TUTORIAL SCHOOL BY
THE BRAIN

โรงเรียนกวดวิชาคณิตศาสตร์ วิทยาศาสตร์ คุณภาพระดับประเทศ

ด้วยประสบการณ์ 25 ปี กว่า 1 ล้านนักเรียน ที่ให้ความไว้วางใจใน 29 สาขาทั่วประเทศ

www.WeByTheBrain.com www.facebook.com/WeByTheBrain

Relation&Function

โดย **อ.วิเศษ กี่สุขพันธ์ (พี่เอ๋)**

ปริญญาตรี-โท วิศวกรรมศาสตร์ จุฬาฯ

คู่อันดับ (ORDER PAIRS)

คู่อันดับจะอยู่ในรูป (a, b) โดย a เป็นสมาชิกตัวหน้า และ b เป็นสมาชิกตัวหลัง การเป็นคู่อันดับนั้น ก็คือต้องมาเป็นคู่และมีอันดับ

(a, b) = (c, d) ก็ต่อเมื่อ a = c และ b = d

ผลคูณคาร์ทีเซียน (CARTESIAN PRODUCT)

ผลคูณคาร์ทีเซียน ของเซต A และ B แทนสัญลักษณ์ด้วย $A \times B$ อ่านว่า "เอ คูณ บี"

$A \times B = \{(x, y)/x \in A \text{ และ } y \in B\}$

= เซตของ**คู่อันดับทั้งหมดที่เป็นไปได้** เมื่อสมาชิกตัวหน้าอยู่ในเซต A และสมาชิกตัวหลังอยู่ในเซต B

ข้อควรรู้..

1. $A \times B = \varnothing$ ก็ต่อเมื่อ $A = \varnothing$ หรือ $B = \varnothing$
2. โดยทั่วไป $A \times B \neq B \times A$ แต่เราพบว่า $A \times B = B \times A$ ก็ต่อเมื่อ $A = B$ หรือ $A = \varnothing$ หรือ $B = \varnothing$
3. ถ้า A และ B เป็นเซตจำกัดแล้ว $n(A \times B) = n(A) \times n(B)$
4. $A \times B = A \times C$ และ $A \neq \varnothing$ แล้ว $B = C$
5. $A \times (B \cup C) = (A \times B) \cup (A \times C)$
6. $A \times (B \cap C) = (A \times B) \cap (A \times C)$
7. $A \times (B - C) = (A \times B) - (A \times C)$
8. $(A \times B) \cap (C \times D) = (A \cap C) \times (B \cap D)$
9. Domain ของ $A \times B = A$ และ Range ของ $A \times B = B$

ความสัมพันธ์ (RELATION)

นิยาม r เป็นความสัมพันธ์จาก A ไป B ก็ต่อเมื่อ r เป็นสับเซตของ $A \times B$

ข้อควรรู้..

1. ความสัมพันธ์จาก A ไป A เรียกว่าความสัมพันธ์ใน A
2. $\varnothing$ เป็นความสัมพันธ์จาก A ไป B เสมอ
3. "xry" หมายความว่า x มีความสัมพันธ์ r กับ y หรือ $(x, y) \in r$ และ "$x \not r y$" หมายความว่า x ไม่มีความสัมพันธ์ r กับ y หรือ $(x, y) \notin r$

โดเมนและเรนจ์ของความสัมพันธ์ (Domain and Range of Relation)

