



รายการโทรทัศน์เพื่อการศึกษา
ระดับมัธยมศึกษาตอนปลาย

คณิตศาสตร์
การให้เหตุผล

โดย
อ.ไพศาล จรรยา

การให้เหตุผล

การศึกษาหาความรู้ใหม่ๆ ในปัจจุบัน ได้อาศัยกระบวนการให้เหตุผลมาช่วยโดยการนำเอาข้อความหรือปรากฏการณ์ต่างๆ ที่เป็นเหตุหรือข้อกำหนด มาวิเคราะห์หาความสัมพันธ์ เพื่อให้เกิดข้อความใหม่ หรือปรากฏการณ์ใหม่ ซึ่งเรียกว่า **ข้อสรุป** หรือ **ผล**

กระบวนการให้เหตุผล แบ่งได้ 2 วิธี คือ

1. การให้เหตุผลแบบอุปนัย
2. การให้เหตุผลแบบนิรนัย

การให้เหตุผลแบบอุปนัย

การให้เหตุผลแบบอุปนัยเป็นวิธีการให้เหตุผลโดยสรุปผลจากเหตุย่อยๆ หลายๆ เหตุ หรือ การทดลองหลายๆ ครั้ง โดยที่แต่ละเหตุ หรือ การทดลองนั้นเป็นอิสระต่อกัน แล้วสรุปเป็นความรู้แบบทั่วไป

ตัวอย่างการให้เหตุผลแบบอุปนัย

ตัวอย่างที่ 1

เหตุ

1. คนทุกคนต้องหายใจ
2. ต้นไม้ทุกต้นต้องหายใจ
3. สัตว์ทุกชนิดต้องหายใจ

ผล

สิ่งมีชีวิตทุกชนิดต้องหายใจ

ตัวอย่างที่ 2

เหตุ

1. วันจันทร์สังเกตเห็นดวงอาทิตย์ขึ้นทางทิศตะวันออก
2. วันอังคารสังเกตเห็นดวงอาทิตย์ขึ้นทางทิศตะวันออก
3. วันอังคารสังเกตเห็นดวงอาทิตย์ขึ้นทางทิศตะวันออก

● ● ●
● ● ●
● ● ●

7. วันอาทิตย์สังเกตเห็นดวงอาทิตย์ขึ้นทางทิศตะวันออก

ผล

ทุกๆ วัน ดวงอาทิตย์ขึ้นทางทิศตะวันออก

ตัวอย่างที่ 3

เหตุ

1. นายดำเป็นไข้หวัด รับประทานวิตามินซีแล้วอาการดีขึ้น
2. นายแดงเป็นไข้หวัด รับประทานวิตามินซีแล้วอาการดีขึ้น
3. นายขาวเป็นไข้หวัด รับประทานวิตามินซีแล้วอาการดีขึ้น
4. นายเขียวเป็นไข้หวัด รับประทานวิตามินซีแล้วอาการดีขึ้น

ผล

คนทุกคนที่เป็นไข้หวัด รับประทานวิตามินซีแล้วอาการจะดีขึ้น

การให้เหตุผลแบบอุปนัยได้จากการสังเกต ประสบการณ์ หรือการทดลองหลายๆ ครั้ง แล้วสรุปผลเป็นความรู้ใหม่ หรือสรุปผลเป็นกรณีทั่วไป ที่ทำให้ได้ผลสรุปกว้างขึ้น ซึ่งผลสรุปเป็นการคาดคะเนที่อาจเป็นไปได้เท่านั้น ถ้าการสังเกตหรือการทดลองมีความเที่ยงตรงและถูกต้องแล้ว ผลสรุปนั้นก็จะเป็นที่เที่ยงตรงและถูกต้องสมบูรณ์ด้วย การให้เหตุผลแบบอุปนัยจะพบมากในวิชาวิทยาศาสตร์

การให้เหตุผลแบบอุปนัยในวิชาคณิตศาสตร์มีความสำคัญและจำเป็นในการค้นหาความสัมพันธ์ของสิ่งต่างๆ เช่น การหาพจน์ทั่วไปที่ n ของลำดับที่กำหนดให้ เป็นต้น

