



สมการกำลังสอง และพาราโบลา

อ. รัฐฐา ศรีดวม
สถาบันกวดวิชา Grade4

สมการกำลังสอง

$$Ax^2 + Bx + C = 0$$

การแยกตัวประกอบ

$$x^2 - 2x - 8 = 0$$

$$x^2 - 2x - 8 = 0$$

$$(x + 2)(x - 4) = 0$$

$$x = -2, 4$$

$$x^2 + 7x + 12 = 0$$

$$x^2 + 7x + 12 = 0$$

$$(x + 3)(x + 4) = 0$$

$$x = -3, -4$$

$$x^2 + 3x - 10 = 0$$

$$x^2 + 3x - 10 = 0$$

$$(x + 5)(x - 2) = 0$$

$$x = -5, 2$$

รายการที่ 8 สมการกำลังสองและพาราโบลา

$$x^2 - 6x + 5 = 0$$

$$x^2 - 6x + 5 = 0$$

$$(x - 5)(x - 1) = 0$$

$$X = 5, 1$$

การจัดรูปกำลังสองสมบูรณ์

เพิ่มพจน์กลาง, เพิ่มพจน์ท้าย

$$\text{จงหาคำตอบของ } x^2 - 4x - 1 = 0$$

$$x^2 - 4x - 1 = 0$$

$$(x^2 - 4x + 2^2) - 1 - 2^2 = 0$$

$$(x - 2)^2 - 5 = 0$$

$$(x - 2 + \sqrt{5})(x - 2 - \sqrt{5}) = 0$$

$$x = 2 - \sqrt{5}, 2 + \sqrt{5}$$

การใช้สูตรหาคำตอบ

$$\text{สมการกำลังสอง} \quad ax^2 + bx + c = 0$$

$$\text{คำตอบของสมการ} \quad x = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}$$

$$\text{ผลบวกของคำตอบ} \quad \frac{-b}{a}$$

$$\text{ผลคูณของคำตอบ} \quad \frac{c}{a}$$



รายการที่ 8 สมการกำลังสองและพาราโบลา

คำตอบของสมการกำลังสอง

สมการมี 2 คำตอบ เมื่อ $b^2 - 4ac > 0$

สมการมีคำตอบเดียว เมื่อ $b^2 - 4ac = 0$

สมการไม่มีคำตอบ เมื่อ $b^2 - 4ac < 0$

จงหาคำตอบของสมการ $3x^2 - 2x - 7 = 0$

วิธีทำ

$$a = 3, b = -2, c = -7$$

$$x = \frac{-(-2) \pm \sqrt{(-2)^2 - 4(3)(-7)}}{2(3)}$$

$$x = \frac{2 \pm \sqrt{88}}{6}$$

$$x = \frac{1 + \sqrt{22}}{3}, \frac{1 - \sqrt{22}}{3}$$

ตัวอย่างโจทย์ สมการกำลังสอง

1. $2x^2 - 7x = 39$

2. $2x(x + 1) = 15 + x$

3. $x^2 - \frac{3}{4}x + \frac{1}{8} = 0$

4. $\frac{x+2}{x-1} - \frac{x-4}{2x} = \frac{7}{2}$

5. $(x-1)^2 = 4$

6. $9x^2 - 100 = 0$

7. $x^6 + 2x^3 - 48 = 0$

8. $10x - \frac{6}{x} + 11 = 0$

9. $(x-4)^2 - 11(x-4) + 18 = 0$



รายการที่ 8 สมการกำลังสองและพาราโบลา

จงหาค่าของ k เมื่อสมการ $kx^2 + 4x + 1 = 0$ มีคำตอบเพียงค่าเดียว

วิธีทำ

$$b^2 - 4ac = 0$$

$$4^2 - 4k(1) = 0$$

$$k = 4$$

โจทย์

จงหาเลข 2 จำนวนที่อยู่ติดกัน ซึ่งผลบวกของกำลังสองของเลขทั้งสองจำนวนนั้น มีค่าเท่ากับ 85

เลขจำนวนหนึ่งเป็นสามเท่าของเลขอีกจำนวนหนึ่ง ถ้าแต่ละจำนวนถูกเพิ่มขึ้น 1 แล้วผลบวกของส่วนกลับ จะมีค่า $\frac{10}{21}$ จงหาเลขสองจำนวนนั้น