นิยาม **โดเมนของ r** คือ เซตของสมาชิกตัวหน้าของคู่อันดับ เขียนแทนด้วย

$$D_r = \{x / (x, y) \in r\}$$

เรนจ์ของ r คือ เซตของสมาชิกตัวหลังของคู่อันดับ เขียนแทนด้วย

$$R_r = \{y / (x, y) \in r\}$$

หลักการหา D_r และ R_r แบบพิจารณาเงื่อนไข

1. **หา D_r** จัดรูปโดยเป็น y = เทอมของ x

   กรณีที่ 1 $y = \frac{\square}{\Delta}$ อ้าง $\Delta \neq 0$

   กรณีที่ 2 $y = \sqrt{\square}$ อ้าง $\square \geq 0$

   กรณีที่ 3 $y = \log\square$ อ้าง $\square > 0$

   หา R_r จัดรูปโดยเป็น x = เทอมของ y

   กรณีที่ 1 $x = \frac{\square}{\Delta}$ อ้าง $\Delta \neq 0$

   กรณีที่ 2 $x = \sqrt{\square}$ อ้าง $\square \geq 0$

   กรณีที่ 3 $x = \log\square$ อ้าง $\square > 0$

   * ถ้ามีมากกว่า 1 กรณี ให้นำเอามา $\cap$ กัน

2. **โดยปกติแล้ว**ถ้าซ้ายมือเป็น $(\ )^2, |\ |$ อ้าง ขวามือ ≥ 0

   แต่ถ้า $(\ )^2, |\ |$ ทางซ้ายมือมีค่าอยู่ในช่วงอื่น อ้างขวามือมีค่าอยู่ในช่วงเดียวกัน

3. โจทย์รูปแบบ $y = \sqrt{\ }$ ให้พิจารณาค่า min, max ของ y จะได้เรนจ์ของ r

4. กรณีหา D_r ถ้าพบรูปแบบ $ay^2 + by + c = 0$ และมั่นใจว่า $a \neq 0$

   จะได้ $y = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}$ และหา D_r ตามหลักการข้อ 1

   กรณีหา R_r ถ้าพบรูปแบบ $ax^2 + bx + c = 0$ และมั่นใจว่า $a \neq 0$

   จะได้ $x = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}$ และหา R_r ตามหลักการข้อ 1

หลักการหา Dr และ Rr แบบดูจากกราฟ

โดเมน = ขอบเขตของกราฟตามแกน x (ให้ดูเงาในแกน x)

เรนจ์ = ขอบเขตของกราฟตามแกน y (ให้ดูเงาในแกน y)

ฟังก์ชันและฟังก์ชัน 1 – 1

<u>นิยาม</u>

ฟังก์ชัน คือ ความสัมพันธ์ที่มีสมบัติว่า x แต่ละตัวในโดเมนมีความสัมพันธ์กับ y ในเรนจ์ได้อย่างมากเพียงตัวเดียว หรือ "ถ้า $(x,y) \in r$ และ $(x,z) \in r$ แล้ว $y = z$"

ฟังก์ชัน 1 - 1 คือ ฟังก์ชันที่มีสมบัติว่า จะไม่มี x ที่แตกต่างกันในโดเมน มีความสัมพันธ์กับ y ตัวเดียวกันในเรนจ์ หรือ "ถ้า $(x_1,y) \in f$ และ $(x_2,y) \in f$ แล้ว $x_1 = x_2$"

<u>**การเช็คฟังก์ชันและฟังก์ชัน 1 - 1**</u>

สำหรับเซตของคู่ลำดับที่แจกแจงสมาชิก

เซตของคู่ลำดับใดที่ x ซ้ำกัน จะไม่เป็นฟังก์ชันและเซตของคู่ลำดับใดที่เป็นฟังก์ชัน (x ไม่ซ้ำกัน) แต่ y ซ้ำกันจะไม่เป็นฟังก์ชัน 1 - 1

สำหรับความสัมพันธ์แบบเงื่อนไขทั่วไป

เช็คฟังก์ชัน ... แทน x 1 ค่าต้องเกิด y 1 ค่าเสมอ

เช็คฟังก์ชัน 1 - 1 ... แทน y 1 ค่าต้องเกิด x 1 ค่าเสมอ

*** ก่อนเช็คฟังก์ชัน 1 - 1 ให้เช็คฟังก์ชันก่อนทุกครั้ง

สำหรับการเช็คโดยใช้กราฟ

เช็คฟังก์ชัน ลากเส้นในแนวดิ่งตัดผ่านกราฟความสัมพันธ์ ถ้าตัด 1 จุด เสมอเป็นฟังก์ชัน

