 จาก A ไปทั่วถึง B

- | | |
|--------|--------|
| 1. 200 | 2. 160 |
| 3. 120 | 4. 80 |

Ex.8 ถ้า $A = \{-2, -1, 0, 1, 2\}$ แล้วจำนวนทั้งหมดของฟังก์ชัน $f: A \rightarrow A$ ซึ่งมีคุณสมบัติว่า $f(x) > 0$ สำหรับ $x < 0$ และ $f(x) < 0$ สำหรับ $x > 0$ เท่ากับข้อใดต่อไปนี้

- | | |
|--------|-------|
| 1. 160 | 2. 80 |
| 3. 64 | 4. 16 |

Ex.9 กำหนดให้ $A = \{1, 2, 3, 4, 5\}$, จำนวนของฟังก์ชัน $f: A \rightarrow A$ ซึ่งมีคุณสมบัติว่าทุก $x \in A$, $f(x) > x$ หรือ $f(x) = 3$ เท่ากับข้อใดต่อไปนี้

- | | |
|-------|--------|
| 1. 24 | 2. 29 |
| 3. 72 | 4. 120 |

Ex.10 กำหนดให้ $A = \{1, 2\}$ และ $B = \{1, 2, 3, \dots, 10\}$ ถ้า $N = \{f \mid f : A \rightarrow B, f \text{ เป็น } 1-1 \text{ และมี } x \in A \text{ อย่างน้อยหนึ่งตัวที่ } f(x) = x\}$ แล้ว N มีจำนวนสมาชิกกี่ตัว

วิธีจัดหมู่ (การเลือก)

จำนวนวิธีจัดหมู่ของสิ่งของที่แตกต่างกัน n สิ่ง โดยเลือกคราวละ r สิ่ง

เท่ากับ $\frac{n!}{(n-r)!r!}$ วิธี

Ex.11 ในการแข่งขันฟุตบอล คณะกรรมการจัดการแข่งขันจัดให้มีการ แข่งขันแบบพบกันหมด ปรากฏว่า จะต้องจัดให้มีการแข่งขันทั้งหมด 36 คู่ การแข่งขันนี้มีทีมเข้าร่วมแข่งขันจำนวนเท่ากับข้อใดต่อไปนี้ (ENT'40)

- | | |
|------|-------|
| 1. 6 | 2. 8 |
| 3. 9 | 4. 12 |

Ex.12 ข้อสอบปรนัยวิชาหนึ่งมี 6 ข้อ ข้อที่ 1 และข้อที่ 2 มีคะแนนเต็มข้อละ 3 คะแนน ข้ออื่นๆ มีคะแนนเต็มข้อละ 1 คะแนน หากนักเรียนตอบข้อใดถูกต้องจะได้คะแนนเต็มของข้อนั้น หากตอบผิดจะได้คะแนน 0 จำนวนวิธีที่นักเรียนจะทำคะแนนวิชานี้ได้ 60 เปอร์เซนต์พอดี เท่ากับในข้อใดต่อไปนี้ (ENT'36)

- | | |
|------|------|
| 1. 6 | 2. 7 |
| 3. 8 | 4. 9 |

Ex.13 จากอาจารย์ 4 คน นักเรียนชาย 5 คน นักเรียนหญิง 2 คน ต้องการเลือกตัวแทน 4 คน โดยให้มีอาจารย์ 1 คน และนักเรียนหญิงอย่างน้อย 1 คน จำนวนวิธีเลือกเท่ากับในข้อใดต่อไปนี้ (ENT'36)

