วิชาคณิตศาสตร์

คณิตศาสตร์ O-Net

โดย

อ.ธนาวัฒน์ เอี่ยมอำไพ

สถิติ

O-NET , 9 วิชาสามัญ , PAT1

เนื้อหาที่ออกข้อสอบ

เนื้อหา	O-NET	9 สามัญ	PAT1
1. ค่ากลางของข้อมูล	ออกสอบ	ออกสอบ	ออกสอบ
2. การวัดตำแหน่งของข้อมูล	ออกสอบ	ออกสอบ	ออกสอบ
3. การวัดการกระจายของข้อมูล	ออกสอบ	ออกสอบ	ออกสอบ
4. ความแปรปรวนของข้อมูล	ออกสอบ	ออกสอบ	ออกสอบ
5. ค่ามาตรฐาน	-	ออกสอบ	ออกสอบ
6. โค้งปกติ	-	ออกสอบ	ออกสอบ
7. พื้นที่ใต้โค้งปกติ	-	ออกสอบ	ออกสอบ
8. ความสัมพันธ์เชิงฟังก์ชั่นระหว่างข้อมูล	-	-	ออกสอบ

<u>สรุปเนื้อหา</u>

ข้อมูล

ที่มา | **ประเภท**

ค่ากลางของข้อมูล

ค่าเฉลี่ยเลขคณิต $\bar{x}$

ข้อมูลที่ไม่แจกแจงความถี่	ข้อมูลที่แจกแจงความถี่
$$\bar{x} = \frac{\sum x}{N}$$ เมื่อ x คือ ข้อมูลแต่ละตัว N คือ จำนวนข้อมูล **ค่าเฉลี่ยเลขคณิตแบบถ่วงน้ำหนัก $$\bar{x} = \frac{x_1w_1 + x_2w_2 + \cdots + x_nw_n}{w_1 + w_2 + \cdots + w_n}$$ เมื่อ w คือ น้ำหนักของข้อมูลแต่ละตัว	$$\bar{x} = \frac{\sum fx}{N}$$ หรือ $$\bar{x} = A + \left(\frac{\sum fd}{N}\right)I$$ เมื่อ x คือ จุดกึ่งกลางชั้น f คือ ความถี่ของข้อมูล N คือ จำนวนข้อมูล A คือ จุดกึ่งกลางของชั้นที่ d = 0 d คือ ตัวคูณในการทอนข้อมูล I คือ ความกว้างของอันตรภาคชั้น

มัธยฐาน (Median)

ข้อมูลที่ไม่แจกแจงความถี่	ข้อมูลที่แจกแจงความถี่
1. เรียงข้อมูลจากน้อยไปมาก 2. มัธยฐาน คือ ข้อมูลที่อยู่ตรงกลาง ซึ่งสามารถหาตำแหน่งได้โดยใช้สูตร $\frac{N+1}{2}$	$$\text{Med} = L + \left(\frac{\frac{N}{2} - \sum f_L}{f_m}\right)I$$ เมื่อ L คือ ขอบล่างของชั้นที่มัธยฐานอยู่ N คือ จำนวนข้อมูลทั้งหมด $\sum f_L$ คือ ความถี่สะสมชั้นก่อนหน้า f_m คือ ความถี่ของชั้นที่มัธยฐานอยู่ I คือ ความกว้างของชั้นที่มัธยฐานอยู่

ฐานนิยม (Mode)

ข้อมูลที่ไม่แจกแจงความถี่	ข้อมูลที่แจกแจงความถี่
ฐานนิยม คือ ข้อมูลที่ซ้ำกันมากที่สุด *ฐานนิยมมีได้มากที่สุด 2 ตัว	$Mode = L + \left(\frac{d_1}{d_1 + d_2}\right) I$ เมื่อ L คือ ขอบล่างของชั้นที่ฐานนิยมอยู่ d_1 คือ ผลต่างระหว่างความถี่ชั้นที่มีฐานนิยมอยู่กับชั้นที่ต่ำกว่า d_2 คือ ผลต่างระหว่างความถี่ชั้นที่มีฐานนิยมอยู่กับชั้นที่สูงกว่า I คือ ความกว้างของชั้นที่ฐานนิยมอยู่