เช็คฟังก์ชัน 1 - 1 ลากเส้นในแนวนอนตัดผ่านกราฟของฟังก์ชัน ถ้าตัด 1 จุด เสมอเป็นฟังก์ชัน 1 - 1

*** ก่อนเช็คฟังก์ชัน 1 - 1 ให้เช็คฟังก์ชันก่อนทุกครั้ง

ลักษณะของฟังก์ชัน

นิยาม **f เป็นฟังก์ชันจาก A ไป B** (function from A into B) ก็ต่อเมื่อ f เป็นฟังก์ชันที่มีโดเมนคือ A และมีเรนจ์เป็นสับเซตของ B

f เป็นฟังก์ชันจาก A ไปทั่วถึง B (function from A onto B) ก็ต่อเมื่อ f เป็นฟังก์ชันที่มีโดเมนคือ A และมีเรนจ์คือ B

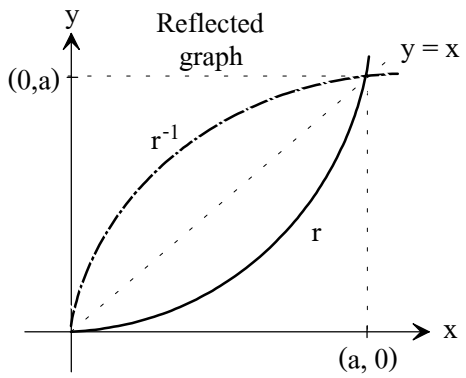
อินเวอร์สของความสัมพันธ์

นิยาม อินเวอร์สของความสัมพันธ์ r คือ ความสัมพันธ์ซึ่งเกิดจากการสลับที่ของสมาชิกตัวหน้ากับสมาชิกตัวหลังในแต่ละคู่ลำดับที่เป็นสมาชิกของ r เขียนแทนด้วย r^{-1}

$\therefore$ ดังนั้น $r^{-1} = \{(y, x) / (x, y) \in r\}$

ข้อควรรู้..

1. $D_r = R_{r^{-1}}$ และ $R_r = D_{r^{-1}}$
2. กราฟของ r^{-1} จะสมมาตรกับกราฟของ r โดยมี $y = x$ เป็นแกนสมมาตร



อินเวอร์สของฟังก์ชัน

เขียนแทนด้วย f^{-1} โดยที่ $f^{-1} = \{(y,x)/(x,y) \in f\}$

ข้อควรรู้..

ถ้า f เป็นฟังก์ชันหนึ่งต่อหนึ่ง แล้ว f^{-1} จะเป็นฟังก์ชัน (และเป็นหนึ่งต่อหนึ่งด้วยนะ) แต่ ถ้า f เป็นฟังก์ชันแต่ไม่ใช่ฟังก์ชันหนึ่งต่อหนึ่งแล้ว f^{-1} จะไม่เป็นฟังก์ชัน

หลักการหาอินเวอร์ส

1. ให้เปลี่ยน y เป็น x และเปลี่ยน x เป็น y
2. จัดสมการให้อยู่ในรูป y = เทอมของ x
3. ถ้ามีเงื่อนไขต่อท้าย ให้จัดอยู่ในรูปของ x เช่น

   $x \geq 0$, $-2 < x < 4$, $x \neq 0$, ฯลฯ

กำหนด $f(\square)$ แล้วต้องการหา $f^{-1}(\Delta)$ หรือกำหนด $f^{-1}(\Delta)$ แล้วต้องการหา $f(\square)$

หลักการ $f(\square) = \Delta$ หรือ $f^{-1}(\Delta) = \square$

$\square = f^{-1}(\Delta)$ $\Delta = f(\square)$

แต่ f ต้องเป็นฟังก์ชันหนึ่งต่อหนึ่ง นะจ๊ะ

Composite Function

ข้อควรรู้..

