



คณิตศาสตร์

(ระบบจำนวนจริง)

อ.วิเศษ กี่สุขพันธ์

(อ.เอ)

ระบบจำนวนจริง

By พี่เอ้ (วิเศษ กี่สุขพันธ์)

วศ.บ., วศ.ม.จุฬาฯ

สถาบันกวดวิชาเดอะเบรน

เทคนิคการแก้สมการที่ติดค่าสัมบูรณ์

รูปแบบทั่วไปที่พบบ่อย

หรือ $>$

รูปแบบที่ 1 $|P(x)| \geq Q(x)$

 จะได้ $P(x) \geq Q(x)$ หรือ $P(x) \leq -Q(x)$

หรือ $<$

รูปแบบที่ 2 $|P(x)| \leq Q(x)$

 จะได้ $-Q(x) \leq P(x) \leq Q(x)$

หรือ $<$ หรือ \geq หรือ $>$

รูปแบบที่ 3 $|P(x)| \leq |Q(x)|$

เครื่องหมายเหมือนกัน

$$[P(x) - Q(x)] \cdot [P(x) + Q(x)] \leq 0$$

สำหรับสมการที่นอกเหนือจาก 3 รูปแบบด้านบนนี้ จะนิยมใช้การแบ่งกรณี

หมายเหตุ

1. สำหรับสมการบางข้อสามารถใช้สมบัติของค่าสัมบูรณ์ช่วยให้ง่ายขึ้นได้โดยสมบัติที่สำคัญมีดังนี้

1. $|a| \geq 0$

8. $|a| + |b| \geq |a + b|$

2. $|-a| = |a|$

9. $|a| + |b| \geq |a - b|$

3. $|a - b| = |b - a|$

10. $|a| - |b| \leq |a + b|$

4. $|a \cdot b| = |a| \cdot |b|$

11. $|a| - |b| \leq |a - b|$

5. $\left| \frac{a}{b} \right| = \frac{|a|}{|b|}$, $b \neq 0$

12. $|a| + |b| = |a + b| \leftrightarrow ab \geq 0$

6. $|a|^2 = a^2$

13. $|a| + |b| = |a - b| \leftrightarrow ab \leq 0$

7. $\sqrt[n]{a^n} = \begin{cases} a & \text{เมื่อ } n \text{ เป็นจำนวนคี่บวก} \\ |a| & \text{เมื่อ } n \text{ เป็นจำนวนคู่บวก} \end{cases}$

2. การยกกำลัง 2 เพื่อแก้สมการหรืออสมการ ต้องระวังหาก 2 ข้างของสมการหรืออสมการไม่ได้ประกันว่า ≥ 0 มักจะทำให้มีคำตอบผิดพลาดเสมอ

การแก้สมการค่าสัมบูรณ์ มีรูปแบบที่พบบ่อย คือ

รูปแบบที่ 1 $|\square| \geq a \Rightarrow \square \geq a$ หรือ $\square \leq -a$
↓
∪

1. จงแก้สมการ $|1-2x| \geq 3$

วิธีทำ

2. จงแก้สมการ $2x + |x| > 1$

วิธีทำ

หมายเหตุ " ถ้า $|\square| > a$ แล้ว $\square > a$ หรือ $\square < -a$ "

รูปแบบที่ 2 $|\square| \leq a \Rightarrow -a \leq \square \leq a$

3. กำหนดให้ $A = \{x \mid |x-1| \leq 3-x\}$ และ a เป็นสมาชิกค่ามากที่สุดของ A ค่าของ a อยู่ในช่วงใดต่อไปนี้ (PAT 1 มี.ค. 52)

- | | |
|-------------|-------------|
| 1. (0, 0.5] | 2. (0.5, 1] |
| 3. (1, 1.5] | 4. (1.5, 2] |

วิธีทำ

4. กำหนดให้เอกภพสัมพัทธ์เป็นเซตของจำนวนจริง

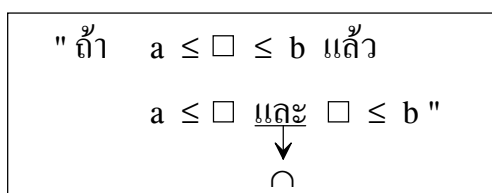
ถ้า $A = \{x \mid ||x| - 4| < 3\}$ และ $B = \{x^2 \mid x \in A\}$ แล้วเซต $B-A$ เท่ากับข้อใด

(มอ. 54)

- | | | | | |
|------------|------------|------------|------------|------------|
| 1. [1, 49) | 2. (7, 49] | 3. (1, 49) | 4. (7, 49) | 5. [7, 49) |
|------------|------------|------------|------------|------------|

วิธีทำ

หมายเหตุ " ถ้า $|\square| < a$ แล้ว $-a < \square < a$ "



5. คำตอบของอสมการ $\frac{|x+2|-2x}{||x-3|-7|+4} < 0$ คือข้อใด

1. $(-\frac{2}{3}, \infty)$ 2. $(2, \infty)$ 3. $(-\frac{2}{3}, 2)$ 4. ไม่มีข้อใดถูก