ค่ากึ่งกลางพิสัย (Mid-range)

ข้อมูลที่ไม่แจกแจงความถี่	ข้อมูลที่แจกแจงความถี่
ค่ากึ่งกลางพิสัย $= \frac{x_{max} + x_{min}}{2}$ เมื่อ x_{max} คือ ข้อมูลที่มีค่ามากที่สุด x_{min} คือ ข้อมูลที่มีค่าน้อยที่สุด	ค่ากึ่งกลางพิสัย $= \frac{x_{max} + x_{min}}{2}$ เมื่อ x_{max} คือ ขอบบนของชั้นสูงสุด x_{min} คือ ขอบล่างของชั้นต่ำสุด

****การเลือกใช้ค่ากลางแต่ละประเภท**

- ค่าเฉลี่ย $(\bar{x})$ ใช้เมื่อ.....
- มัธยฐาน (Median) ใช้เมื่อ.....
- ฐานนิยม (Mode) ใช้เมื่อ.....

1. ข้อใดถูก

1. ข้อมูลที่วัดค่ากลางได้ต้องเป็นข้อมูลเชิงปริมาณเท่านั้น
2. กรณีที่ข้อมูลมีจำนวนน้อยควรใช้ฐานนิยมเป็นค่ากลางเพราะสามารถนับความถี่ของข้อมูลได้สะดวก
3. ค่าเฉลี่ยเลขคณิตเป็นค่ากลางที่ไม่เหมาะสมกับข้อมูลที่มีบางค่าต่ำกว่าข้อมูลอื่นมากๆ
4. เนื่องจากมัธยฐานคือค่าของข้อมูลที่อยู่กึ่งกลางของข้อมูลทั้งชุด ดังนั้น มัธยฐานจึงใช้เฉพาะกรณีที่ข้อมูลมีจำนวนข้อมูลเป็นจำนวนคี่เท่านั้น
5. ค่ากลางของข้อมูลที่แจกแจงความถี่แล้วมีความถูกต้องแน่นอนมากกว่าค่ากลางของข้อมูลชุดเดียวกันที่ยังไม่ได้แจกแจงความถี่

2. จากแผนภาพต้น - ใบของข้อมูลชุดหนึ่งเป็นดังนี้

0	7	8	9	
1	0	1	5	7
2	1	2	2	
3	0	2		

ข้อใดต่อไปนี้เป็นข้อสรุปที่ถูกต้องของข้อมูลชุดนี้

1. ค่าเฉลี่ยเลขคณิต = 16 และ มัธยฐาน = 16
2. ค่าเฉลี่ยเลขคณิต = 16.5 และ มัธยฐาน = 17
3. ค่าเฉลี่ยเลขคณิต = 17 และ มัธยฐาน = 17
4. ค่าเฉลี่ยเลขคณิต = 17 และ มัธยฐาน = 16
5. ค่าเฉลี่ยเลขคณิต = 17.5 และ มัธยฐาน = 16

3. ข้อมูลสองชุดเป็นดังนี้ ชุดที่ 1 : 1 3 3 6 8 9

ชุดที่ 2 : 2 3 4 5 5 5

ข้อใดผิด

1. ค่าเฉลี่ยเลขคณิตของข้อมูลชุดที่ 1 มากกว่าค่าเฉลี่ยเลขคณิตของข้อมูลชุดที่ 2 อยู่ 0.5
2. ข้อมูลทั้งสองชุดมีมัธยฐานเท่ากัน
3. ฐานนิยมของข้อมูลสองชุดนี้ต่างกันอยู่ 2
4. ค่าเฉลี่ยเลขคณิตรวมของข้อมูลทั้งสองชุดเท่ากับ 4.5
5. ค่าเฉลี่ยเลขคณิตของข้อมูลชุดที่ 1 เท่ากับฐานนิยมของข้อมูลชุดที่ 2

4. ยอดขายต่อเดือน (หน่วย : หมื่นบาท) ของบริษัทแห่งหนึ่งในระยะเวลา 10 เดือน เป็นดังนี้