1. $gof(x) = g(f(x))$, $fog(x) = f(g(x))$
2. $fof^{-1}(\square) = \square$ เมื่อ $\square \in D_{f^{-1}}$ หรือ $\square \in R_f$

   $f^{-1}of(\Delta) = \Delta$ เมื่อ $\Delta \in D_f$
3. $(fog)oh = fo(goh)$
4. ถ้า f, g เป็นฟังก์ชัน 1 - 1 และไปทั่วถึงแล้ว

   $(gof)^{-1} = f^{-1}og^{-1}$, $(fog)^{-1} = g^{-1}of^{-1}$

พีชคณิตของฟังก์ชัน

ให้ f และ g เป็นฟังก์ชันที่มีโดเมนและเรนจ์เป็นสับเซตของ R

1. $(f+g)(x) = f(x)+g(x)$
2. $(f-g)(x) = f(x)-g(x)$
3. $(f\cdot g)(x) = f(x)\cdot g(x)$
4. $\left(\frac{f}{g}\right)(x) = \frac{f(x)}{g(x)}, g(x) \neq 0$

ข้อควรรู้..

$$\left.\begin{matrix} D_{f+g} \\ D_{f-g} \\ D_{f\cdot g} \end{matrix}\right\} = D_f \cap D_g$$

* $D_{\frac{f}{g}} = \{x/x \in D_f \cap D_g \text{ และ } g(x) \neq 0\}$

RELATION & FUNCTION

PAT 1, QUOTA, ENTRANCE, ETC

REVIEW AND ANALYZE

Compiled and tutored by P'AEY We By The Brain

1. กำหนดให้ $r = \left\{(x,y) \in I \times I \middle| y = \frac{2x^2-8}{x^2+1}\right\}$

เมื่อ I แทนเซตของจำนวนเต็ม

จำนวนสมาชิกของเซต $D_r - R_r$ เท่ากับข้อใดต่อไปนี้

1. 2 2. 4 3. 5 4. 7

2. กำหนด R แทนเซตของจำนวนจริง

ให้ $r = \{(x,y) \in R \times R \mid |x|y + y - x - 1 = 0\}$

พิจารณาข้อความต่อไปนี้

ก. r เป็นความสัมพันธ์ที่มีโดเมน $D_r = \{x \in R \mid x \neq -1\}$

ข. ความสัมพันธ์ r^{-1} เป็นฟังก์ชัน

ข้อใดต่อไปนี้**ถูกต้อง**

1. ก. ถูก และ ข. ถูก
2. ก. ถูก แต่ ข. ผิด
3. ก. ผิด แต่ ข. ถูก
4. ก. ผิด และ ข. ผิด

3. กำหนดให้ $r = \{(x,y) \mid x \in [-1,1] \text{ และ } y = x^2\}$

พิจารณาข้อความต่อไปนี้

ก. $r^{-1} = \{(x,y) \mid x \in [0,1] \text{ และ } y = \pm\sqrt{|x|}\}$

ข. กราฟของ r และกราฟของ r^{-1} ตัดกัน 2 จุด

ข้อใดต่อไปนี้**ถูก**

1. ก. ถูก และ ข. ถูก
2. ก. ถูก และ ข. ผิด
3. ก. ผิด และ ข. ถูก
4. ก. ผิด และ ข. ผิด

4. ให้ $f(x) = \begin{cases} x & ; \ 0 \le x < 1 \\ 2x-1 & ; \ 1 \le x < 2 \\ x^2+1 & ; \ 2 \le x < 3 \\ \sin\frac{(x-3)\pi}{2}+10 & ; \ 3 \le x < 4 \end{cases}$

จงหา $f^{-1}(8)+f^{-1}\left(\frac{21}{2}\right)$

1. $\sqrt{7}+\frac{10}{3}$
2. $8+\sqrt{7}$
3. 19
4. 23

5. กำหนดให้ $f(x) = \begin{cases} 4^x - 4, & 0 \le x \le 1 \\ 16-(x-5)^2, & 1 < x < 5 \end{cases}$

ค่าของ $f(f^{-1}(7)+f^{-1}(-2))$ เท่ากับข้อใด

1. $\frac{15}{4}$
2. 5
3. 7
4. $\frac{31}{4}$
5. $\frac{39}{4}$

6. กำหนดให้ $f(x) = 3x-1$ และ $g^{-1}(x) = \begin{cases} x^2, & x \ge 0 \\ -x^2, & x < 0 \end{cases}$ ค่าของ $f^{-1}(g(2)+g(-8))$ เท่ากับข้อใดต่อไปนี้

