TUTORIAL SCHOOL BY
THE BRAIN

MATH

MATRIX

BY P'GLOF

www.facebook.com/WeByTheBrain
www.WeByTheBrain.com

MATRIX

By P'Golf We By The Brain

การคูณเมทริกซ์ด้วยเมทริกซ์

1. AB ไม่จำเป็นต้องเท่ากับ BA
2. $A(BC) = (AB)C = ABC$
3. $AI = A = IA$
4. $AA^{-1} = I = A^{-1}A$

การแจกแจง

1. $A(B \pm C) = AB \pm AC$
2. $(B \pm C)A = BA \pm CA$

ทรานสโพสของเมทริกซ์

1. $(A^t)^t = A$
2. $(A \pm B)^t = A^t \pm B^t$
3. $(AB)^t = B^t \cdot A^t$
4. $(kA)^t = kA^t$
5. $(A^n)^t = (A^t)^n$

อินเวอร์สการคูณของเมทริกซ์

1. $(A^{-1})^{-1} = A$
2. $(AB)^{-1} = B^{-1}A^{-1}$
3. $(kA)^{-1} = \frac{1}{k}A^{-1};\ k \neq 0$
4. $(A^n)^{-1} = (A^{-1})^n$

การหา Determinant

เมทริกซ์ขนาด 1×1 $A = [a]$ จะได้ $\det A = a$

คูณขึ้นเครื่องหมายตรงข้าม

เมทริกซ์ขนาด 2×2 $A = \begin{bmatrix} a & b \\ c & d \end{bmatrix}$ จะได้ $\det A = \begin{vmatrix} a & b \\ c & d \end{vmatrix} = ad - bc$

คูณลงเครื่องหมายเหมือนเดิม

คูณขึ้นเครื่องหมายตรงข้าม

เมทริกซ์ขนาด 3×3 $A = \begin{bmatrix} a & b & c \\ d & e & f \\ g & h & i \end{bmatrix}$ จะได้ $\det A = \begin{vmatrix} a & b & c \\ d & e & f \\ g & h & i \end{vmatrix}\begin{matrix} a & b \\ d & e \\ g & h \end{matrix}$

คูณลงเครื่องหมายเหมือนเดิม

สมบัติ Determinant

1. $\det(AB) = \det A \cdot \det B$
2. $\det(A^{-1}) = \frac{1}{\det A}$; $\det A \neq 0$
3. $\det(A^{t}) = \det A$
4. $\det(kA) = k^{n}\det A$; n คือ มิติของเมทริกซ์ A
5. $\det(A^{n}) = (\det A)^{n}$
6. ถ้า $A = B$ แล้ว $\det A = \det B$ *****
7. ถ้า $\det A = \det B$ แล้ว ไม่จำเป็นที่ $A = B$ *****
8. ถ้าสมาชิกของเมทริกซ์ที่กำหนดให้มีแถวใดแถวหนึ่ง หรือหลักใดหลักหนึ่งเป็น 0 ทั้งหมดบอกได้ทันทีว่า det ของเมทริกซ์นั้นเท่ากับ 0

   เช่น $\begin{vmatrix} 2 & 3 & 4 \\ 0 & 0 & 0 \\ 1 & 2 & 6 \end{vmatrix} = 0$, $\begin{vmatrix} 1 & 0 & 4 \\ 2 & 0 & 5 \\ 3 & 0 & 6 \end{vmatrix} = 0$

9. ถ้าสมาชิกของเมทริกซ์ที่กำหนดให้ในสองแถวใด หรือสองหลักใดเท่ากันบอกได้ทันทีว่า det ของเมทริกซ์นั้นเท่ากับ 0

   เช่น $\begin{vmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 4 & 5 & 6 \\ 1 & 2 & 3 \end{vmatrix} = 0$, $\begin{vmatrix} 1 & 1 & 4 \\ 2 & 2 & 8 \\ 3 & 3 & 5 \end{vmatrix} = 0$

10. ถ้าเมทริกซ์ใดที่กำหนดให้เป็นเมทริกซ์สามเหลี่ยมบนหรือสามเหลี่ยมล่างหรือเมทริกซ์เฉียงบอกได้ทันทีว่า det ของเมทริกซ์นั้น เท่ากับ ผลคูณของสมาชิกในเส้นทะแยงมุมหลัก

