



วิชา ฟิสิกส์

โดย

อ. พิสิญจน์ วัฒนพดุงศักดิ์

Neo Physics Center

และ

KPN Smart



www.neophysics.net

www.facebook.com/neo.physics.center

☎ 0-2669-5111



www.kpnsmart.com

www.facebook.com/kpnsmart

☎ 0-2717-0188

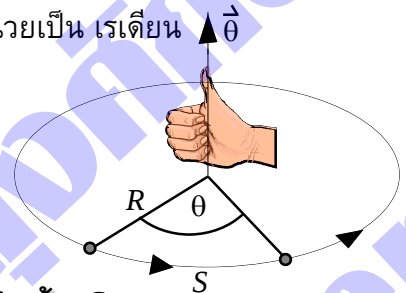
เอกสารประกอบการสอน วิชาฟิสิกส์

ตีวเข้ม เติมเต็มความรู้

เรื่อง การเคลื่อนที่แบบหมุน Rotation

✎ **การกระจัดเชิงมุม (θ)** คือ มุมที่วัตถุหมุนกวาดไปได้ทั้งหมด มีหน่วยเป็น เรเดียน

การกระจัดเชิงมุมเป็นปริมาณแวกเตอร์ หาได้จากการใช้มือขวากำรอบแกนหมุน ให้นิ้วทั้งสี่ชี้ไปทางเดียวกับทิศการหมุน นิ้วหัวแม่มือขวาที่ทาบไปตามแกนหมุนจะชี้เป็นทิศของการกระจัดเชิงมุม



➢ สำหรับความยาวส่วนโค้งที่วัตถุหมุนไปได้ เรียกว่า **การกระจัดเชิงเส้น (S)**

✎ **ความเร็วเชิงมุม (ω)** คือ การกระจัดเชิงมุมที่วัตถุหมุนได้ใน 1 วินาที มีหน่วย เรเดียน/วินาที

$$\omega = \frac{\theta}{t}$$

ความเร็วเชิงมุมเป็นปริมาณแวกเตอร์ มีทิศเดียวกับทิศของการกระจัดเชิงมุม

➢ สำหรับความเร็วที่มีทิศสัมผัสกับวงกลมการหมุน เรียกว่า **ความเร็วเชิงเส้น (v)**

✎ **ความเร่งเชิงมุม (α)** คือ ความเร็วเชิงมุมที่เปลี่ยนไปใน 1 วินาที มีหน่วย เรเดียน/วินาที²

$$\alpha = \frac{\Delta \omega}{t} = \frac{\omega - \omega_0}{t}$$

➢ สำหรับความเร่งที่มีทิศสัมผัสกับวงกลมการหมุน เรียกว่า **ความเร่งเชิงเส้น (a หรือ a_T)**

✎ **ความสัมพันธ์ระหว่างปริมาณเชิงเส้นกับปริมาณเชิงมุม**

ปริมาณ	ปริมาณเชิงเส้น	ปริมาณเชิงมุม	ความสัมพันธ์
การกระจัด	S	θ	$S = \theta.R$
ความเร็ว	v	ω	$v = \omega.R$
ความเร่ง	a	α	$a = \alpha.R$

✎ **เปรียบเทียบสูตรการเคลื่อนที่แบบหมุน และสูตรการเคลื่อนที่แบบเลื่อนที่**

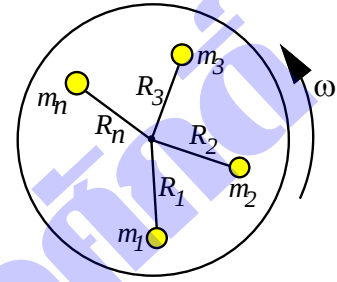
การเคลื่อนที่แบบเลื่อนที่	การเคลื่อนที่แบบหมุน
1. $v = u + at$	1. $\omega = \omega_0 + \alpha t$
2. $s = \frac{(u+v)}{2}t$	2. $\theta = \frac{(\omega_0 + \omega)}{2}t$
3. $s = ut + \frac{1}{2}at^2$	3. $\theta = \omega_0 t + \frac{1}{2}\alpha t^2$
4. $v^2 = u^2 + 2as$	4. $\omega^2 = \omega_0^2 + 2\alpha\theta$
5. $s = vt - \frac{1}{2}at^2$	5. $\theta = \omega t - \frac{1}{2}\alpha t^2$

โมเมนต์ความเฉื่อย (Moment of inertia, I) เป็นความเฉื่อยของวัตถุที่มีการเคลื่อนที่แบบหมุน ซึ่งเป็นสมบัติที่จะต้านการเปลี่ยนสภาพการหมุนของวัตถุ

จะหาโมเมนต์ความเฉื่อยของระบบได้จาก

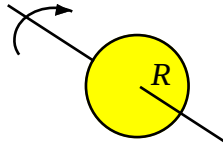
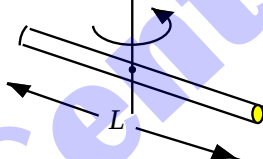
$$I = m_1 R_1^2 + m_2 R_2^2 + m_3 R_3^2 + \dots$$

$$= \Sigma m R^2$$



โมเมนต์ความเฉื่อยเป็นปริมาณสเกลาร์ มีหน่วย $kg.m^2$

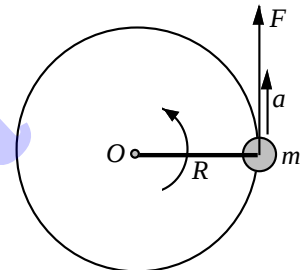
- ค่าโมเมนต์ความเฉื่อยจะขึ้นอยู่กับแกนหมุนด้วย
วัตถุก้อนเดียวกัน ถ้าหมุนรอบแกนหมุนที่ต่างกัน จะมีค่าโมเมนต์ความเฉื่อยต่างกันด้วย
- ตัวอย่างโมเมนต์ความเฉื่อยของวัตถุที่หมุนรอบแกนที่ผ่านจุดศูนย์กลางมวล