1. $\frac{1-\sqrt{2}}{3}$
2. $\frac{1+\sqrt{2}}{3}$
3. $\frac{1-\sqrt{2}}{-3}$
4. $\frac{1+\sqrt{2}}{-3}$

7. กำหนด $f\left(\frac{x}{x-1}\right) = \frac{1}{x}$ สำหรับจำนวนจริง x ที่ $x \neq 0, 1$

และ $g(4x^3 + 14x) = 2x + 1$ จงหา $f(2) + g^{-1}(3)$

8. ให้ R แทนเซตของจำนวนจริง

ให้ $f = \{(x, y) \in R \times R \mid y = 3x - 5\}$ และ

$g = \{(x, y) \in R \times R \mid y = 2x + 1\}$

ถ้า $a \in R$ และ $(g^{-1} o f^{-1})(a) = 4$

แล้ว $(f \circ g)(2a)$ เท่ากับเท่าใด

9. ให้ f และ g เป็นฟังก์ชัน ซึ่งมีโดเมนและเรนจ์เป็นสับเซตของเซตของจำนวนจริงโดยที่ $f(x) = \frac{x+3}{x+6}$ โดยที่ $(f^{-1}og)(x) = \frac{-6x}{x-1}$

ถ้า $g(a) = 2$ แล้ว a อยู่ในช่วงใดต่อไปนี้

1. $[-1, 1)$ 2. $[1, 3)$ 3. $[3, 5)$ 4. $[5, 7)$

10. กำหนดให้ $g^{-1}(x) = \frac{3}{1+x}$ และ $gof(x+1) = \frac{-x}{x+1}$ จงหาค่าของ $f(16)$

11. กำหนดให้ R แทนเซตของจำนวนจริง และให้ I แทนเซตของจำนวนเต็ม
ให้ f และ g เป็นฟังก์ชันจาก R ไปยัง R โดยที่

$f(x+5) = x^3 - x^2 + 2x$ สำหรับทุกจำนวนจริง x

และ $g^{-1}(2x-1) = x+4$ สำหรับทุกจำนวนจริง x

พิจารณาข้อความต่อไปนี้

(ก) $(f-g)(0) < -169$

(ข) $\{x \in I \mid (gof)(x)+5 = 0\}$ เป็นเซตว่าง

ข้อใดต่อไปนี้**ถูกต้อง**

1. (ก) ถูก และ (ข) ถูก
2. (ก) ถูก แต่ (ข) ผิด
3. (ก) ผิด แต่ (ข) ถูก
4. (ก) ผิด และ (ข) ผิด

12. กำหนดให้ $f(x) = \frac{2x+1}{x+5}$ และ $g(x) = \frac{5x-1}{-x+2}$

จงหา $fog(3) + gof(4) + fog(5) + \ldots + gof(100)$

1. 5046
2. 5047
3. 5048
4. 5049

13. ถ้า f และ g เป็นฟังก์ชัน ซึ่ง $f(x) = x^3 + x$ และ $(gof^{-1})(x) = x^2$ แล้ว $g(x)$ เท่ากับข้อใดต่อไปนี้

1. $x^6 + 2x^4 + x^2$
2. $x^6 + x^2$
3. $x^5 + 2x^3 + x$
4. $x^5 + x^3$

14. กำหนดให้ $f = \{(x, y) | y = \log(x+1) + \log(x+2) - \log(4 - x^2)\}$

และ $g = \{(x, y) | y = 2^{x-1}$ และ $x \geq 0\}$

ถ้า D_f = โดเมนของ f และ R_g = เรนจ์ของ g

แล้ว $D_f \cap R_g$ เป็นสับเซตของเซตในข้อใดต่อไปนี้

1. [0, 1.5)
2. [0.5, 2.5)
3. [1, 3)
4. [1.5, 4)