เช่น $\begin{vmatrix} 1 & -2 & 5 \\ 0 & 4 & 1 \\ 0 & 0 & 3 \end{vmatrix} = 12$, $\begin{vmatrix} 2 & 0 & 0 \\ 1 & 4 & 0 \\ 5 & 2 & -3 \end{vmatrix} = -24$, $\begin{vmatrix} -2 & 0 & 0 \\ 0 & 3 & 0 \\ 0 & 0 & 5 \end{vmatrix} = -30$

11. ถ้าสมาชิกในสองแถวใด หรือสองหลักใดเป็น c เท่าของกันและกันแล้วจะได้ det = 0

เช่น $\begin{vmatrix} \boxed{1 \quad 2 \quad 3} \\ \boxed{5 \quad 10 \quad 15} \\ 4 \quad 1 \quad 7 \end{vmatrix} = 0$

12. ถ้าเมทริกซ์ B เกิดจากการสลับแถวคู่ใดคู่หนึ่ง หรือหลักคู่ใดคู่หนึ่งของเมทริกซ์ A จะได้ว่า $\det B = -\det A$

เช่น $A = \begin{bmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 4 & 5 & 6 \\ 7 & 8 & 9 \end{bmatrix}$ และ $B = \begin{bmatrix} 2 & 1 & 3 \\ 5 & 4 & 6 \\ 8 & 7 & 9 \end{bmatrix}$ จะได้ $\det B = -\det A$

ไมเนอร์ (Minor) และ โคแฟกเตอร์ (Cofactor)

Minor : $M_{ij}(A)$ คือ ดีเทอร์มิแนนต์ของเมทริกซ์ที่ได้จากการตัดแถวที่ i และหลักที่ j ของเมทริกซ์ A ออก

Cofactor : $C_{ij}(A)$ คือ $(-1)^{i+j}M_{ij}(A)$

การหาอินเวอร์สการคูณของเมทริกซ์

การหาอินเวอร์สการคูณของเมทริกซ์

เมทริกซ์ขนาด 1×1 ถ้า $A = [a]$ จะได้ $A^{-1} = \left[\frac{1}{a}\right]$

เมทริกซ์ขนาด 2×2 ถ้า $A = \begin{bmatrix} a & b \\ c & d \end{bmatrix}$ จะได้ $A^{-1} = \frac{1}{\det A}\begin{bmatrix} d & -b \\ -c & a \end{bmatrix}$, $\det A \neq 0$

เมทริกซ์ขนาด 3×3 ขึ้นไปหา A^{-1} จาก

$$A^{-1} = \frac{1}{\det A}(\operatorname{adj} A) \text{ โดย } \operatorname{adj} A = [C_{ij}(A)]^t$$

นิยามที่เกี่ยวกับอินเวอร์สการคูณของเมทริกซ์

1. $A^{-1} = \frac{1}{\det A}\cdot(\operatorname{adj} A)$ เรียก adj A ว่าเมทริกซ์ผูกพันของ A
2. ถ้า A หา A^{-1} ไม่ได้เรียก A ว่า Singular Matrix หรือ เมทริกซ์เอกฐาน $(\det A = 0)$
3. ถ้า A หา A^{-1} ได้ เรียก A ว่า Non-Singular Matrix หรือ เมทริกซ์มิใช่เอกฐาน $(\det A \neq 0)$

การใช้ Cofactor ในการหา det ของเมทริกซ์ขนาด $n \times n$

ขั้นตอนการหา det

1. เลือกแถวหรือหลักมา 1 แถว หรือ 1 หลัก
2. หา Cofactor ของสมาชิกแต่ละตัวในแถวหรือหลักที่เลือกมา
3. เอาสมาชิกในตำแหน่งนั้น คูณกับ Cofactor ของสมาชิกในตำแหน่งนั้นแล้ว นำมาบวกกันผลที่ได้คือค่าของ det

