

คณิตศาสตร์ รายการที่ 11 : อนุกรมเลขคณิต (SEQUENCES AND SERIES)

ลำดับเลขคณิต (Arithmetic Sequence)

นิยาม...	ลำดับเลขคณิตคือลำดับที่มีผลต่างร่วม d คงที่
ลำดับเลขคณิต	$a_1, a_1 + d, a_1 + 2d, a_1 + 3d, \dots, a_1 + (n-1)d$
	$a_n = a_1 + (n-1)d$

TIP...

การหาพจน์ทั่วไปของลำดับเลขคณิตนั้นทำได้ง่ายมากๆ ดังนี้

$$a_n = d_n \text{ เป็นพจน์แรก}$$

Ex.1 จงหาพจน์ทั่วไปของลำดับต่อไปนี้อย่างรวดเร็วที่สุด

1. 11, 13, 15, 19, ... จะได้ $a_n = \dots$

2. 7, 10, 13, 16, 19, ... จะได้ $a_n = \dots$

3. 2, -1, -4, -7, -10, ... จะได้ $a_n = \dots$

4. 4, 2, 0, -2, -4, ... จะได้ $a_n = \dots$

Ex.2 พจน์ที่ 30 ของลำดับเลขคณิต : $11, 13\frac{1}{2}, 16, \dots$ คือข้อใด

1. 83.0

2. 83.5

3. 84.0

4. 84.5

Ex.3 กำหนดให้ลำดับแรก : -9, -7, -5, ...

กำหนดให้ลำดับหลัง : 12, 15, 18, ...

พจน์ที่ 20 ของลำดับแรกมีค่ามากกว่าพจน์ที่ 5 ของลำดับหลังอยู่เท่าไร

1. 3

2. 5

3. 7

4. 9

Ex.5 พจน์แรกที่เป็นจำนวนเต็มลบของลำดับเลขคณิต 200, 182, 164, 146, ...

มีค่าต่างจากพจน์ที่ 10 เท่ากับข้อใดต่อไปนี้ (Ent' 40)

1. 54

2. 38

3. 22

4. 20

Ex.6 กำหนดให้ n เป็นจำนวนเต็มบวกที่น้อยที่สุด ที่ทำให้พจน์ที่ n ของลำดับเลขคณิต 3, 7, 11, ... มีค่ามากกว่า 1,000 ข้อใดต่อไปนี้เป็นค่าของ n

1. 154
2. 200
3. 239
4. 251

Ex.7 พจน์ที่เท่าไรของลำดับ $8, \frac{22}{3}, \frac{20}{3}, \dots$ จะเริ่มมีค่าเป็นลบค่าแรก

1. พจน์ที่ 13
2. พจน์ที่ 14
3. พจน์ที่ 15
4. พจน์ที่ 16

Ex.8 จงฝึกทำโจทย์ต่อไปนี้ให้เร็วที่สุด

โจทย์	ขั้นที่ 1 หา d $(m - k)d = a_m - a_k$	ขั้นที่ 2 $a_n = a_m + (n - m)d$
พจน์ที่ 20 ของลำดับ เลขคณิตที่ $a_4 = 32$ และ $a_9 = 42$		

Ex.9 จงฝึกทำโจทย์ต่อไปนี้ให้เร็วที่สุด

โจทย์	ขั้นที่ 1 หา d $(m - k)d = a_m - a_k$	ขั้นที่ 2 $a_n = a_m + (n - m)d$
พจน์ที่ 15 ของลำดับ เลขคณิตที่ $a_4 = 26$ และ $a_9 = 61$		

Ex.10 จงฝึกทำโจทย์ต่อไปนี้ให้เร็วที่สุด

โจทย์	ขั้นที่ 1 หา d $(m - k)d = a_m - a_k$	ขั้นที่ 2 $a_n = a_m + (n - m)d$
พจน์ที่ 18 ของลำดับ เลขคณิตที่ $a_7 = 26$ และ $a_{13} = 80$		

Ex.11 จงฝึกทำโจทย์ต่อไปนี้ให้เร็วที่สุด

โจทย์	ขั้นที่ 1 หา d $(m - k)d = a_m - a_k$	ขั้นที่ 2 $a_n = a_m + (n - m)d$
พจน์ที่ n ของลำดับ เลขคณิตที่ $a_2 = 16$ และ $a_{12} = 116$		

Ex.12 กำหนดให้พจน์ที่ 5 และพจน์ที่ 3 ของลำดับเลขคณิตเท่ากับ 16 และ 6
ตามลำดับแล้วพจน์ที่ 1 และผลต่างร่วมมีค่าตรงกับค่าในข้อใด

1. -4, 5
2. -3, 7
3. -2, 6
4. -1, 8

Ex.13 ถ้าพจน์ที่ 4 พจน์ที่ 42 และพจน์สุดท้ายของลำดับเลขคณิต เป็น 0, 95 และ 125 ตามลำดับแล้ว
พจน์แรกและจำนวนพจน์ของลำดับนี้ตรงกับข้อใด

1. $-\frac{15}{2}, 53$
2. $-\frac{15}{2}, 54$
3. $\frac{15}{2}, 53$
4. $\frac{15}{2}, 54$