15. ให้ f เป็นฟังก์ชัน ซึ่ง $f^{-1} = goh$ โดยที่ $g(x) = \sqrt{x-2}$ และ $h(x) = \frac{3-x}{x+1}$ เรนจ์ของ f เป็นสับเซตของข้อใด

1. $(-\infty, -3)$ 2. $(-3, -2)$ 3. $(-2, -1)$ 4. $(-1, 2)$

5. $(2, \infty)$

16. ก. $y = x + 4$ ข. $y = \frac{x^2-16}{x-4}$ ค. $(x-4)y = x^2 - 16$

จากสมการที่กำหนดให้ ข้อใดให้ลักษณะกราฟเหมือนกัน

1. ก และ ข 2. ก และ ค 3. ข และ ค 4. ก ข และ ค

17. Given that $f(x) = (x^5 - 1)(x^3 + 1)$, $g(x) = (x^2 - 1)(x^2 - x + 1)$ and h(x) is a polynomial such that $f(x) = g(x)h(x)$, what is the value of h (1) ?

a. 0 b. 2 c. 3 d. 5 e. undefined

18. กำหนด $f(x^2 - 3x + 4) = x^2 - 3x + 8$ แล้ว $f(x^3 - 5)$ มีค่าเท่าใด

19. กำหนดให้ R แทนเซตของจำนวนจริง

กำหนด $g(x) = x^2 + x + 3$ สำหรับทุกจำนวนจริง x

ถ้า $f : R \to R$ เป็นฟังก์ชัน และสอดคล้องกับ

$(fog)(x) + 2(fog)(1 - x) = 6x^2 - 10x + 17$

$2(fog)(x) + (fog)(1 - x) = 6x^2 - 2x + 13$

ค่าของ f(383) เท่ากับเท่าใด

20. กำหนด f เป็นฟังก์ชัน ซึ่ง $f(2 - 3x) = 4 - x$ จงหาค่าของ $\sum_{i=1}^{12} f(i)$

21. กำหนดให้ $f\left(\frac{x}{x-1}\right) = \frac{1}{x}$ เมื่อ $x \neq 0$ และ $x \neq 1$
ถ้า $0 < \theta < \frac{\pi}{2}$ แล้ว $f(\sec^2\theta)$ เท่ากับข้อใดต่อไปนี้

1. $\sin^2\theta$
2. $\cos^2\theta$
3. $\tan^2\theta$
4. $\cot^2\theta$

22. Given that P(x) is a polynomial such that $P(x^2+1) = x^4+5x^2+3$, what is $P(x^2-1)$?

a. x^4+x^2-3 b. x^4+5x^2-1 c. $x^2(x+1)(x-1)$ d. x^4+x^2+1
e. x^4-x^2-1

23. กำหนดให้ f เป็นฟังก์ชัน $f(3x-5) = 18x^2 - 57x + 48$

จะได้ $(fof)(-1) - f^2(1)$ มีค่าเท่าใด

1. 3
2. 5
3. –2
4. –1

24. Let f(x) be a function such that $f(x) + f\left(\frac{1}{1-x}\right) = x$ for all x not equal to 0 or 1.

What is the value of f(2) ?

a. $\frac{1}{4}$
b. $\frac{3}{4}$
c. $\frac{5}{4}$
d. $\frac{7}{4}$
e. $\frac{9}{4}$

25. กำหนดให้ R แทนเซตของจำนวนจริง ถ้า $f : R \to R$ เป็นฟังก์ชัน โดยที่ $f(x) = ax + b$ เมื่อ a, b เป็นจำนวนจริง ถ้า f เป็นฟังก์ชันลด และ $f(f(f(f(x)))) = 16x + 45$ แล้วค่าของ $a + b$ เท่ากับข้อใดต่อไปนี้

1. -11 2. -5 3. 11 4. 5

26. กำหนดให้ a, b เป็นจำนวนเต็มบวก และ $f(x) = ax + b$, $g(x) = bx + a$ ถ้า $f(g(50)) - g(f(50)) = 28$ จงหาค่าของ a และ b (มี (15, 14) เป็นคำตอบด้วย)