ตัวอย่างที่ 4 จงหาพจน์ที่ n ของจำนวน $1, 3, 5, 7, 9, \dots$

วิธีทำ จากการสังเกต

เหตุ 1. $1 = 1 + 2(0)$

2. $3 = 1 + 2(1)$

3. $5 = 1 + 2(2)$

4. $7 = 1 + 2(3)$

• •
• •
• •

ผล พจน์ที่ $n = 1 + 2(n - 1) = 2n - 1$

การให้เหตุผลแบบนิรนัย

พิจารณาการให้เหตุผลแบบนิรนัย ดังตัวอย่างต่อไปนี้

ตัวอย่างที่ 1 เหตุ 1. สิ่งมีชีวิตทุกชนิดต้องหายใจ

2. คนเป็นสิ่งมีชีวิต

3. นายดู๋เป็นคน

ผล นายดู๋ต้องหายใจ

ตัวอย่างที่ 2 เหตุ 1. บุคลากรในโรงเรียนทุกคนต้องปฏิบัติตามกฎระเบียบของโรงเรียน

2. นักเรียนทุกคนต้องปฏิบัติตามกฎระเบียบของโรงเรียน

3. นายสิทธิ์ปฏิบัติตามกฎระเบียบของโรงเรียน

ผล นายสิทธิ์เป็นนักเรียน

จากตัวอย่างที่กล่าวมาสรุปได้ว่า การให้เหตุผลแบบนิรนัย เป็นการให้เหตุผลที่มีเหตุใหญ่ ซึ่งเป็นกฎเกณฑ์ที่อยู่ในรูปทั่วไปและมีเหตุย่อยต่างๆ จากความสัมพันธ์ของเหตุใหญ่และเหตุย่อยนี้จะทำให้เกิดผลสรุป และในการให้เหตุผลเหล่านี้ต้องยอมรับว่าเหตุหรือข้อกำหนดที่ให้นั้นเป็นจริงแล้วจึงสรุปผล การสรุปผลดังกล่าวจะถูกต้องก็ต่อเมื่อสรุปได้สมเหตุสมผล บางครั้งการสรุปผลอาจไม่สมเหตุสมผล ก็ได้

จากตัวอย่างที่ 1 จะได้ว่าสิ่งมีชีวิตทุกชนิดต้องหายใจ เป็นเหตุใหญ่ ส่วนเหตุอื่นๆ เป็นเหตุย่อย และเป็นส่วนหนึ่งของเหตุใหญ่ ดังนั้นผลสรุปที่เกิดขึ้นเป็นเหตุย่อยหรือเป็นส่วนหนึ่งของเหตุที่กำหนดให้ และผลสรุปที่ได้เป็นผลสรุปที่สมเหตุสมผล

จากตัวอย่างที่ 2 จะได้ว่า เหตุ 1 เป็นเหตุใหญ่ โดยมีเหตุ 2 และเหตุ 3 เป็นเหตุย่อย และจากเหตุที่กำหนดให้ไม่เพียงพอที่จะสรุปว่า นายสิทธิ์เป็นนักเรียน ดังนั้นการสรุปนี้จึงไม่สมเหตุสมผล

จากการตรวจสอบผลสรุปว่าสมเหตุสมผลหรือไม่นั้นมีหลายวิธี เช่น การใช้สัจนิรันดร์ การใช้แผนภาพเวนน์ – ออยเลอร์ (Venn – Euler Diagram) เป็นต้น

การตรวจสอบการอ้างเหตุผลโดยใช้แผนภาพเวนน์ – ออยเลอร์ ทำได้ดังนี้

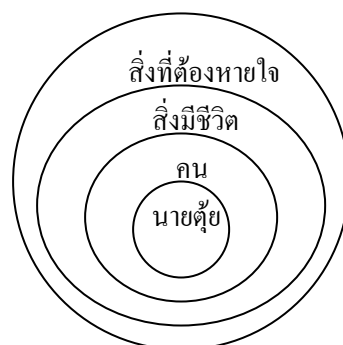
ใช้รูปปิดหรือวงกลมเขียนแผนภาพตามเหตุหรือข้อกำหนดที่กำหนดให้ในทุกกรณีที่เป็นไปได้ แล้วพิจารณาว่าแผนภาพแต่ละกรณีแสดงผลที่สรุปได้ตรงตามที่กำหนดให้หรือไม่ ถ้าทุกแผนภาพแสดงผลสรุปตรงตามที่กำหนดให้ แสดงว่าผลสรุปนั้นสมเหตุสมผล แต่ถ้ามีบางแผนภาพไม่แสดงผลสรุปตรงตามที่กำหนดให้ แสดงว่าผลสรุปนั้นไม่สมเหตุสมผล

ตัวอย่างที่ 1 เหตุ 1. สิ่งมีชีวิตทุกชนิดต้องหายใจ
2. คนเป็นสิ่งมีชีวิต
3. นายคู้เป็นคน