ทรงกลมตัน	ทรงกระบอกตัน	คานาสม่ำเสมอ
		
$I_{cm} = \frac{2}{5} MR^2$	$I_{cm} = \frac{1}{2} MR^2$	$I_{cm} = \frac{1}{12} ML^2$

ทอร์ก (Torque) ทอร์กมีความหมายเดียวกับโมเมนต์ (ทางฟิสิกส์นิยมใช้คำว่าทอร์ก ส่วนทางวิศวกรรมใช้คำว่าโมเมนต์)

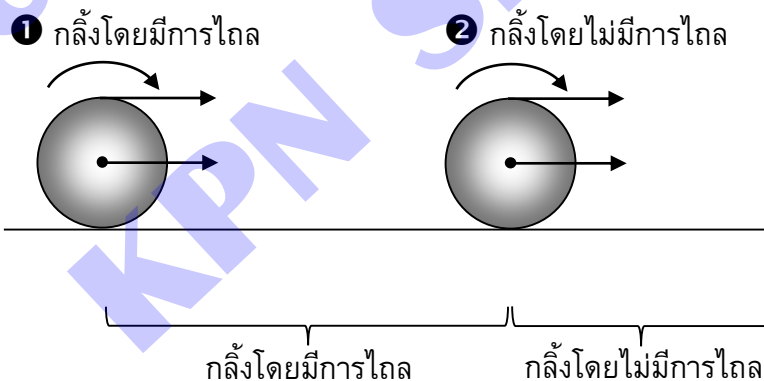
ทอร์กมีความหมายเดียวกับโมเมนต์ (ทางฟิสิกส์นิยมใช้คำว่าทอร์ก ส่วนทางวิศวกรรมใช้คำว่าโมเมนต์)
สูตรการคำนวณหาทอร์กที่เกิดขึ้น

- 1 ทอร์ก $\vec{\tau} = \text{แรง} \times \text{ระยะทางที่ลากจากจุดหมุนมาตั้งฉากกับแนวแรง}$
- 2 $\Sigma \vec{\tau} = I \vec{\alpha}$ เมื่อ $I = \Sigma m R^2$



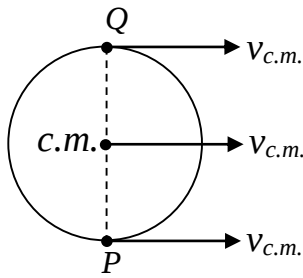
- ทอร์ก $\vec{\tau}$ เป็นปริมาณเวกเตอร์
ทิศของทอร์ก จะมีทิศเดียวกับทิศของความเร่งเชิงมุม $\vec{\alpha}$

ถ้าวัตถุมีการหมุนรอบจุด $c.m.$ และจุด $c.m.$ มีการเคลื่อนที่ไปจากเดิมด้วย เรียกว่า **วัตถุเคลื่อนที่แบบกลิ้ง**

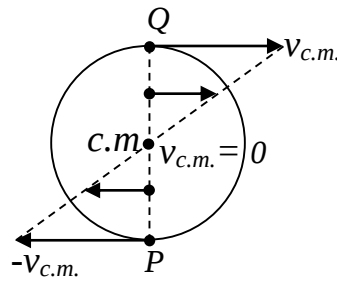


- ถ้าวัตถุกลิ้งโดยมีการไถล จะได้ว่า $v_{\text{เชิงเส้น(หมุน)}} < v_{cm(\text{เลื่อน})}$
- ถ้าวัตถุกลิ้งโดยไม่มีการไถล จะได้ว่า $v_{\text{เชิงเส้น(หมุน)}} = v_{cm(\text{เลื่อน})}$

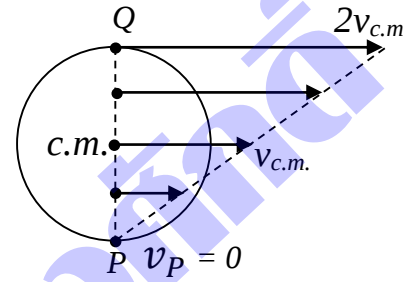
การรวมกันได้ของการเคลื่อนที่เปลี่ยนตำแหน่ง และการเคลื่อนที่หมุนของวัตถุ



ก. ไถลอย่างเดียว

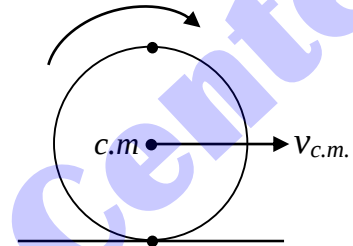
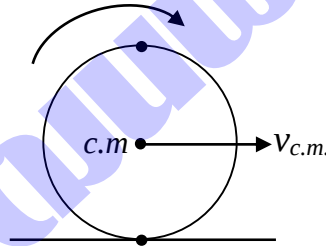
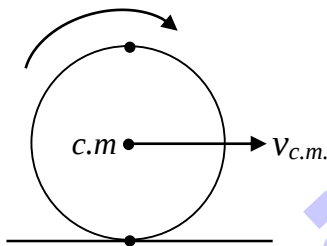