ระบบสมการเชิงเส้น

กำหนดสมการเชิงเส้น n สมการ n ตัวแปร ดังนี้

$$a_{11}x_1 + a_{12}x_2 + a_{13}x_3 + \dots + a_{1n}x_n = b_1 \quad \text{.......................... (1)}$$

$$a_{21}x_1 + a_{22}x_2 + a_{23}x_3 + \dots + a_{2n}x_n = b_2 \quad \text{.......................... (2)}$$

$$a_{31}x_1 + a_{32}x_2 + a_{33}x_3 + \dots + a_{3n}x_n = b_3 \quad \text{.......................... (3)}$$

$$\vdots \qquad \vdots \qquad \vdots \qquad \qquad \vdots \qquad \quad \vdots$$

$$a_{n1}x_1 + a_{n2}x_2 + a_{n3}x_3 + \dots + a_{nn}x_n = b_n \quad \text{.......................... (n)}$$

เราสามารถเขียนสมการ n สมการ n ตัวแปรให้อยู่ในรูปเมทริกซ์ได้ดังนี้

$$\underbrace{\begin{bmatrix} a_{11} & a_{12} & a_{13} & \dots & a_{1n} \\ a_{21} & a_{22} & a_{23} & \dots & a_{2n} \\ a_{31} & a_{32} & a_{33} & \dots & a_{3n} \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots \\ a_{n1} & a_{n2} & a_{n3} & \dots & a_{nn} \end{bmatrix}}_{A} \cdot \underbrace{\begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \\ \vdots \\ x_n \end{bmatrix}}_{X} = \underbrace{\begin{bmatrix} b_1 \\ b_2 \\ b_3 \\ \vdots \\ b_n \end{bmatrix}}_{B}$$

เรียก เมทริกซ์ A ว่าเมทริกซ์สัมประสิทธิ์

X ว่าเมทริกซ์ตัวแปร

B ว่าเมทริกซ์ค่าคงที่

ถ้า $\det A \neq 0$ ระบบสมการเชิงเส้นมีคำตอบ 1 ชุด

ถ้า $\det A = 0$ คำตอบของระบบสมการให้พิจารณาดังนี้

- ถ้าคำตอบอยู่ในรูป $\frac{0}{0}$ ระบบสมการมีคำตอบมากมายนับไม่ถ้วน
- ถ้าคำตอบอยู่ในรูป $\frac{k}{0}$ โดย $k \neq 0$ ระบบสมการไม่มีคำตอบ

การดำเนินการตามแถว (Row Operation)

คือการดำเนินการอย่างใดอย่างหนึ่งต่อไปนี้

1. สลับที่ระหว่างแถวที่ i กับ แถวที่ j เมื่อ $i \neq j$ เขียนแทนด้วย R_{ij}
2. คูณแถวที่ i ด้วยจำนวนจริง c โดย $c \neq 0$ เขียนแทนด้วย cR_i
3. แทนที่แถวที่ i ด้วยผลบวกของแถวที่ i กับ c เท่าของแถวที่ j โดยที่ $c \neq 0$ เขียนแทนด้วย $R_i + cR_j$

การแก้ระบบสมการเชิงเส้นโดยวิธีของเกาส์ (Gaussian elemination)

ขั้นตอน 1. นำระบบสมการมาสร้างเป็นเมทริกซ์แต่งเติม

$$[A \mid B] = \left[\begin{array}{cccc|c} a_{11} & a_{12} & \dots & a_{1n} & b_1 \\ a_{21} & a_{22} & \dots & a_{2n} & b_2 \\ \vdots & \vdots & & \vdots & \vdots \\ a_{n1} & a_{n2} & \dots & a_{nn} & b_n \end{array}\right]$$

2. ให้ทำ $[A \mid B]$ ด้วย Row Operation จนทำให้ A เป็นเมทริกซ์เอกลักษณ์

ตัวอย่างการดำเนินการตามแถว

<u>ตัวอย่าง</u> $R_2 + 2R_1$ หมายถึง นำแถวที่ 1 คูณ 2 แล้วบวกเข้าในแถวที่ 2

$$\left[\begin{array}{ccc|c} 2 & 1 & -2 & 8 \\ -4 & -3 & 6 & -22 \\ 0 & 3 & 8 & -38 \end{array}\right] \xrightarrow{R_2+2R_1} \left[\begin{array}{cccc} 2 & 1 & -2 & 8 \\ (-4)+2(2) & (-3)+2(1) & (6)+2(-2) & (-22)+2(8) \\ 0 & 3 & 8 & -38 \end{array}\right]$$

$$\longrightarrow \left[\begin{array}{ccc|c} 2 & 1 & -2 & 8 \\ 0 & -1 & 2 & -6 \\ 0 & 3 & 8 & -38 \end{array}\right]$$

