

## คณิตศาสตร์ รายการที่ 15 : ระบบจำนวนจริง ( REAL NUMBER SYSTEM)

## ทฤษฎีบทเศษเหลือ (remainder theorem )

เมื่อ  $p(x)$  พหุนาม  $a_n x^n + a_{n-1} x^{n-1} + \dots + a_1 x + a_0$  โดยที่  $n$  เป็นจำนวนเต็มบวก

$a_n, a_{n-1}, \dots, a_1, a_0$  เป็นจำนวนจริง ซึ่ง  $a_n \neq 0$

ถ้าหารพหุนาม  $p(x)$  ด้วยพหุนาม  $x - c$  เมื่อ  $c$  เป็นจำนวนจริงแล้ว

เศษจะเท่ากับ  $p(c)$

Ex.1 กำหนด  $p(x)$  และ  $c$  ดังต่อไปนี้ จงหาเศษเมื่อหาร  $p(x)$  ด้วย  $x - c$

1.  $p(x) = x^4 + 3x + 5$                        $c = 2$

$p(2) = \dots\dots\dots$

2.  $p(x) = x^4 + 3x^3 + 4x^2 - x + 6$                        $c = 1$

$p(1) = \dots\dots\dots$

Ex.2 จงหาค่า  $m$  จากเงื่อนไขที่กำหนดให้ต่อไปนี้

$x - 5$  หาร  $x^3 - 2x^2 + 8x - m$  ลงตัว

Ex.3 กำหนดให้  $k$  เป็นเศษจากการหาร

$6x^5 + 5x^4 + 4x^3 + 3x^2 + 2x + 1$  ด้วย  $x + 2$  จงหา  $|k|$

1. 15

2. 25

3. 135

4. 145

Ex.4 กำหนดให้  $f(x) = x^3 + Kx^2 + Mx + 4$  เมื่อ  $K$  และ  $M$  เป็นค่าคงตัว ถ้า  $x - 2$  เป็นตัวประกอบหนึ่งของ  $f(x)$  และเมื่อนำ  $x + 1$  ไปหาร  $f(x)$  ได้เศษเหลือ 3 แล้วค่าสัมบูรณ์ ของ  $K + M$  เท่ากับเท่าใด ( Ent' 47 )

1. 2

2. 3

3. 4

4. 5

**Ex.5** กำหนดให้  $p(x) = x^3 + ax^2 + bx + 2$  โดยที่  $a$  และ  $b$  เป็นจำนวนจริง ถ้า  $x - 1$  และ  $x + 3$  ต่างหาร  $p(x)$  แล้วเหลือเศษ 5 ดังนั้น  $a + 2b$  มีค่าเท่ากับข้อใดต่อไปนี้ (Ent' 44/2)

- |        |       |
|--------|-------|
| 1. -11 | 2. -1 |
| 3. 1   | 4. 9  |

**Ex.6** ถ้านำ  $x - 1$  ไปหาร  $3x^3 - 2x^2 + x + a$  เหลือเศษ -2 และนำ  $x + 2$  ไปหาร  $x^3 - bx^2 + 3x + 6b$  ลงตัว ค่าของ  $a + b$  ตรงกับข้อใด

- |      |      |
|------|------|
| 1. 1 | 2. 2 |
| 3. 3 | 4. 4 |

**Ex.7** กำหนดให้  $x + 1$  และ  $x - 1$  เป็นตัวประกอบของพหุนาม  $p(x) = 3x^3 + x^2 - ax + b$  เมื่อ  $a, b$  เป็นค่าคงตัว เศษเหลือที่ได้จากการหาร  $p(x)$  ด้วย  $x - a - b$  เท่ากับข้อใดต่อไปนี้ (Ent' 44/1)

- |       |       |
|-------|-------|
| 1. 15 | 2. 17 |
| 3. 19 | 4. 21 |

**Ex.8** ให้  $p$  เป็นจำนวนเฉพาะบวกและ  $m, n$  เป็นจำนวนเต็ม ถ้า  $x + 3$  หาร  $x^3 + mx^2 + nx + p$  ลงตัว และ  $x - 1$  หาร  $x^3 + mx^2 + nx + p$  เหลือเศษ 4 แล้ว  $m$  และ  $n$  มีค่าเท่ากับข้อใดต่อไปนี้ (Ent' 37)