ข. หมุนอย่างเดียว



ค. กลิ้งโดยไม่มีการไถล

ถ้าวัตถุกลิ้งไปทางขวาโดยไม่มีการไถล



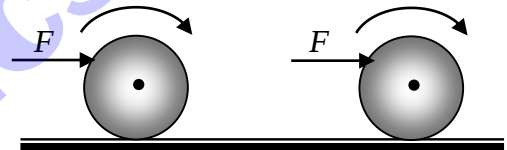
✍ การคำนวณโจทย์ที่วัตถุมีการหมุนรอบจุด c.m. และจุด c.m. มีการเคลื่อนที่ไปจากเดิมด้วย

ต้องคำนวณ 2 ขั้นตอน คือ

1. การเคลื่อนที่ คำนวณจากสูตร $\Sigma \vec{F} = m\vec{a}$

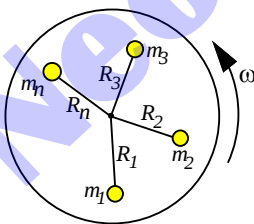
2. การหมุน คำนวณจากสูตร $\Sigma \vec{\tau} = I\vec{\alpha}$

และโยงทั้ง 2 ความสัมพันธ์ ด้วยสูตร $a = \alpha R$

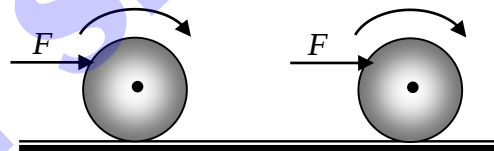


NOTE ถ้าวัตถุกลิ้งโดยไม่มีการไถล จะได้ว่า $a_{\text{เชิงเส้น}} = a_{c.m.}$ ด้วย โดย $a_{\text{เชิงเส้น}} = \alpha R$

✍ พลังงานจลน์ของการหมุน



วัตถุหมุนอย่างเดียว



วัตถุกลิ้ง

✍ ถ้าวัตถุหมุนอย่างเดียว

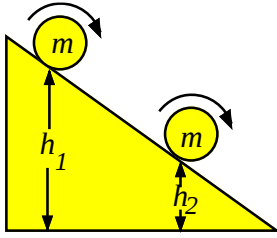
$$E_{K_{\text{หมุน}}} = \frac{1}{2} I \omega^2$$

✍ ถ้าวัตถุกลิ้ง

$$E_{K_{\text{กลิ้ง}}} = E_{K_{\text{เลื่อน}}} + E_{K_{\text{หมุน}}}$$

$$E_{K_{\text{กลิ้ง}}} = \frac{1}{2} m v_{cm}^2 + \frac{1}{2} I \omega^2$$

การใช้อนุรักษ์พลังงานกับการเคลื่อนที่แบบหมุน



$$\sum E_1 = \sum E_2 \text{ โดย } \sum E = E_k + E_p$$

$$\left(\frac{1}{2}mv_1^2 + \frac{1}{2}I\omega_1^2\right) + mgh_1 = \left(\frac{1}{2}mv_2^2 + \frac{1}{2}I\omega_2^2\right) + mgh_2$$

หรือใช้สูตร

$$E_{k2} = E_{k1} + W_{1 \rightarrow 2}$$

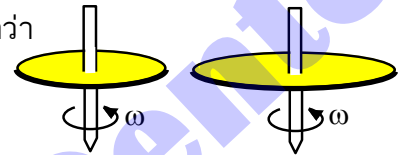
$$\left(\frac{1}{2}mv_2^2 + \frac{1}{2}I\omega_2^2\right) = \left(\frac{1}{2}mv_1^2 + \frac{1}{2}I\omega_1^2\right) + mg(h_1 - h_2)$$

โมเมนตัมเชิงมุม (Angular momentum)

โมเมนตัมเชิงมุม (L) คือ ความสามารถของวัตถุที่จะรักษาสภาพการหมุนเอาไว้

ถ้าวัตถุใดรักษาสภาพการหมุนอยู่ได้นานกว่า จะมีโมเมนตัมเชิงมุมมากกว่า

$$\vec{L} = I\vec{\omega} = m\vec{v}R$$



โมเมนตัมเชิงมุมเป็นปริมาณเวกเตอร์ มีทิศเดียวกับทิศของความเร็วเชิงมุม $\vec{\omega}$ มีหน่วยเป็น $\text{kg.m}^2/\text{s}$

โมเมนตัมเชิงมุมที่เปลี่ยนแปลง

ถ้าวัตถุหมุนด้วยความเร็วเชิงมุมไม่คงที่ โมเมนตัมเชิงมุมของวัตถุนั้นจะมีค่าเปลี่ยนแปลง (ΔL) โดย

$$\Delta \vec{L} = \vec{L}_2 - \vec{L}_1$$

โดยแทน $L = I\omega = m\vec{v}R$

การดลเชิงมุม

ถ้ามีแรงกระทำต่อวัตถุไม่ผ่านจุดหมุน จะเกิดทอร์กขึ้น จะทำให้วัตถุเกิดการเปลี่ยนแปลงโมเมนตัมเชิงมุม ถ้าทอร์กที่เกิดขึ้นกับวัตถุ เกิดขึ้นเป็นเวลา t จะได้ว่า

$$\sum \vec{\tau} \cdot t = \Delta \vec{L} = \vec{L}_2 - \vec{L}_1$$

โดยค่า $\sum \vec{\tau} \cdot t$ เรียกว่า การดลเชิงมุม (Angular impulse)

