

คณิตศาสตร์ รายการที่ 14 : ตรรกศาสตร์ (LOGIC)

รูปแบบของประพจน์ที่สมมูลกัน

ประพจน์ที่สมมูลกัน คือ ข้อความที่มีค่าความจริงในตารางค่าความจริงเหมือนกันทุกประการ ใช้สัญลักษณ์ $\equiv$ แทนข้อความที่สมมูลกัน

สมมูลที่สำคัญ

1. $p \rightarrow q \equiv \sim q \rightarrow \sim p \equiv \sim p \vee q$
2. $\sim(p \rightarrow q) \equiv p \wedge \sim q$
3. $p \leftrightarrow q \equiv (p \rightarrow q) \wedge (q \rightarrow p)$

Ex.1 ประพจน์ใดต่อไปนี้เป็นสมมูลกับประพจน์ $p \vee q$

- | | |
|---------------------------|--------------------------------|
| 1. $\sim p \rightarrow q$ | 2. $\sim q \rightarrow \sim p$ |
| 3. $\sim p \wedge q$ | 4. $p \wedge \sim q$ |

Ex.2 ประพจน์ใดต่อไปนี้เป็นสมมูลกับประพจน์ $(p \wedge q) \rightarrow r$

- | | |
|---|---|
| 1. $(p \rightarrow r) \vee (q \rightarrow r)$ | 2. $(p \rightarrow r) \wedge (q \rightarrow r)$ |
| 3. $\sim(p \vee q) \vee r$ | 4. $\sim(p \vee q) \rightarrow r$ |

Ex.3 กำหนดให้ p และ q เป็นประพจน์ จงหาว่าประพจน์ $p \rightarrow \sim q$ จะสมมูลกับประพจน์ในข้อใด

- | | |
|----------------------------|----------------------------|
| 1. $\sim(p \wedge q)$ | 2. $\sim(p \rightarrow q)$ |
| 3. $\sim(p \rightarrow q)$ | 4. $\sim(p \wedge q)$ |

Ex.4 ประพจน์ $(\sim r \vee p) \rightarrow q$ สมมูลกับประพจน์ในข้อใด

- | | |
|---|---|
| 1. $(r \vee \sim p) \vee q$ | 2. $(r \wedge \sim p) \vee q$ |
| 3. $\sim q \rightarrow (\sim r \wedge p)$ | 4. $\sim q \rightarrow (r \vee \sim p)$ |

Ex.5 ประพจน์ใดต่อไปนี้สมมูลกับประพจน์ $(p \rightarrow r) \wedge (q \rightarrow r)$ Ent'37)

- | | |
|-------------------------------|-----------------------------------|
| 1. $(p \wedge q) \vee \sim r$ | 2. $(p \wedge q) \rightarrow r$ |
| 3. $\sim(p \vee q) \vee r$ | 4. $\sim(p \vee q) \rightarrow r$ |

Ex.6 กำหนดให้ p, q และ r เป็นประพจน์ ประพจน์ $\sim[(p \wedge q) \rightarrow (\sim q \vee r)]$ สมมูลกับประพจน์ในข้อใดต่อไปนี้ (Ent'42/2)

- | | |
|---|---|
| 1. $p \wedge \sim(q \rightarrow r)$ | 2. $\sim q \vee (\sim p \wedge r)$ |
| 3. $\sim(p \wedge q) \wedge (q \wedge r)$ | 4. $\sim(p \wedge q) \rightarrow (q \wedge \sim r)$ |

Ex.7 ประพจน์ $\sim p \rightarrow (q \rightarrow (r \vee p))$ สมมูลกับประพจน์ใดต่อไปนี้ (Ent'42/1)

- | | |
|-----------------------------|------------------------------------|
| 1. $(\sim p) \vee q \vee r$ | 2. $p \vee (\sim q) \vee r$ |
| 3. $p \vee q \vee (\sim r)$ | 4. $p \vee (\sim q) \vee (\sim r)$ |

Ex.8 ถ้า p และ q เป็นประพจน์แล้ว ประพจน์ $p \rightarrow \sim(q \rightarrow p)$ สมมูลกับประพจน์ในข้อใดต่อไปนี้ (Ent'40)

- | | |
|------------------------------------|-------------------------------------|
| 1. $\sim p \vee (\sim p \wedge q)$ | 2. $\sim p \vee (p \vee q)$ |
| 3. $p \rightarrow (\sim p \vee q)$ | 4. $p \rightarrow \sim(p \wedge q)$ |

Ex.9 ประพจน์ที่สมมูลกับประพจน์ $p \leftrightarrow q$ คือประพจน์ในข้อใดต่อไปนี้ (Ent'35)