วิธีทำ

6. กำหนดให้ $A = \{x \in \mathbf{R} \mid \sqrt{x^2 - 6x + 9} \leq 4\}$

เมื่อ \mathbf{R} แทนเซตของจำนวนจริง (PAT 1 มี.ค. 53)

ข้อใดต่อไปนี้ถูกต้อง

1. $A' = \{x \in \mathbf{R} \mid |3-x| > 4\}$ 2. $A' \subset (-1, \infty)$
 3. $A = \{x \in \mathbf{R} \mid x \leq 7\}$ 4. $A \subset \{x \in \mathbf{R} \mid |2x-3| < 7\}$

วิธีทำ

หรือ < หรือ ≥ หรือ >



รูปแบบที่ 3 $|\square| \leq |\Delta|$ ยกกำลัง 2 , สูตร

7. ให้ A เป็นเซตคำตอบของอสมการ $\left| \frac{x^2-4}{x} \right| \leq 3$ ถ้า $A \cup (-2, 1) = [c, d]$ แล้ว จงหา $d-c$

(ม.ช. 50)

วิธีทำ

8. จงแก้สมการ $\frac{|x+2|-|x|}{\sqrt{8-x^3}} \geq 0$

วิธีทำ

9. จำนวนจริง x ที่มากที่สุดที่สอดคล้องกับอสมการ

$$\left| \frac{2x^2 - 4}{3} \right| \geq 2x^2$$

จะอยู่ในช่วงใดต่อไปนี้

1. $[-1, 0.5)$

2. $[0.5, 1)$

3. $[1, 1.5)$

4. $[1.5, 2)$

วิธีทำ

10. เซตคำตอบของอสมการ $|3x - 1|(2x + 1) < 1$ และ $5x < 1$ เท่ากับข้อใดต่อไปนี้

1. $(-\infty, -\frac{1}{3}] \cup (0, \frac{1}{5})$

2. $(-\infty, -\frac{1}{2}] \cup (0, \frac{1}{5})$

3. $(-\infty, 0) \cup (\frac{1}{6}, \frac{1}{5})$

4. $(-\infty, -\frac{1}{6}) \cup (0, \frac{1}{5})$

วิธีทำ

11. จงหาคำตอบของอสมการ

$$\left| \frac{x-2}{x+3} + \frac{x-1}{x-2} \right| \geq \left| \frac{x-2}{x+3} \right| + \left| \frac{x-1}{x-2} \right|$$

วิธีทำ

12. เซตคำตอบของ $|x-1| + |x-7| \leq 4$ มีสมาชิกที่เป็นจำนวนเต็มอยู่กี่จำนวน

1. 0

2. 1

3. 2

4. 3

วิธีทำ

13. จงหาเซตคำตอบของ $\frac{x^2-4x+4}{x^2-6x+9} + \left| \frac{x-2}{x-3} \right| - 12 < 0$

วิธีทำ

14. จงหาเซตคำตอบของ $\sqrt{x^2 - |x| + 3} \geq x^2 - |x| - 3$

วิธีทำ

15. ถ้าเศษเหลือที่ได้จากการหาร $x^3 - 2x^2 + 2x - m$ ด้วย $x + 1$ เท่ากับ -7 แล้ว เซตคำตอบของอสมการ $\sqrt{3 + mx - x^2} < |3 - x|$ เท่ากับข้อใด

1. $[-1, 1)$

2. $(1, 3)$

3. $(-\infty, 1) \cup (3, \infty)$

4. $(-\infty, -1) \cup (0, \infty)$

วิธีทำ

16. ถ้า A คือเซตของจำนวนเต็ม x ที่สอดคล้องกับอสมการ $|x-25| + |x-53| \neq |2x-78|$ แล้วสมาชิกค่าน้อยที่สุดของ A เท่ากับเท่าใด (ม.ข. 54)

วิธีทำ

17. จงหาเซตคำตอบของสมการต่อไปนี้

1) $\frac{|x+2|+2x-5}{|x+2|+7} = 0$

2) $|x^3 + 3x^2 - x - 3| = x^3 + 3x^2 - x - 3$

3) $\sqrt{x^2 - 10x + 25} = 5 - x$

4) $|x-1| \cdot |x-2| = |x+2|$

18. เซตใดต่อไปนี้ เป็นเซตอนันต์

1. $\{x \mid |x| = x - 5\}$

2. $\{x \mid |x| = x + 5\}$

3. $\{x \mid x^2 - 2|x| - 3 = 0\}$

4. $\left\{x \mid \frac{|x-1|}{|x+1|} = \frac{x-1}{x+1}\right\}$

วิธีทำ

19. ถ้า $S = \{x \in \mathbb{R} \mid \sqrt{3x+1} + \sqrt{x-1} = \sqrt{7x+1}\}$

เมื่อ R แทนเซตของจำนวนจริง

แล้วผลบวกของสมาชิกใน S เท่ากับเท่าใด (PAT 1 มี.ค. 53)

วิธีทำ

20. ผลบวกของรากทั้งหมดของสมการ $x^2 + 5x - 15 - \sqrt{9x^2 + 45x + 117} = 0$ มีค่าเท่าใด

วิธีทำ