154 151 148 405 158 157 158 148 148 153

ข้อใดถูก

1. ค่าเฉลี่ยเลขคณิต $(\bar{x})$ เป็นค่ากลางที่เหมาะสมที่สุดสำหรับเป็นตัวแทนของข้อมูลนี้ และ $\bar{x}$ = 178
2. ฐานนิยม เป็นค่ากลางที่เหมาะสมที่สุดสำหรับเป็นตัวแทนของข้อมูลนี้ และ ฐานนิยม = 148
3. ฐานนิยม เป็นค่ากลางที่เหมาะสมที่สุดสำหรับเป็นตัวแทนของข้อมูลนี้ และ ฐานนิยม = 158
4. มัธยฐาน เป็นค่ากลางที่เหมาะสมที่สุดสำหรับเป็นตัวแทนของข้อมูลนี้ และ มัธยฐาน = 157.5
5. มัธยฐาน เป็นค่ากลางที่เหมาะสมที่สุดสำหรับเป็นตัวแทนของข้อมูลนี้ และ มัธยฐาน = 153.5

5. บริษัทหนึ่งมียอดขายในแต่ละไตรมาสของปี 2557 เป็นตามลำดับดังนี้

17 21 19 23 (หน่วย : ล้านบาท)

การพยากรณ์ยอดขายในไตรมาสถัดไปจะใช้ค่าเฉลี่ยเลขคณิตถ่วงน้ำหนัก ถ้าบริษัทถ่วงน้ำหนักข้อมูลด้วย 1 , 1 , 1 และ 3 ตามลำดับ แล้ว ค่าเฉลี่ยเลขคณิตถ่วงน้ำหนักของข้อมูลชุดนี้เท่ากับเท่าใด

1. 13.33 ล้านบาท
2. 18.00 ล้านบาท
3. 20.00 ล้านบาท
4. 21.00 ล้านบาท
5. 31.50 ล้านบาท

6. คะแนนสอบวิชาคณิตศาสตร์ของนักเรียนกลุ่มหนึ่ง เป็นดังตารางแจกแจงความถี่

คะแนน	ความถี่
20 - 29	7
30 – 39	10
40 – 49	6
50 – 59	7
60 – 69	6
70 – 79	8
80 - 89	6

ค่าเฉลี่ยของคะแนนสอบนี้เป็นเท่าใด

1. 43.6
2. 49.2
3. 52.1
4. 53.1
5. 54.3

7. ข้อมูลชุดหนึ่งมี 8 ค่า เรียงจากน้อยไปมาก ดังนี้

74 78 80 80 a 90 90 b

ถ้าข้อมูลชุดนี้มีพิสัยเท่ากับ 18 และ มัธยฐานเท่ากับ 85 แล้วค่าเฉลี่ยเลขคณิต เท่ากับเท่าใด

8. ข้อมูลชุดหนึ่งเรียงจากน้อยไปมากดังนี้

5 10 12 20 x 26 30 42 47 y

ถ้าข้อมูลชุดนี้มีพิสัยเท่ากับ 45 และ ค่าเฉลี่ยเลขคณิตเท่ากับ 26.4 แล้ว

ควอไทล์ที่สองของข้อมูลชุดนี้เท่ากับข้อใด

1. 20
2. 21
3. 23
4. 24
5. 25

ตำแหน่งของข้อมูล

การวัดตำแหน่งของข้อมูล แบ่งการวัดออกเป็นแบบต่างๆดังนี้

- ควอไทล์ แบ่งข้อมูลออกเป็น 4 ส่วน
- เดไซล์ แบ่งข้อมูลออกเป็น 10 ส่วน
- เปอร์เซนไทล์ แบ่งข้อมูลออกเป็น 100 ส่วน