ผล นายคู้ต้องหายใจ

จงตรวจสอบว่าผลสรุปสมเหตุสมผลหรือไม่ โดยใช้แผนภาพ

วิธีทำ เขียนแผนภาพตามเหตุที่กำหนดให้ได้ดังนี้



เมื่อนำผลสรุปมาตรวจสอบกับแผนภาพ
จะได้ว่าสอดคล้องกับแผนภาพ
ดังนั้น ผลสรุปสมเหตุสมผล

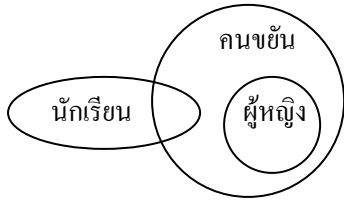
ตัวอย่างที่ 2 จงตรวจสอบความสมเหตุสมผล

เหตุ 1. นักเรียนบางคนขยัน
2. ผู้หญิงทั้งหมดขยัน

ผล นักเรียนบางคนเป็นผู้หญิง

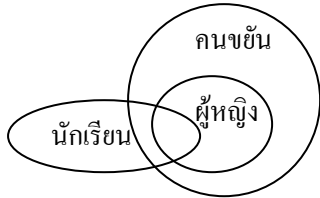
วิธีทำ เขียนแผนภาพตามเหตุได้ดังนี้

แบบที่ 1



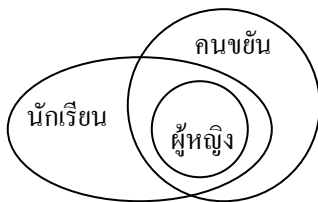
จากแผนภาพไม่มีนักเรียนคนใดเป็นผู้หญิง

แบบที่ 2



จากแผนภาพมีนักเรียนบางคนเป็นผู้หญิง

แบบที่ 3



จากแผนภาพมีนักเรียนบางคนเป็นผู้หญิง

จากแผนภาพทั้ง 3 แบบ ไม่สามารถสรุปได้ว่าผลสรุปเป็นแบบ 1 หรือ แบบ 2 หรือ แบบ 3
ดังนั้น ผลสรุปจึงไม่สมเหตุสมผล

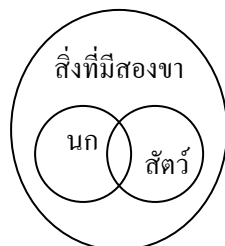
ตัวอย่างที่ 3 จงตรวจสอบความสมเหตุสมผล

- เหตุ
1. นกทุกตัวมีสองขา
 2. สัตว์บางตัวเป็นนก

ผล สัตว์บางตัวมีสองขา

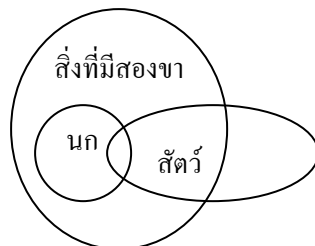
วิธีทำ เขียนแผนภาพตามเหตุได้ดังนี้

แบบที่ 1



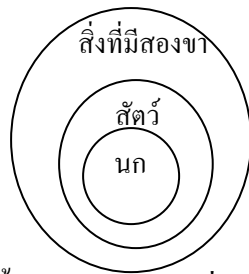
จากแผนภาพสัตว์ทุกตัวมีสองขา

แบบที่ 2



จากแผนภาพสัตว์บางตัวมีสองขา

แบบที่ 3



จากแผนภาพสัตว์ทุกตัวมีสองขา

จากแผนภาพทั้ง 3 แบบ ผลสรุปที่กล่าวว่าสัตว์บางตัวมีสองขา ได้สอดคล้องกับแผนภาพ
ดังนั้น การให้เหตุผลนี้สมเหตุสมผล

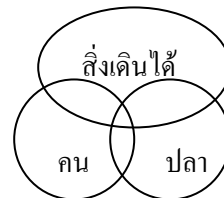
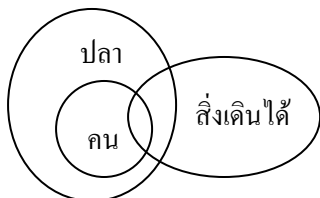
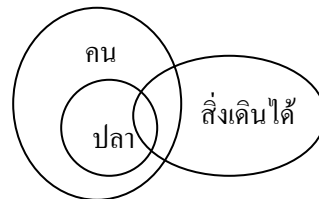
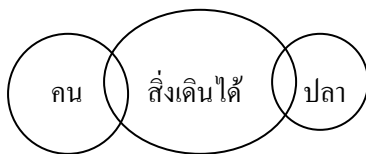
ตัวอย่างที่ 4 จงตรวจสอบความสมเหตุสมผล