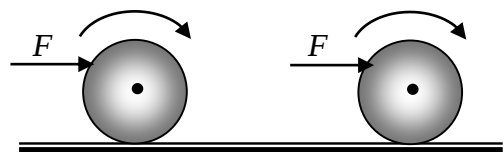
✓ โทก์ที่มีทอร์ก (แรง) กระทำให้วัตถุหมุน แล้วกำหนดหรือถามเวลา มักจะคำนวณด้วยสมการการดลเชิงมุมนี้เสมอ

การคำนวณโทก์ที่วัตถุมีการหมุนรอบจุด c.m. และจุด c.m. มีการเคลื่อนที่ไปจากเดิมด้วย

จะต้องคำนวณ 2 ขั้นตอน คือ

1. การเคลื่อนที่ คำนวณจากสูตร $\sum \vec{F}t = m(\vec{v} - \vec{u})$

2. การหมุน คำนวณจากสูตร $\sum \vec{\tau}t = \Delta \vec{L} = I(\vec{\omega}_2 - \vec{\omega}_1)$



กฎอนุรักษ์โมเมนตัมเชิงมุม

จาก $\Sigma \vec{\tau} \cdot t = \Delta \vec{L} = \vec{L}_2 - \vec{L}_1$ จะเห็นว่า ถ้า $\Sigma \vec{\tau} = 0$ จะทำให้ $\Delta \vec{L} = 0$ หรือ $\vec{L}_1 = \vec{L}_2$

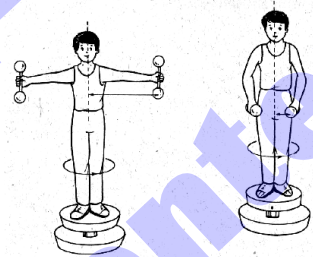
แสดงว่า ถ้าผลลัพธ์ของทอร์กที่กระทำต่อระบบมีค่าเป็นศูนย์ โมเมนตัมเชิงมุมจะมีค่าคงที่เสมอ เรียกว่า กฎอนุรักษ์โมเมนตัมเชิงมุม

ถ้า $\Sigma \vec{\tau} = 0$ จะได้ว่า

$$\Sigma \vec{L}_i = \Sigma \vec{L}_f$$

$$\text{โดยแทน } L = I\omega = mvR$$

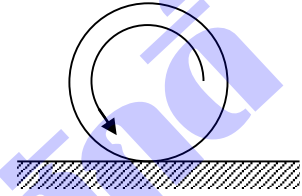
ตัวอย่างที่ใช้กฎอนุรักษ์โมเมนตัมเชิงมุมอธิบาย เช่น นักสเก็ตน้ำแข็งหมุนตัวบนลานน้ำแข็ง (ตอนเขาหมุนตัวโดยกางแขนและขา เขาจะหมุนรอบตัวช้า เมื่อเขาหุบแขนขาเข้าหาลำตัว จะหมุนรอบตัวเองเร็วขึ้น) , นักกีฬากะโดดน้ำ , ยืนถือดัมเบลบนแป้นหมุน หรือการชนกันของวัตถุแล้วมีการหมุนไป



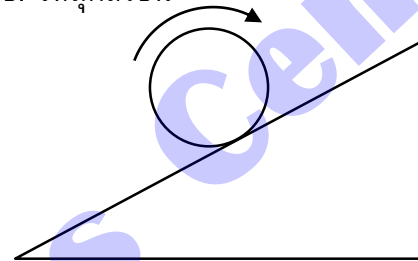
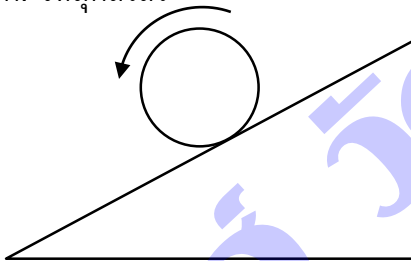
ตัวอย่างโจทย์

Ex.1 เหยียดลูกกลิ้งไปบนพื้นที่มีความฝืดอย่างเป็นอิสระ โดยไม่มีการไถล ตามรูป ทิศทางของแรงเสียดทานที่พื้น จะไปในทิศทางใด

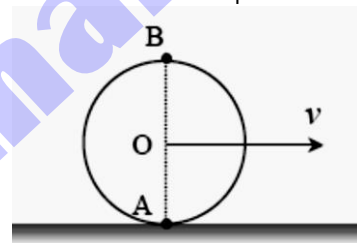
1. ไปทางซ้าย
2. ไปทางขวา
3. ไม่มีแรงเสียดทาน
4. ไม่มีข้อมูลพอที่จะแก้ปัญหาได้



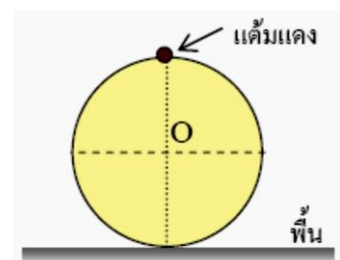
Ex.2 จงเขียนทิศของแรงเสียดทานที่พื้นเอียงกระทำต่อวัตถุ เมื่อวัตถุกลิ้งโดยไม่มีการไถล
ก. วัตถุกลิ้งลง ข. วัตถุกลิ้งขึ้น



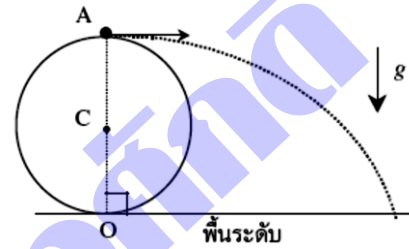
Ex.3 ล้อกำลังกลิ้งไปโดยไม่มีการไถล โดยที่จุด O มีความเร็ว v เทียบกับพื้น จุด B เป็นจุดสูงสุด และจุด A เป็นจุดต่ำสุดที่ขณะใดๆ จงหาค่าอัตราส่วนของอัตราเร็วของจุด A ต่ออัตราเร็วของจุด B