ถ้าเทียบตำแหน่งข้อมูล ด้วยการวัดในแบบต่างๆ สามารถเทียบได้ดังนี้

มัธยฐาน _____

ควอไทล์ _____

เดไซล์ _____

เปอร์เซนไทล์ _____

** มัธยฐาน = Q_2 = D_5 = P_{50} ดังนั้น ระวังข้อสอบหลอกเรื่องตำแหน่งของข้อมูล

ขั้นตอนการหาตำแหน่งของข้อมูล

1. เรียงข้อมูลจากน้อยไปหามาก
2. หาตำแหน่งของข้อมูลจากสูตร $\frac{r}{\text{ส่วนเต็ม}}(N+1)$ โดยที่ r คือ ตำแหน่งของข้อมูลที่ต้องการหา
   N คือ จำนวนข้อมูลทั้งหมด
3. หาข้อมูล โดยการเลือกข้อมูลที่ได้จากตำแหน่งที่คำนวณได้ในข้อ 2
   ในกรณีที่ตำแหน่งที่ได้ไม่ตรงกับข้อมูลต้องเทียบบัญญัติไตรยางศ์ หรือ ใช้สูตร
   ข้อมูลตำแหน่ง n + (ส่วนเกิน)((ข้อมูลตำแหน่ง n+1) – (ข้อมูลตำแหน่ง n))

9. บริษัทขนส่งพัสดุแห่งหนึ่งได้บันทึกระยะทาง (หน่วย : กิโลเมตร) ในการส่งของในแต่ละวัน เป็นเวลา 30 วัน เมื่อเรียงลำดับข้อมูลจากน้อยไปมาก ดังนี้

33	37	43	44	44	55	58	65	65	66
71	74	75	75	78	81	81	81	82	84
86	86	87	89	89	92	92	93	93	95

แล้วเปอร์เซนไทล์ที่ 33 ของข้อมูลชุดนี้ เท่ากับเท่าใด

1. 66.00 กิโลเมตร
2. 66.50 กิโลเมตร
3. 67.15 กิโลเมตร
4. 70.00 กิโลเมตร
5. 70.25 กิโลเมตร

10. ในการสุ่มตัวอย่างเพื่อสำรวจข้อมูลราคามะนาว (ต่อผล) จากตลาด 5 แห่ง ได้ข้อมูลดังนี้

2 10 6 8 9 (หน่วย : บาท)

ถ้า $\bar{x}$ คือ ค่าเฉลี่ยเลขคณิตของข้อมูล s คือ ส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐานของข้อมูล

แล้ว ร้อยละของจำนวนข้อมูลที่อยู่ในช่วง $(\bar{x}-s\,,\bar{x}+s)$ เท่ากับเท่าใด

(กำหนดให้ $\sqrt{2}=1.41\,,\sqrt{2.5}=1.58\,,\sqrt{10}=3.16$)

ทบทวนสูตร : ส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐานของกลุ่มตัวอย่าง

$$s=\sqrt{\frac{\sum(x_i-\bar{x})^2}{n-1}}$$

เมื่อ S คือ ส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐาน

x_i คือ ข้อมูลใดๆ

$\bar{x}$ คือ ค่าเฉลี่ยของข้อมูล

n คือ จำนวนข้อมูล

11. ฝ่ายควบคุมคุณภาพของโรงงานแห่งหนึ่ง ได้สุ่มตัวอย่างปลากระป๋องชนิดหนึ่งมา 10 กระป๋อง โดยน้ำหนัก (กรัม) ของแต่ละกระป๋องเป็นแผนภาพต้น-ใบ ได้ดังนี้

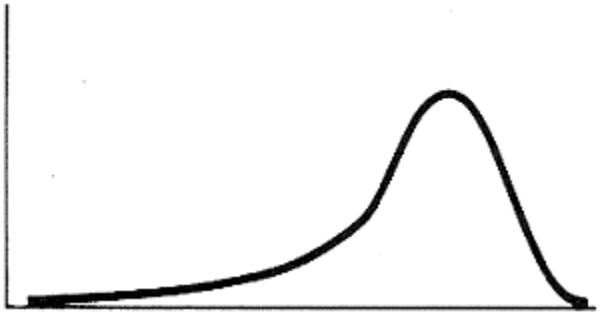
14	9
15	0 0 4 4 5 5
16	1 1 1

ถ้ากระป๋องที่ได้มาตรฐาน ต้องมีน้ำหนักอยู่ในช่วง $\left(\bar{x}-\frac{9}{7}s\,,\bar{x}+\frac{9}{7}s\right)$ เมื่อ $\bar{x}$ และ s แทนค่าเฉลี่ยและ ส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐานของปลากระป๋องที่สุ่มมาตามลำดับแล้ว