- | | |
|---|---|
| 1. $(p \rightarrow q) \wedge (q \wedge \sim p)$ | 2. $(\sim q \rightarrow \sim p) \wedge (\sim q \vee p)$ |
| 3. $(p \wedge \sim q) \wedge (q \rightarrow p)$ | 4. $(p \wedge \sim q) \wedge (\sim p \rightarrow \sim q)$ |

Ex.10 ประพจน์ $p \vee [q \rightarrow (r \vee p)]$ สมมูลกับประพจน์ในข้อใดต่อไปนี้

- | | |
|-----------------------------|------------------------------------|
| 1. $p \vee q \vee (\sim r)$ | 2. $(\sim p) \vee q \vee r$ |
| 3. $p \vee (\sim q) \vee r$ | 4. $p \vee (\sim q) \vee (\sim r)$ |

การอ้างเหตุผล (Logical Implication)

(1) สิ่งที่กำหนดให้ หรือ เหตุ : $p_1, p_2, \dots, p_n$

(2) ข้อสรุป หรือ ผล : q

การอ้างเหตุผลอาจจะสมเหตุสมผลหรือไม่สมเหตุสมผลก็ได้ ซึ่งสามารถตรวจสอบได้โดยใช้ตัวเชื่อม $\wedge$ เชื่อมเหตุทั้งหมดเข้าด้วยกันและใช้ตัวเชื่อม $\rightarrow$ เชื่อมส่วนที่เป็นเหตุกับผลดังนี้

ถ้ารูปแบบ $(p_1 \wedge p_2 \wedge \dots \wedge p_n) \rightarrow q$ เป็น.....

การอ้างเหตุผลจะ.....

Tip... การทำโจทย์การอ้างเหตุผล (Logical Implication)

1. กำหนดให้ เหตุทุกเหตุของโจทย์เป็น.....
2. หาค่าความจริงของแต่ละข้อความย่อยโดยเริ่มจาก.....
3. ผลสรุปต้องเป็น.....เท่านั้นจึงจะถือว่าสมเหตุสมผล

จุดเด่นบางจุดของตารางค่าความจริงที่ต้องจำ

ถ้าสังเกตให้ดีจะพบจุดเด่นบางจุดของตารางค่าความจริงที่ต้องจำเพื่อนำไปทำโจทย์ทุกข้อ (เน้นอีกทีใครที่คิดจะทำโจทย์ตรรกศาสตร์แล้วไม่ท่องจำตรงจุดนี้ไม่มีทางรู้เรื่อง)

$p \wedge q$	$p \vee q$	$p \rightarrow q$
T	T	T
F	T	F
F	T	T
F	F	T

Ex.11 จงพิจารณาว่า การอ้างเหตุผลต่อไปนี้ สมเหตุสมผลหรือไม่

เหตุ 1. $p \rightarrow q$

2. p

ผล q

Ex.12 จงพิจารณาว่า การอ้างเหตุผลต่อไปนี้ สมเหตุสมผลหรือไม่

เหตุ 1. $p \rightarrow q$

2. $\sim q$

ผล $\sim p$

Ex.13 จงพิจารณาว่า การอ้างเหตุผลต่อไปนี้ สมเหตุสมผลหรือไม่

เหตุ 1. $p \rightarrow q$

2. $\sim p \rightarrow \sim r$

3. $s \rightarrow r$

4. $\sim q$

ผล $\sim s$

Ex.14 จงพิจารณาว่า การอ้างเหตุผลต่อไปนี้ สมเหตุสมผลหรือไม่

เหตุ 1. $\sim t \rightarrow \sim r$

2. $\sim s$

3. $t \rightarrow w$

4. $r \vee s$

ผล w

Ex.15 พิจารณาการอ้างเหตุผลต่อไปนี้

ก. เหตุ 1. $p \rightarrow q$

2. $p \rightarrow r$

3. $p \wedge s$

ผล $r \rightarrow s$

ข. เหตุ 1. $p \rightarrow \sim q$

2. q

3. $r \vee t$

4. $r \rightarrow t$

ผล t

สรุปข้อ ก. และ ข้อ ข.

.....

Ex.16 พิจารณาการอ้างเหตุผลต่อไปนี้ (Ent'39)ก. เหตุ 1. $p \rightarrow q$ 2. $q \rightarrow s$ 3. $\sim s$ ผล $\sim p \vee s$

สรุปข้อ ก. และ ข้อ ข.

ข. เหตุ $p \rightarrow (r \vee s)$ ผล $\sim p \vee (r \vee s)$ **Ex.17** พิจารณาการอ้างเหตุผลต่อไปนี้ (Ent'40)ก. เหตุ 1. $p \rightarrow \sim q$ 2. $q \vee r$ 3. $\sim r$ ผล p

สรุปข้อ ก. และ ข้อ ข.

ข. เหตุ 1. $p \wedge q$ 2. $q \rightarrow r$ 3. $\sim r \vee s$ ผล s