เหตุ 1. คนบางคนเดินไม่ได้

2. ปลาบางชนิดเดินได้

ผล คนบางคนไม่ใช่ปลา

วิธีทำ เขียนแผนภาพตามเหตุได้ดังนี้



จะเห็นว่าบางแผนภาพได้ผลสรุปไม่สอดคล้องกับผลที่กำหนดให้
ดังนั้น การให้เหตุผลนี้ไม่สมเหตุสมผล

สรุปขั้นตอนการทำโจทย์

1. เขียนแผนภาพตามเหตุที่กำหนดให้หมดทุกเหตุ
2. พิจารณา ดู ผล ที่กำหนดให้ว่าสอดคล้องกับแผนภาพที่เขียนในข้อ 1 หรือไม่
3. อย่าใช้ความนึกคิดส่วนตัวและสิ่งที่เป็นจริงในชีวิตประจำวันมาตัดสินโจทย์

แนวข้อสอบเรื่องการให้เหตุผล

ให้นักศึกษาเลือกคำตอบที่ถูกต้อง

1. พิจารณา 12, 22, 32, 42, a ดังนั้น a แทนจำนวนใด

ก. 62

ข. 60

ค. 52

ง. 50

2. พิจารณา 2, -1, 2, -1, 2, a ดังนั้น a แทนจำนวนใด

ก. -2

ข. -1

ค. 1

ง. 2

3. พิจารณาผลคูณต่อไปนี้

$$37 \times 3 = 111$$

$$37 \times 6 = 222$$

$$37 \times 9 = 333$$

$$37 \times 12 = 444$$

$$37 \times 15 = M$$

ดังนั้น M แทนจำนวนใด

ก. 500

ข. 525

ค. 535

ง. 555

4. พจน์ที่ n ของจำนวน 2, 4, 6, 8, ... ตรงกับข้อใด เมื่อ n แทนจำนวนเต็มบวก

ก. $2n+1$

ข. $2n-1$

ค. $2n$

ง. $3n$

แนวคิด

พิจารณา

เหตุ

1. $2 = 2(1)$

2. $4 = 2(2)$

3. $6 = 2(3)$

4. $8 = 2(4)$

●	●
●	●
●	●

ผล พจน์ที่ $n = 2n$

5. $\frac{1}{3}, \frac{1}{6}, \frac{1}{9}, \frac{1}{12}, \frac{1}{15}, a$ ดังนั้น a แทนจำนวนใด

ก. $\frac{1}{16}$

ข. $\frac{1}{17}$

ค. $\frac{1}{18}$

ง. $\frac{1}{19}$

6. พิจารณา เหตุ 1) จำนวนคู่ หมายถึง จำนวนที่หารด้วย 2 ลงตัว
2) 10 หารด้วย 2 ลงตัว

ผล

ดังนั้น ผลควรตรงกับข้อใด

ก. 2 หารด้วย 10 ลงตัว

ข. 10 เป็นจำนวนคู่

ค. 2 หารด้วย 10 ไม่ลงตัว

ง. 10 เป็นจำนวนคี่

แนวคิด

จำนวนคู่ หมายถึง จำนวนที่หารด้วย 2 ลงตัว และ 10 หารด้วย 2 ลงตัว

ดังนั้น 10 เป็นจำนวนคู่

7. การให้เหตุผล ในข้อใดเป็นการให้เหตุผลที่สมเหตุสมผล

ก. เหตุ 1. เรือทุกลำลอยน้ำได้

2. ถังน้ำพลาสติกลอยน้ำได้

ผลสรุป ถังน้ำพลาสติกเป็นเรือ

ข. เหตุ 1. นักมวยทุกคนเป็นคนที่มีความสุขภาพดี

2. สมจิตเป็นคนที่มีความสุขภาพดี

ผลสรุป สมจิตเป็นนักมวย

ค. เหตุ 1. แมวทุกตัวมีสี่ขา

2. ตุ๊กตักมีสี่ขา

ผลสรุป ตุ๊กตักเป็นแมว

ง. เหตุ 1. นายธนาคารทุกคนเป็นคนรวย

2. สมชายเป็นนายธนาคาร

ผลสรุป สมชายเป็นคนรวย

8. กำหนด เหตุ 1. ปลาบางตัวบินได้

2. งูทุกตัวเป็นปลา

ผลสรุป งูบางตัวบินได้

เขียนแผนภาพได้ดังข้อใด