- | | |
|--------|--------|
| 1. 20 | 2. 80 |
| 3. 100 | 4. 204 |

- Ex.14** ต้องการเลือกสมาชิก 4 คน จากสมาชิกทั้งหมด 12 คน เพื่อเป็นตัวแทนเข้าร่วมประชุม โดยที่สมาชิกทั้ง 12 คนนี้ มีสามีภรรยาคู่หนึ่ง ซึ่งถ้าคนใดคนหนึ่งได้เป็นตัวแทน อีกคนหนึ่งต้องได้เป็นด้วย ดังนั้นจำนวนวิธีเลือกตัวแทนเท่ากับข้อใดต่อไปนี้ (ENT'35)
1. 45
 2. 66
 3. 210
 4. 255
- Ex.15** ตู้ใบหนึ่งมีเสื้อสีแดงแบบต่างๆ กัน 6 ตัว และเสื้อสีขาวแบบต่างๆ กัน 4 ตัว ถ้าสุ่มหยิบเสื้อจากตู้ใบนี้มา 5 ตัว ให้มีสีคละกันแล้ว จำนวนวิธีที่จะหยิบได้เสื้อสีแดงมากกว่าเสื้อสีขาวคือข้อใดต่อไปนี้ (ENT'34)
1. 60 วิธี
 2. 120 วิธี
 3. 180 วิธี
 4. 240 วิธี
- Ex.16** มีคนงานหญิง 6 คน และคนงานชาย 8 คน ซึ่งมีนายดำรงอยู่ด้วย ถ้าจะเลือกคนงาน 4 คน ไปทำงานที่ต่างกัน 4 ประเภทโดยให้เป็นหญิง 2 คน เป็นชาย 2 คน และให้นายดำรงอยู่ใน 4 คนนี้ด้วย จำนวนวิธีการเลือกคนงานดังกล่าวเท่ากับข้อใด (ENT'46)
1. 1,920 วิธี
 2. 2,400 วิธี
 3. 2,520 วิธี
 4. 2,880 วิธี
- Ex.17** ในโรงเรียนแห่งหนึ่งมีนักกีฬาฟุตบอลและนักกีฬาบาสเกตบอลรวมกัน 30 คน เป็นนักกีฬาฟุตบอล 17 คนและนักกีฬาบาสเกตบอล 18 คน ถ้าจะเลือกประธานกีฬาของโรงเรียน 1 คนและรองประธานกีฬา 1 คนจากนักกีฬากลุ่มนี้ โดยที่ประธานต้องเป็นทั้งนักกีฬาฟุตบอลและนักกีฬาบาสเกตบอลแล้วจำนวนวิธีการเลือกดังกล่าวมีทั้งหมดเท่าใดต่อไปนี้ (ENT'46)
1. 125
 2. 130
 3. 145
 4. 150
- Ex.18** โรงงานแกะสลักไม้แห่งหนึ่งมีคนงาน 15 คน เป็นหญิง 6 คน ชาย 9 คน ผู้จัดการรับงานมา 3 ชนิดโดยงานชนิดที่หนึ่งใช้คนงานหญิง 3 คน งานชนิดที่สองใช้คนงานชาย 5 คน ส่วนงานชนิดที่สามใช้คนงานชายหรือหญิงก็ได้จำนวน 3 คน จำนวนวิธีที่ผู้จัดการจะเลือกคนงานให้แกะสลักไม้เท่ากับข้อใดต่อไปนี้(ENT'37)
1. 37,800 วิธี
 2. 68,250 วิธี
 3. 75,600 วิธี
 4. 88,200 วิธี

Ex.19 สมศรีมีเพื่อน 9 คน เธอต้องการชวนเพื่อนเพียง 5 คน ที่พอจะขึ้นรถไปทัศนศึกษาต่างจังหวัดได้ในบรรดาเพื่อน 9 คนนี้มีเพื่อน 2 คนที่มีอุปนิสัยเข้ากันไม่ได้ และทั้งสองคนนี้จะไม่ยอมไปไหนพร้อมกัน จงหาจำนวนวิธีที่ สมศรีจะชวนเพื่อนๆ ไปเที่ยว โดยเพื่อนที่มีปัญหาทั้งสองไม่ได้ไปพร้อมกัน

- | | |
|-------|--------|
| 1. 86 | 2. 91 |
| 3. 56 | 4. 105 |

Ex.20 ในการสัมภาษณ์ผู้สมัครเข้าทำงานของสำนักงานแห่งหนึ่ง มีผู้สมัครเป็นชาย 5 คนเป็นหญิง 5 คน ถ้าผู้สัมภาษณ์ตัดสินใจเรียกผู้สมัครมาสัมภาษณ์เพียง 5 คน โดยเลือกชาย 3 คนและหญิง 2 คนจากผู้สมัครทั้งหมดโดยการสุ่ม ดังนั้นการจัดลำดับเข้าสอบสัมภาษณ์ทีละคน โดยให้ผู้สมัครที่เป็นชายเข้าสอบติดต่อกันจะมีจำนวนวิธีเท่ากับ (เตรียมฯ)

- | | |
|---------------|---------------|
| 1. 100 วิธี | 2. 200 วิธี |
| 3. 1,200 วิธี | 4. 3,600 วิธี |