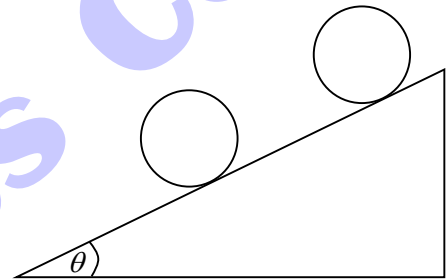
Ex.4 ที่จุดสูงสุดของวงล้อนี้มีสีแดงแต้มอยู่ ต่อมากลิ้งล้อนี้ไปทางขวามีอบบนพื้นโดยไม่ไถลด้วยความเร็ว (ของจุด O) เท่ากับ v จุดสีแดงจะมีความเร็วที่มีขนาดเท่าใด เมื่อจุดนี้หมุนลงมาถึงระดับเดียวกับ O ทางด้านหน้าของ O



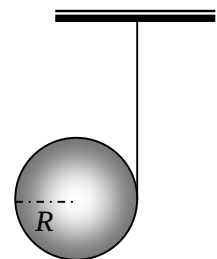
Ex.5 ล้อรถมี R กำลังกลิ้งไปบนพื้นราบโดยไม่มีการไถล โดยจุด C จะมีอัตราเร็ว v_0 หยดน้ำที่ถูกสลัดออกไปจากจุด A ในแนวระดับ จะตกกระทบพื้นระดับห่างจุด O ไปเป็นระยะทางเท่าใด



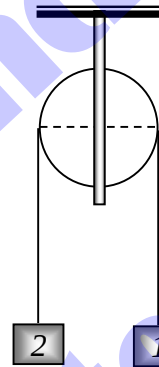
Ex.6 ทรงกลมตันมวล M มีรัศมี R มีโมเมนต์ความเฉื่อยรอบจุดศูนย์กลางเป็น $\frac{2}{5}MR^2$ กลิ้งลงมาตามพื้นเอียง ซึ่งเอียงทำมุม θ กับแนวราบ ถ้าทรงกลมกลิ้งโดยไม่มีการไถล จงหาความเร่งของจุดศูนย์กลางมวลของทรงกลม และแรงเสียดทาน



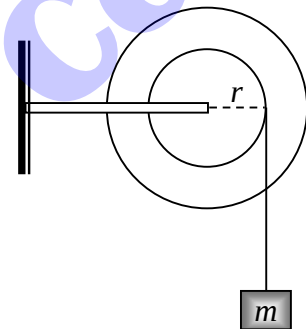
Ex.7 จากรูปแผ่นวงกลมรัศมี R มีมวล M มีโมเมนต์ความเฉื่อยตามสมการ $I = \frac{1}{2}MR^2$ ปล่อยให้เคลื่อนที่ลงมาในแนวตั้ง โดยมีเชือกพันหลายรอบบนขอบของจานนี้ จงหาแรงตึงในเส้นเชือก ความเร่งเชิงมุมของจานรอบจุด c.g. และความเร่งเชิงเส้น



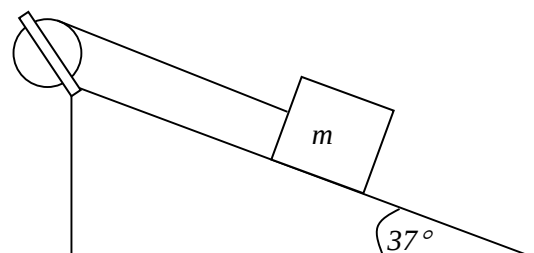
Ex.8 รอกมวล 1 กิโลกรัม มีรัศมี 10 เซนติเมตร ยึดติดกับเพดานไว้ มีเชือกเบาที่ไม่ยืดคล้องผ่าน แล้วนำวัตถุที่มีมวล 1 และ 2 กิโลกรัมแขวนไว้ที่ปลายเชือกคนละข้าง เมื่อปล่อยให้เคลื่อนที่ จงหาความเร่งของวัตถุที่เคลื่อนที่ เมื่อโมเมนต์ความเฉื่อยของรอกมีค่าเป็นตามสมการ $I = \frac{1}{2} MR^2$



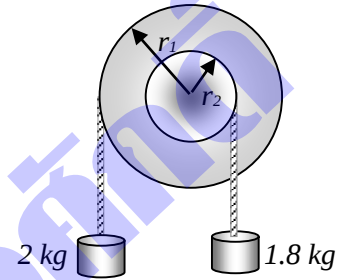
Ex.9 ถ้าล้อมีโมเมนต์ความเฉื่อย I ถูกยึดไว้ให้หมุนรอบแกนได้สะดวกโดยไม่มีแรงเสียดทาน มวล m ผูกไว้ด้วยเชือกที่พันรอบเพลาที่มีรัศมี r จะได้ความเร่งเชิงมุมของล้อเท่าใด