1. (3, 4) 2. (7, 4) 3. (6, 2) 4. (4, 1)

27. กำหนดให้ $r = \{(x,y) \in R \times R \mid 25x^4 + 16y^2 + 2 = 10x^2 + 8y\}$
เมื่อ R แทนเซตของจำนวนจริง
พิจารณาข้อความต่อไปนี้
(ก) r ไม่เป็นฟังก์ชัน
(ข) $D_r \neq R_r$
ข้อใดต่อไปนี้**ถูกต้อง**
1. (ก) ถูก และ (ข) ถูก
2. (ก) ถูก แต่ (ข) ผิด
3. (ก) ผิด แต่ (ข) ถูก
4. (ก) ผิด และ (ข) ผิด

28. กำหนดให้ R แทนเซตของจำนวนจริง
ถ้า $f : R \to R$ เป็นฟังก์ชันโดยที่ $xf(x) + f(1-x) = 2x - x^2$ เมื่อ $x \in R$
แล้ว ค่าของ $\sum_{x=25}^{54} (x + f(x))$ เท่ากับเท่าใด

29. ให้ $N = \{1, 2, 3, \ldots\}$ และ $f : N \to N$ เป็นฟังก์ชันที่มีสมบัติ

$f(x+y) = f(x) + f(y) + 4xy$ สำหรับทุก $x, y \in N$

ถ้า $f(1) = 4$ แล้ว $f(20)$ เท่ากับเท่าใด

30. กำหนดให้ $r_1 = \{(x, y) \mid |x| \geq |y|\}$ และ $r_2 = \{(x, y) \mid y = x^2 - 2\}$

ถ้า $r = r_1 \cap r_2$ แล้วข้อใดต่อไปนี้**ถูกต้อง**

1. $D_r = [-2, 2]$ และ $R_r = [-2, 2]$
2. $D_r = [-2, 2]$ และ $R_r = [-1, 2]$
3. $D_r = [-2, 2]$ และ $R_r = [-2, \infty)$
4. $D_r = [-2, -1] \cup [1, 2]$ และ $R_r = [-2, 2]$
5. $D_r = [-2, -1] \cup [1, 2]$ และ $R_r = [-1, 2]$

31. กำหนด x, y เป็นจำนวนจริง และ $A = \{(x,y) \mid y = \cos x\}$

$B = \{(x,y) \mid y = e^{\sin x}\}$

$C = \{(y,x) \mid x = y^2 + 2\}$

จงหา [(เรนจ์ของ A) $\cup$ (เรนจ์ของ B)] $\cap$ (เรนจ์ของ C)

32. ถ้า $g(x) = \frac{1}{3}x - 3$ และ $(goh)(x) = 2x - 1$ จงหาค่าของ $(hog)(30)$

33. สำหรับจำนวนนับ n ใดๆ กำหนดให้ f(n) คือ เศษเหลือที่เกิดจากการหาร n^2 ด้วย 4 และ $g(n) = n+2$ จงหาค่าของ $\sum_{n=1}^{2011} (gof)(n)$

34. ให้ $f(x) = \frac{1}{x}$, $g(x) = \sqrt{x}$ และ $h(x) = x^3+2x^2+2x$ ถ้าโดเมนของ fogoh เท่ากับ $R^+ - A$ เมื่อ R^+ แทนเซตของจำนวนจริงบวก และ n(A) แทนจำนวนสมาชิกของเซต A ข้อใดต่อไปนี้**ถูก**

1. $n(A) = 0$
2. $n(A) = 1$
3. $n(A) = 2$
4. $n(A) > 2$

35. กำหนดให้ $G_0(x) = (1-x)^{-1}$ และ $G_n(x) = G_0(G_{n-1}(x))$ เมื่อ $n = 1, 2, 3, ...$ จงคำนวณหาค่า $G_{2553}(2553)$

1. $-1/2552$
2. $2552/2553$
3. 2553
4. $1/2552$
5. $-2552/2553$