ลำดับเรขาคณิต (Geometric Sequence)

นิยาม... ลำดับเรขาคณิตคือลำดับที่มีอัตราส่วนร่วม r คงที่

ลำดับเรขาคณิต $a_1, a_1r, a_1r^2, a_1r^3, \dots, a_1r^{n-1}$

$$a_n = a_1r^{n-1}$$

Ex.14 จงตรวจสอบว่าลำดับต่อไปนี้เป็นลำดับเลขคณิตหรือลำดับเรขาคณิต

1. 1, 5, 9, 13, 17, ... เป็นลำดับ.....
และมีค่า.....เป็นค่าคงที่
2. 5, -2, -9, -16, เป็นลำดับ.....
และมีค่า.....เป็นค่าคงที่
3. 2, 6, 18, 54, ... เป็นลำดับ.....
และมีค่า.....เป็นค่าคงที่

O - NET'49

Ex.15 ลำดับเรขาคณิตในข้อต่อไปนี้มีอัตราส่วนร่วมอยู่ในช่วง (0.3, 0.5)

1. $3, \frac{5}{4}, \frac{25}{48}, \dots$

2. $2, \frac{4}{3}, \frac{8}{9}, \dots$

3. $4, 3, \frac{9}{4}, \dots$

4. $5, 4, \frac{16}{5}, \dots$

Ex.16 ให้ x, y, z, w เป็นพจน์ 4 พจน์เรียงกันในลำดับเรขาคณิต โดยที่ x เป็นพจน์แรก

ถ้า $y + z = 6$ และ $z + w = -12$ จงหาค่าสัมบูรณ์ของพจน์ที่ 5 ของลำดับนี้ (EN1)

Ex.17 ให้ a_n เป็นพจน์ที่ n ของลำดับเรขาคณิต โดยมี r เป็นอัตราส่วนร่วม

ถ้า $\frac{a_1}{a_1 + a_2} + \frac{a_2}{a_2 + a_3} + \dots + \frac{a_n}{a_n + a_{n+1}} = 2n$ แล้ว r คือข้อใดต่อไปนี้ (EN1)

1. $-\frac{1}{2}$

2. $\frac{1}{2}$

3. -2

4. 2

อนุกรม (Series)

ผลบวกของพจน์ทุกพจน์ของลำดับจำกัด $a_1, a_2, a_3, \dots, a_n$ สามารถเขียนได้ในรูป

$$S_n = a_1 + a_2 + a_3 + \dots + a_{n-2} + a_{n-1} + a_n$$

เรียกผลบวกของพจน์ทุกพจน์ของลำดับจำกัดว่า **อนุกรมจำกัด**

อนุกรมเลขคณิต (Arithmetic Series)

อนุกรมเลขคณิต จึงคือผลบวกของลำดับเลขคณิต ซึ่งสร้างสูตรเฉพาะได้ดังนี้

$$S_n = \frac{n}{2}(a_1 + a_n) \quad \dots\dots\dots \text{สูตรที่ 1}$$

$$S_n = \frac{n}{2}(2a_1 + (n-1)d) \quad \dots\dots\dots \text{สูตรที่ 2}$$

Ex.18 ผลบวก 10 พจน์แรกของอนุกรมเลขคณิตอนุกรมหนึ่งเท่ากับ 430 ถ้าพจน์ที่ 10 ของอนุกรมนี้คือ 79 แล้วผลบวก 3 พจน์แรกมีค่าเท่ากับข้อใดต่อไปนี้ (EN1)

- | | |
|-------|-------|
| 1. 44 | 2. 45 |
| 3. 46 | 4. 47 |

อนุกรมเรขาคณิต (Arithmetic Series)

อนุกรมเรขาคณิตจึงคือผลบวกของลำดับเรขาคณิต ซึ่งสร้างสูตรเฉพาะได้ดังนี้

$$S_n = a_1 + a_1r + a_1r^2 + a_1r^3 \dots + ar^{n-1} \dots\dots (1)$$

$$rS_n = a_1r + a_1r^2 + a_1r^3 \dots + ar^{n-1} + ar^n \dots\dots(2)$$

$$(2) - (1) \quad (r-1)S_n = ar^n - a_1$$

จะได้ $S_n = \frac{a_1(1-r^n)}{1-r}$ หรือกลับสูตรได้ $S_n = \frac{a_1(r^n-1)}{r-1}$

Ex.19 กำหนดอนุกรม $1 + 2 + 4 + 8 + \dots + 2^{n-1} + \dots$ ผลบวกของอนุกรม

ดังกล่าว 10 พจน์แรกเท่ากับข้อใด

- | | |
|----------|-------------|
| 1. 511 | 2. 1,021 |
| 3. 1,023 | 4. หาไม่ได้ |

Ex.20 ถ้า a เป็นจำนวนจริงลบ และ $a^{20} + 2a - 3 = 0$ แล้ว $1 + a + a^2 - \dots + a^{19}$ มีค่าเท่ากับข้อใดต่อไปนี้

- | | |
|-------|-------|
| 1. -2 | 2. -3 |
| 3. -4 | 4. -5 |