จงหาค่า k เมื่อกำหนดเงื่อนไขต่อไปนี้

$$kx^2 = 2kx + 6x - 7 \text{ มีผลบวกของคำตอบเป็น } 4$$

จงหาค่า k เมื่อกำหนดเงื่อนไขต่อไปนี้

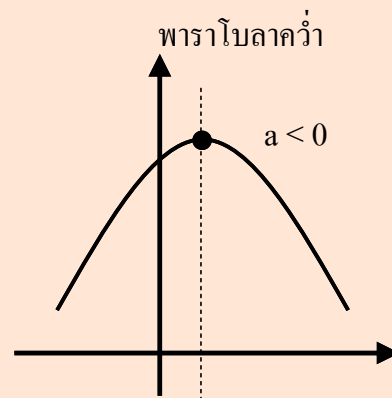
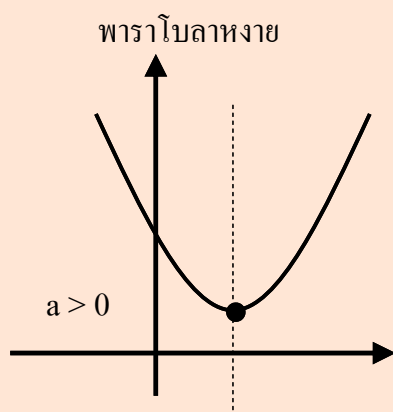
$$3x - kx^2 + 12 = 0 \text{ มีผลคูณของรากเท่ากับ } 3$$

รายการที่ 8 สมการกำลังสองและพาราโบลา

สมการพาราโบลา

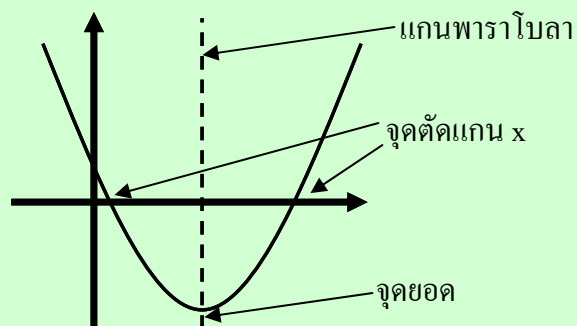
$$y = ax^2 + bx + c$$

รูปร่างของพาราโบลา



$$y = ax^2 + bx + c$$

ส่วนประกอบของพาราโบลา



รายการที่ 8 สมการกำลังสองและพาราโบลา

การหาส่วนประกอบของพาราโบลา

$$y = ax^2 + bx + c$$

$$\text{จุดยอด (Vertex)} = \left(\frac{-b}{2a}, \frac{4ac - b^2}{4a} \right)$$

$$\text{แกนสมมาตร} \quad x = \frac{-b}{2a}$$

ข้อใดเป็นกราฟพาราโบลา

- 1) $x^2 + y^2 + 2x - 4y - 5 = 0$
- 2) $X^2 - 2x + 5 - 3y = 0$
- 3) $3x - 4y = 5$
- 4) $x/3 + y/4 = 7$

โจทย์

กราฟ $y = x^2 - 2x - 35$

ตัดแกน x ที่จุด A และ จุด B มีจุดยอดอยู่ที่จุด C สามเหลี่ยม ABC มีพื้นที่เท่าไร

1. 96 ตารางหน่วย
2. 144 ตารางหน่วย
3. 162 ตารางหน่วย
4. 216 ตารางหน่วย

ลวดยาว 20 เซนติเมตร คัดเป็นรูปสี่เหลี่ยมมุมฉาก จะได้พื้นที่มากที่สุดเป็นเท่าใด

1. 16 ตารางเซนติเมตร
2. 25 ตารางเซนติเมตร
3. 32 ตารางเซนติเมตร
4. 36 ตารางเซนติเมตร



รายการที่ 8 สมการกำลังสองและพาราโบลา

พาราโบลารูปหนึ่ง มีสมการเป็น $y = c - 2x - x^2$ มีค่าสูงสุดเท่ากับ -2 จะมีจุดตัดแกน Y เป็นจุดใด

- | | |
|------------|------------|
| 1. (0, -1) | 2. (0, -2) |
| 3. (0, -3) | 4. (0, -4) |

ถ้า $x + 2y = 8$ แล้วค่าสูงสุดของ xy เป็นเท่าใด

- | | |
|------|-------|
| 1. 2 | 2. 4 |
| 3. 8 | 4. 16 |

มีรั้วยาว 180 เมตรเพื่อใช้ล้อมรั้วที่ดินริมฝั่งแม่น้ำเป็นบริเวณเป็นรูปสี่เหลี่ยมผืนผ้า ให้ได้พื้นที่มากที่สุด จะล้อมได้พื้นที่เท่าใด ทั้งนี้โดยใช้รั้วล้อมเพียงสามด้าน (ด้านริมน้ำไม่ต้องล้อม)