<u>ตัวอย่าง</u> R_{12} หมายถึง สลับแถวที่ 1 กับแถวที่ 2

$\frac{1}{14}R_3$ หมายถึงนำ $\frac{1}{14}$ คูณสมาชิกทุกตัวในแถวที่ 3

$$\left[\begin{array}{ccc|c} 0 & -1 & 2 & 8 \\ 2 & 1 & 1 & 6 \\ 0 & 0 & 14 & -28 \end{array}\right] \xrightarrow{R_{12},\frac{1}{14}R_3} \left[\begin{array}{ccc|c} 2 & 1 & 1 & 6 \\ 0 & -1 & 2 & 8 \\ 0 & 0 & 1 & -2 \end{array}\right]$$

Problems

1. กำหนดให้ $3A - 2A^t = \begin{bmatrix} 1 & 4 & -1 \\ -1 & 1 & 4 \\ 4 & -1 & 1 \end{bmatrix}$ จงหาค่าของเมทริกซ์ A

2. กำหนดให้ $A = \begin{bmatrix} 0 & 3 \\ a & b \end{bmatrix}$ เมื่อ a และ b เป็นจำนวนจริงโดย $a \neq 0$

   B เป็นเมทริกซ์มิติ 2×2 และ I เป็นเมทริกซ์เอกลักษณ์การคูณมิติ 2×2

   ถ้า $A^2B = I$ และ $2A^{-1} - 3B = I$ แล้ว $2a + 3b$ เท่ากับข้อใดต่อไปนี้

   1. 4　　2. 3　　3. 2　　4. 1

3. กำหนดให้ $A = \begin{bmatrix} 1 & 1 \\ 1 & -1 \end{bmatrix}$ และ $B = \begin{bmatrix} x & y \\ y & z \end{bmatrix}$

ถ้า $A^{-1}BA = \begin{bmatrix} -2 & 0 \\ 0 & 4 \end{bmatrix}$ แล้ว ค่าของ xyz เท่ากับข้อใดต่อไปนี้

1. -3 2. -1 3. 0 4. 1

4. กำหนดให้ A และ B เป็นเมทริกซ์ มีมิติ 3×3 โดยที่ $\det(A) = 2$

และ $B = \begin{bmatrix} 1 & 3 & 2 \\ 0 & -1 & x \\ 0 & -2 & y \end{bmatrix}$ เมื่อ x และ y เป็นจำนวนจริง

ถ้า $AB + 3A = 2I$ เมื่อ I เป็นเมทริกซ์เอกลักษณ์ ที่มีมิติ 3×3

แล้ว $x + y$ เท่ากับข้อใดต่อไปนี้

1. 0 2. -1 3. -2 4. -2.5

5. กำหนดให้ x เป็นจำนวนเต็ม และ $A = \begin{bmatrix} 2x & 1 \\ x & x \end{bmatrix}$ เป็นเมทริกซ์ซึ่งมี $\det A = 3$ ถ้า B เป็นเมทริกซ์มีมิติ 2×2 โดยที่ $BA + BA^{-1} = 2I$ เมื่อ I เป็นเมทริกซ์เอกลักษณ์การคูณมิติ 2×2 แล้ว ค่าของ $\det B$ อยู่ในช่วงใดต่อไปนี้

1. $[1, 2]$
2. $[-1, 0]$
3. $[0, 1]$
4. $[-2, -1]$

6. ให้ A และ B เป็นเมทริกซ์ที่มีขนาด 2×2 โดยที่

$2A - B = \begin{bmatrix} -4 & -4 \\ 5 & 6 \end{bmatrix}$ และ $A - 2B = \begin{bmatrix} -5 & -8 \\ 4 & 0 \end{bmatrix}$

ค่าของ $\det(A^4B^{-1})$ เท่ากับเท่าใด

7. ให้ S เป็นเซตของจำนวนจริง x ทั้งหมดที่ทำให้เมทริกซ์

$$\begin{bmatrix} 4 & -2 & 7 \\ x & -1 & 3 \\ 2 & 0 & x \end{bmatrix}$$ เป็นเมทริกซ์เอกฐาน