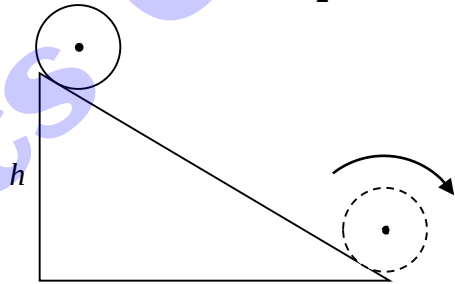
Ex.10 รอกมวล 20 kg มีรัศมี 0.2 เมตร วัตถุวางอยู่บนพื้นเอียงซึ่งเอียงทำมุม 37° กับแนวราบ สปริงความเสียดทานระหว่างมวลกับพื้นเอียงเป็น 0.25 มีเชือกโยงมวล $m = 5 \text{ kg}$ ไปพันรอบรอก จงหาความเร่งของมวล m และความตึงเชือก กำหนดโมเมนต์ความเฉื่อยของรอกเป็น $\frac{1}{4} mR^2$



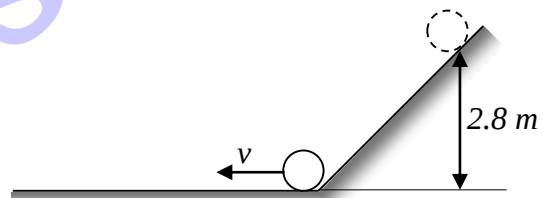
Ex.11 ระบบรอกดังรูป มีค่าโมเมนต์ความเฉื่อย $I = 1.7 \text{ kg.m}^2$ โดยที่ $r_1 = 50 \text{ cm}$. และ $r_2 = 20 \text{ cm}$. จงหา
ความเร่งเชิงมุมของระบบรอก และแรงดึงเชือกแต่ละข้าง



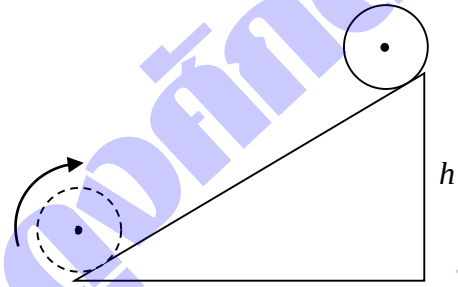
Ex.12 ปล่อยให้ทรงกระบอกมวล M รัศมี R เริ่มกลิ้งจากหยุดนิ่งลงมาจากพื้นเอียง ณ ตำแหน่งที่สูงจากพื้น h
โดยทรงกระบอกกลิ้งลงมาโดยไม่มีการไถล จงหาความเร็วของจุดศูนย์กลางมวลทรงกระบอกเมื่อกลิ้งลง
มาถึงปลายล่างของพื้นเอียง ถ้าโมเมนต์ความเฉื่อยของทรงกระบอกมีค่าตามสมการ $I = \frac{1}{2}MR^2$



Ex.13 ลูกบิลเลียดมวล M รัศมี R มีโมเมนต์ความเฉื่อย $\frac{2}{5}MR^2$ เดิมอยู่นิ่ง ๆ บนพื้นเอียงสูง 2.8 เมตร กลิ้ง
ลงมาตามพื้นเอียง เมื่อถึงพื้นราบ ลูกบิลเลียดนี้มีความเร็วเท่าใด (6.3 m/s)

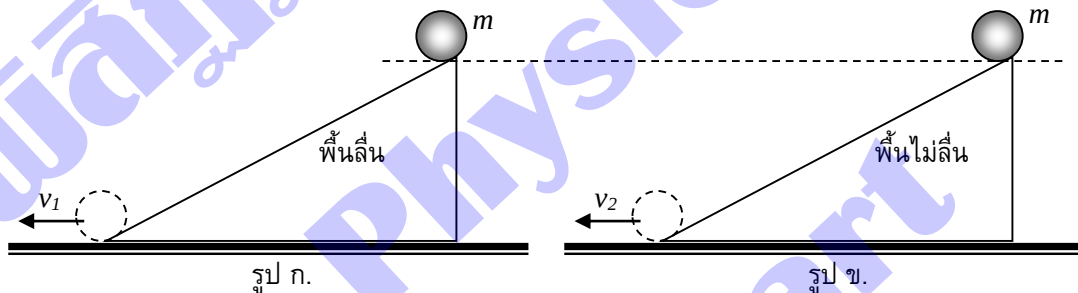


Ex.14 ลูกโบว์ลิ่งทรงกลมมวล 7.25 กิโลกรัม มีรัศมี 10.5 เซนติเมตร กลิ้งโดยไม่มีการไถลขึ้นไปบนพื้นเอียง ถ้าลูกโบว์ลิ่งหมุนที่ปลายล่างพื้นเอียงด้วยอัตราเร็วเชิงเส้น 5 เมตร/วินาที จงหาว่าลูกโบว์ลิ่งจะกลิ้งขึ้นไปบนพื้นเอียงได้สูงจากพื้นดินกี่เมตร จังหวะหยุดหมุนพอดี กำหนดโมเมนต์ความเฉื่อยของทรงกลมเป็นไปตามสมการ $I = \frac{2}{5}MR^2$ (1.75 เมตร)

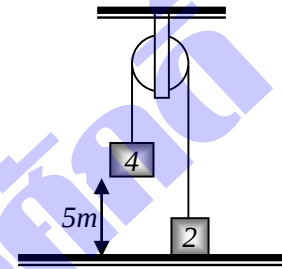


Ex.15 ทรงกระบอกตันมวล m รัศมี R (มีโมเมนต์ความเฉื่อยรอบแกนที่ผ่านจุดศูนย์กลางมวล $= \frac{1}{2}mR^2$)