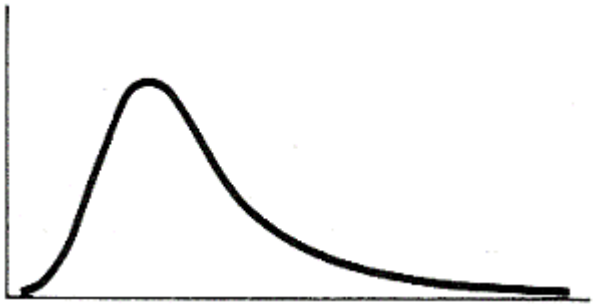
ปลากระป๋องที่สุ่มมามีน้ำหนักได้มาตรฐาน มีจำนวนเท่ากับข้อใดต่อไปนี้

1. 4 กระป๋อง
2. 6 กระป๋อง
3. 7 กระป๋อง
4. 9 กระป๋อง
5. 10 กระป๋อง

ค่ามาตรฐาน



โค้ง.....



โค้ง.....

โค้ง.....

$$Z = \frac{x_i - \bar{x}}{s}$$

12. คะแนนสอบของนักเรียน 160 คน มีการแจกแจงปกติ โดยมีค่าเฉลี่ยเลขคณิตเท่ากับ 60 คะแนน มีนักเรียนเพียง 4 คน ที่สอบได้คะแนนมากกว่า 84.5 คะแนน นักเรียนที่สอบได้ 55 คะแนนจะอยู่ตำแหน่งเปอร์เซนไทล์เท่ากับข้อใดต่อไปนี้ เมื่อกำหนดพื้นที่ใต้เส้นโค้งปกติ ระหว่าง 0 ถึง Z ดังตารางต่อไปนี้

Z	0.3	0.4	0.5	1.0	1.1	1.96	2.0
พื้นที่	0.1179	0.1554	0.1915	0.3413	0.3643	0.4750	0.4773

13. คะแนนสอบของนักเรียนห้องหนึ่งมีการแจกแจงปกติ คะแนนเต็ม 100 คะแนน มัธยฐานเท่ากับ 45 คะแนน และมีนักเรียนร้อยละ 34.13 ที่สอบได้คะแนนระหว่างมัธยฐานกับ 54 คะแนน ถ้านักเรียนคนหนึ่งมีคะแนนสอบเป็น $\frac{5}{3}$ เท่าของคะแนนเปอร์เซ็นไทล์ที่ 33 แล้วนักเรียนคนนี้สอบได้คะแนนเท่ากับเท่าใด
เมื่อกำหนดพื้นที่ใต้เส้นโค้งปกติระหว่าง 0 ถึง Z ดังตารางต่อไปนี้

Z	0.33	0.36	0.41	0.44	0.50	1.0
พื้นที่	0.1293	0.1406	0.1591	0.1700	0.1915	0.3413

14. คะแนนสอบวิชาคณิตศาสตร์และวิชาภาษาอังกฤษของนักเรียนกลุ่มหนึ่งมีการแจกแจงปกติ ค่าเฉลี่ยเลขคณิตและความแปรปรวนของคะแนนแต่ละวิชามีดังนี้

วิชา	ค่าเฉลี่ยเลขคณิต (คะแนน)	ความแปรปรวน (คะแนน)
วิชาคณิตศาสตร์	63	25
วิชาภาษาอังกฤษ	72	9

ถ้านักเรียนคนหนึ่งในกลุ่มนี้สอบทั้งสองวิชาได้คะแนนเท่ากัน พบว่าคะแนนสอบวิชาคณิตศาสตร์ของเขาเป็นตำแหน่งเปอร์ไทล์ที่ 88.49 คะแนนสอบวิชาภาษาอังกฤษเป็นตำแหน่งเปอร์เซ็นไทล์เท่ากับเท่าใด เมื่อกำหนดพื้นที่ใต้เส้นโค้งปกติ ระหว่าง 0 ถึง Z ดังตารางต่อไปนี้