- |                    |                    |
|--------------------|--------------------|
| 1. $m = 4, n = -4$ | 2. $m = 2, n = -2$ |
| 3. $m = -4, n = 4$ | 4. $m = -2, n = 2$ |

---

**Tip...** พหุนาม  $a_n x^n + a_{n-1} x^{n-1} + \dots + a_1 x + a_0 = 0$

1. ผลบวกของกำลังหนึ่งของคำตอบสมการ

.....

2. ผลคูณของคำตอบสมการ

.....

3. ผลบวกของกำลังสองของคำตอบสมการ

.....

---

**Ex.9** ให้  $a$  เป็นจำนวนเต็ม ถ้า  $x - a$  หาร  $x^3 + 2x^2 - 5x - 2$  เหลือเศษ 4 แล้ว ผลบวกของค่า  $a$  ทั้งหมดที่สอดคล้องเงื่อนไขดังกล่าวเท่ากับข้อใดต่อไปนี้ (Ent'39)

- |       |       |
|-------|-------|
| 1. -6 | 2. -2 |
| 3. 3  | 4. 6  |

**Ex.10** ถ้า  $x^3 - 4x^2 + x - 3$  หารด้วย  $x - k$  แล้ว เหลือเศษ 1 แล้ว ผลบวกของค่าของ  $k$  ทั้งหมดที่เป็นไปได้คือเท่าใด

**Ex.11** กำหนด  $a, b, c$  และ  $d$  เป็นรากทั้งสี่ของสมการ  $x^4 - 5x^3 + 4 = 0$  จงหาค่า  $abcd$

- |      |      |
|------|------|
| 1. 0 | 2. 1 |
| 3. 2 | 4. 4 |

**Ex.12** กำหนด  $a, b, c$  เป็นรากทั้งสามของสมการ  $x^3 - 6x^2 + 11x - 6 = 0$  จงหาค่า  $a^2 + b^2 + c^2$

- |       |       |
|-------|-------|
| 1. 10 | 2. 12 |
| 3. 14 | 4. 16 |

**Ex.13** ให้  $s = \{p^2 \mid p \text{ เป็นคำตอบสมการ } x^3 + 4x^2 - 7x - 10 = 0\}$  แล้ว ผลบวกของสมาชิกทุกตัวใน  $s$  จะมีค่าเท่าใด

- |       |       |
|-------|-------|
| 1. 30 | 2. 40 |
| 3. 50 | 4. 60 |

**Ex.14** ผลบวกทั้งหมดของสมการ  $\log_{\frac{1}{4}} \log_{\frac{1}{3}} \log_{\frac{1}{2}} \left[ \sqrt[3]{\frac{1}{x^2 - 3x + 4}} \right] = 0$

เท่ากับข้อใดต่อไปนี้ (EN1)

- |      |      |
|------|------|
| 1. 1 | 2. 2 |
| 3. 3 | 4. 4 |

Ex.15 เซตของจำนวนจริง  $x$  ทั้งหมดที่ทำให้เมตริกซ์  $\begin{bmatrix} 1 & 0 & -x^2 \\ 2 & 1 & 0 \\ x & 3 & 5 \end{bmatrix}$

เป็นเมตริกซ์เอกฐานคือข้อใด (ENT'39)

- |                                                                     |                                      |
|---------------------------------------------------------------------|--------------------------------------|
| 1. $\left\{1, \frac{5+3\sqrt{5}}{2}, \frac{5-3\sqrt{5}}{2}\right\}$ | 2. $\{1, 5+3\sqrt{3}, 5-3\sqrt{3}\}$ |
| 3. $\left\{1, \frac{3+\sqrt{5}}{4}, \frac{3-\sqrt{5}}{4}\right\}$   | 4. $\{1, 3+\sqrt{5}, 3-\sqrt{5}\}$   |
-