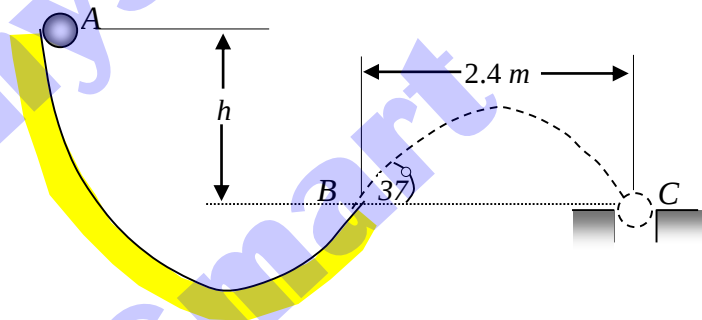
ไถลลงพื้นเอียงจากหยุดนิ่งในรูป ก. แต่กลิ้งลงโดยไม่ไถลจากความสูงเดียวกันในรูป ข. อัตราเร็ว v_1 ที่ปลายล่างพื้นเอียงในรูป ก. เป็นกี่เท่าของอัตราเร็ว v_2 ที่ปลายล่างพื้นเอียงในรูป ข.



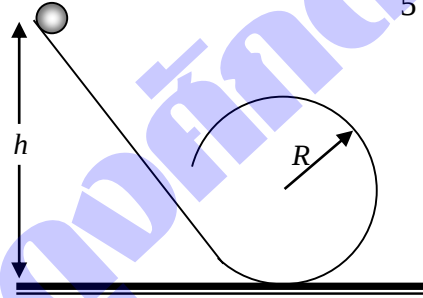
Ex.16 จากรูปรอกมีรัศมี 0.2 เมตร มีโมเมนต์ความเฉื่อย 0.4 kg.m^2 ถ้าเชือกไม่เกิดการไถลบนรอก มวล 4 กิโลกรัม จะเคลื่อนที่ลงมากะทบพื้นด้วยความเร็วเท่าใด



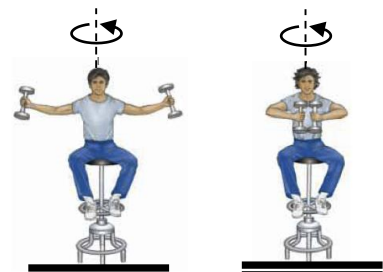
Ex.17 วัตถุทรงกลมขนาดเล็กถูกปล่อยให้เคลื่อนที่จากหยุดนิ่งที่จุด A วัตถุทรงกลมจะกลิ้งไปตามรางโค้งได้โดยไม่มีการไถล เมื่อไปถึงตำแหน่ง B จะหลุดออกไปจากรางโค้งและจะตกลงไปสู่ช่องที่ตำแหน่ง C จงหาว่าต้องปล่อยวัตถุทรงกลมนั้นจากตำแหน่งสูง h กี่เมตร กำหนดโมเมนต์ความเฉื่อยของทรงกลมมีค่าตามสมการ $I = \frac{2}{5} mR^2$



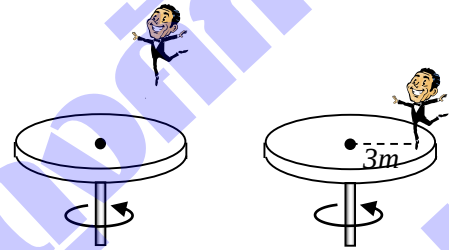
Ex.18 วัตถุทรงกลมตันมวล m รัศมี r กลิ้งโดยไม่มีการลื่นไถลลงมาจากพื้นเอียง ณ ตำแหน่งสูงจากพื้น h ที่ปลายล่างพื้นเอียงมีรางวงกลมรัศมี R ต่ออยู่ โดย $R > r$ จงหาระยะ h ที่น้อยที่สุดในเทอม R ที่จะทำให้อัตราเร็วของวัตถุที่กลิ้งใน loop ได้ครบรอบพอดี กำหนดทรงกลมตันมีโมเมนต์ความเฉื่อยตามสมการ $I = \frac{2}{5}mr^2$



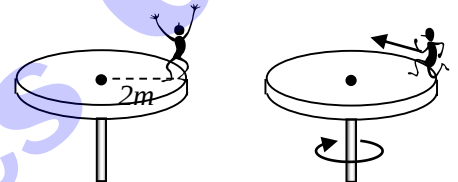
Ex.19 ชายคนหนึ่งยืนอยู่บนแป้นซึ่งหมุนรอบแกนตั้ง มีโมเมนต์ความเฉื่อย 10 กิโลกรัม-เมตร² มือแต่ละข้างถือดัมเบลไว้ ดัมเบลแต่ละอันมีมวล 2 กิโลกรัม เขยียดแขนให้มวลอยู่ห่างแกนหมุน 1 เมตร แล้วหมุนแป้นจนกระทั่งมีอัตราเร็วเป็น 5 รอบ/นาที ต่อไปหดแขนให้ดัมเบลอยู่ห่างแกนหมุน 10 เซนติเมตร จงหาว่าแป้นหมุนจะหมุนด้วยอัตราเร็วกี่รอบ/นาที และโมเมนต์ความเฉื่อยเปลี่ยนแปลงไปเท่าใด ไม่คิดความเสียดทานที่แกนหมุน (6.97 รอบ/นาที , 3.96 กิโลกรัม-เมตร²)