Z	0.9	1.0	1.1	1.2	1.3
พื้นที่	0.3159	0.3413	0.3643	0.3849	0.4032

ความสัมพันธ์เชิงฟังก์ชั่นระหว่างข้อมูล

ความสัมพันธ์เชิงฟังก์ชั่นแบบเส้นตรง

สมการทำนาย $y = mx + c$

สมการปกติ $\sum y = m\sum x + cn$

$\sum xy = m\sum x^2 + c\sum x$

15. กำหนดข้อมูล x และ y มีความสัมพันธ์ดังนี้

x	1	3	4	5	7
y	0	3	6	7	9

โดยที่ x และ y มีความสัมพันธ์เชิงฟังก์ชั่นแบบเส้นตรง ถ้า y = 8 แล้ว ค่าของ x เท่ากับข้อใดต่อไปนี้

1. 5.94
2. 5.86
3. 7.1
4. 7.23
5. 8

16. จากการสำรวจปริมาณอาหารเสริมที่ใช้เลี้ยงสัตว์ชนิดหนึ่ง จำนวน 8 ตัว ได้ข้อมูลซึ่งแสดงความสัมพันธ์ระหว่างอายุ (ปี) ของสัตว์ชนิดนี้ และ ปริมาณอาหารเสริม (กิโลกรัม) ที่ใช้เลี้ยงสัตว์ดังกล่าวต่อสัปดาห์ ปรากฏผลดังนี้

อายุ (ปี) : x	x_1	x_2	x_3	x_4	x_5	x_6	x_7	x_8
ปริมาณอาหารเสริมต่อสัปดาห์ (กิโลกรัม)	y_1	y_2	y_3	y_4	y_5	y_6	y_7	y_8

โดยที่

$$\sum_{i=1}^{8} x_i = 40 \ , \ \sum_{i=1}^{8} y_i = 48 \ , \ \sum_{i=1}^{8} x_i^2 = 210 \ , \sum_{i=1}^{8} y_i^2 = 380 \ , \sum_{i=1}^{8} x_i y_i = 270$$

และ $3 = x_1 < x_2 < \ldots < x_8 < 10$

สมมติว่ากราฟแผนภาพการกระจายที่แสดงความสัมพันธ์ระหว่างปริมาณอาหารเสริม
ที่ใช้เลี้ยงสัตว์ต่อสัปดาห์ และ อายุของสัตว์ดังกล่าว อยู่ในรูปแบบเส้นตรง
ถ้าสัตว์ชนิดนี้มีอายุ 4 ปี จะต้องใช้ปริมาณอาหารเสริมที่ใช้เลี้ยงสัตว์ต่อสัปดาห์ประมาณกี่กิโลกรัม

17. กำหนดให้ $(x_1 , y_1) , (x_2 , y_2) , ... , (x_5 , y_5)$ เป็นจุด 5 จุดบนระนาบ โดยที่

$$\sum_{i=1}^{5} x_i = 20 \ , \ \sum_{i=1}^{5} y_i = 45 \ , \ \sum_{i=1}^{5} x_i^2 = 100 \ , \sum_{i=1}^{5} y_i^2 = 485 \ , \sum_{i=1}^{5} x_i y_i = 220$$

และ ความสัมพันธ์ระหว่าง x_i กับ y_i เป็นความสัมพันธ์เชิงฟังก์ชันแบบเส้นตรง คือ $y = ax + b$ เมื่อ x เป็นตัวแปรอิสระ และ a , b เป็นจำนวนจริง พิจารณาข้อความต่อไปนี้

(ก) $-a^2 = 4$

(ข) $a^2 + b^2 = 5$

(ค) ถ้า x เป็นจำนวนเต็ม แล้ว y เป็นจำนวนคี่

ข้อใดถูกต้อง

1. ก. ถูก , ข. ถูก , ค. ถูก
2. ก. ผิด , ข. ถูก , ค. ถูก
3. ก. ถูก , ข. ผิด , ค. ถูก
4. ก. ถูก , ข. ถูก , ค. ผิด
5. ก. ผิด , ข. ผิด , ค. ผิด

“ไม่มีความสำเร็จใด ได้มาโดยไม่พยายาม”

#ครูพี่เอิร์ท