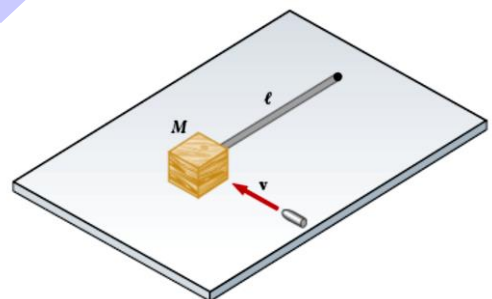
Ex.20 แป้นไม้กลมอันหนึ่งมีโมเมนต์ความเฉื่อย $4000 \text{ กิโลกรัม-เมตร}^2$ กำลังหมุนรอบแกนหมุนซึ่งผ่านจุดศูนย์กลางและตั้งฉากกับระนาบของแป้นไม้ด้วยอัตราเร็วเชิงมุม 3 เรเดียน/วินาที ชายคนหนึ่งมวล 90 กิโลกรัม หย่อนตัวจากต้นไม้อึ่งในแนวตั้งไปบนแป้นไม้กลมนี้ โดยห่างจากแกนหมุน 3 เมตร เมื่อชายคนนี้นี้อยู่บนแป้นไม้แล้ว แป้นไม้กลมนี้จะหมุนด้วยอัตราเร็วเชิงมุมเท่าใด (2.5)



Ex.21 ศรามีมวล 40 กิโลกรัม ยืนอยู่ที่ขอบของโต๊ะกลมที่มีรัศมี 2 เมตร โดยโต๊ะกลมหมุนได้คล่องในแนวราบและมีโมเมนต์ความเฉื่อย $500 \text{ กิโลกรัม-เมตร}^2$ ถ้าศราเริ่มวิ่งบนโต๊ะกลมในทิศทวนเข็มนาฬิกาด้วยอัตราเร็ว 3 เมตร/วินาที ความเร็วเชิงมุมของโต๊ะกลมจะเป็นเท่าใด ($0.48 \text{ เรเดียน/วินาที}$)



Ex.22 เป้ายิงปืนทำจากไม้มีมวล 450 กรัม ติดตั้งอยู่บนแขนที่หมุนได้ยาว 500 mm ลูกปืนถูกยิงออกไปด้วยความเร็วคงที่ 100 m/s พุ่งเข้าชนตรงกลางเป้าพอดีและฝังติดอยู่กับเป้า จงหาว่าหลังจากที่ลูกปืนกระทบเป้าแล้วเป้าจะหมุนด้วยความถี่กี่รอบต่อวินาที เมื่อลูกปืนมีมวล 50 กรัม จุดหมุนไม่มีความฝืดและแขนมีมวลน้อยมาก ($\frac{10}{\pi}$)

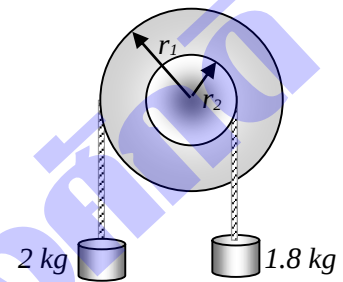


Ex.23 วัตถุมีโมเมนต์ความเฉื่อย 2 kg.m^2 หมุนด้วยอัตราเร็วเชิงมุม 5 เรเดียน/วินาที ถ้าทำให้มีโมเมนต์ความเฉื่อยเพิ่มขึ้นเป็น 2.5 kg.m^2 โดยไม่เกิดทอร์ก พลังงานจลน์ในการหมุนของวัตถุเปลี่ยนไปอย่างไร (ลดลง 5 จูล)

Ex.24 จงให้เหตุผลประกอบว่าทำไมลูกข่างเวลาหมุนจึงตั้งตรงได้ และทำไมเวลาที่จักรยานสองล้อจึงสามารถตั้งตรงได้โดยไม่หกล้ม

1. เพราะว่าการหมุนและล้อจักรยานเวลาหมุนมีแรงเหวี่ยงหนีศูนย์กลางมากในขณะที่หมุนทำให้ตั้งตรงได้
2. เพราะว่าการหมุนมีโมเมนต์ความเฉื่อยสูง และตัวจักรยานมีโมเมนต์สูงในขณะที่เคลื่อนที่
3. เพราะว่าการหมุนและล้อจักรยานมีโมเมนต์เชิงมุมซึ่งเป็นปริมาณเวกเตอร์และชี้ทิศทางใดทิศทางหนึ่งแน่นอน
4. เพราะว่าการหมุนมีแรงเหวี่ยงหนีศูนย์กลางสูงซึ่งชี้ทิศทางหนึ่งคงที่ ส่วนตัวจักรยานมีโมเมนต์ ที่ทิศทางคงที่ และล้อจักรยานมีโมเมนต์เชิงมุมคงที่และชี้ในทิศใดทิศทางหนึ่งตลอด

Ex.25 ระบบรอกดังรูป มีค่าโมเมนต์ความเฉื่อย $I = 1.7 \text{ kg.m}^2$ โดยที่ $r_1 = 50 \text{ cm}$. และ $r_2 = 20 \text{ cm}$. จงหาความเร็วของมวล 2 kg หลังจากเคลื่อนที่ตกจากหยุดนิ่งลงมาได้ 1.5 เมตร



Ex.26 ลูกบิลเลียดมวล M รัศมี R ถูกกระทบด้วยไม้คิวในแนวผ่านจุดศูนย์กลางมวล ทำให้มีความเร็วต้น v_0 บนโต๊ะที่มีสัมประสิทธิ์ความเสียดทานจลน์ μ อยากทราบว่าลูกบิลเลียดจะเคลื่อนที่ไปได้ไกลเป็นเวลานานเท่าใดและระยะทางเท่าใด ก่อนที่จะกลิ้งอย่างสมบูรณ์เพียงอย่างเดียวโดยไม่มีการไถล กำหนดโมเมนต์ความเฉื่อยของลูกบิลเลียดมีค่าตามสมการ $I = \frac{2}{5} mR^2$