และให้ y เท่ากับผลบวกของสมาชิกทั้งหมดในเซต S

ถ้า $A = \begin{bmatrix} y & 1 \\ -1 & y \end{bmatrix}$ แล้ว ค่าของ $\det\left(\left(\left(A^t\right)^{-1}\right)^t\right)^{-1}$ เท่ากับเท่าใด

8. ถ้า $A = \begin{bmatrix} a & 1-a \\ 1+a & -a \end{bmatrix}$ เมื่อ a เป็นจำนวนจริงและ $I = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix}$ แล้ว

$\det(A-\sqrt{2}\,I)(A-\sqrt{3}\,I)(A-\sqrt{5}\,I)(A-\sqrt{7}\,I)$ มีค่าเท่ากับข้อใดต่อไปนี้

1. $48-13a$
2. $(a-\sqrt{2})(a-\sqrt{3})(a-\sqrt{5})(a-\sqrt{7})$
3. $17a$
4. 17
5. 48

9. ถ้า x และ y เป็นจำนวนจริงที่สอดคล้องกับ

$$\begin{bmatrix} |x| & 1 \\ 2 & x-|y| \end{bmatrix} + 2\begin{bmatrix} y & 3 \\ -1 & |y| \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 10+x & 0 \\ 7 & 7-y \end{bmatrix}^t$$

แล้วค่าของ $x+y$ เท่ากับเท่าใด

10. กำหนดให้ A เป็น 2×3 เมทริกซ์ B เป็น 3×2 เมทริกซ์ และ C เป็น 2×2 เมทริกซ์

โดยที่ $ABC = \begin{bmatrix} 1 & 6 \\ 1 & 14 \end{bmatrix}$

พิจารณาข้อความต่อไปนี้

(ก) $\det(AB) - \det(BA) = 0$

(ข) ถ้า $C = \begin{bmatrix} -1 & 2 \\ 1 & 2 \end{bmatrix}$ แล้ว $CAB = \begin{bmatrix} 5 & 7 \\ 6 & 10 \end{bmatrix}$

ข้อใดต่อไปนี้**ถูกต้อง**

1. (ก) ถูก และ (ข) ถูก
2. (ก) ถูก แต่ (ข) ผิด
3. (ก) ผิด แต่ (ข) ถูก
4. (ก) ผิด และ (ข) ผิด

11. กำหนดให้ a, b, c, d, x และ y เป็นจำนวนจริง และ

$A = \begin{bmatrix} 1 & x \\ y & -1 \end{bmatrix}$, $B = \begin{bmatrix} a & b \\ c & d \end{bmatrix}$, $C = \begin{bmatrix} -1 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix}$ และ $I = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix}$

ถ้า $A^2 = I$ และ $AB = 2C$

แล้ว ค่าของ $\det(B^{-1})$ เท่ากับข้อใดต่อไปนี้

1. 0.25 2. 0.5 3. 2 4. 4

12. กำหนดให้ $A = \begin{bmatrix} 1 & 2 & 4 \\ -3 & 8 & 0 \\ 1 & 2 & -1 \end{bmatrix}$ สมาชิกในแถวที่ 3 หลักที่ 1 ของ A^{-1} เท่ากับเท่าใด

13. กำหนดให้ $A = \begin{bmatrix} 1 & -2 \\ 0 & -1 \end{bmatrix}$, $I = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix}$

และ B เป็นเมทริกซ์ใดๆ มีมิติ 2×2

ให้ x เป็นจำนวนจริงที่สอดคล้องกับ $\det(A^2 + xI) = 0$

พิจารณาข้อความต่อไปนี้

(ก) $\det(A + xI) = 0$

(ข) $\det(A^2 + xI - B) = \det(B^t)$

ข้อใดต่อไปนี้**ถูกต้อง**

1. (ก) ถูก และ (ข) ถูก
2. (ก) ถูก แต่ (ข) ผิด
3. (ก) ผิด แต่ (ข) ถูก
4. (ก) ผิด และ (ข) ผิด

14. กำหนดให้ $S = \{-3, -2, -1, 1, 2, 3\}$

$$M = \left\{ \begin{bmatrix} a_1 & a_2 & a_3 \\ 0 & a_4 & a_5 \\ 0 & 0 & a_6 \end{bmatrix} \middle| \; a_i \in S, 1 \le i \le 6 \right\}$$

สุ่มหยิบเมทริกซ์จากเซต M มา 1 เมทริกซ์ ความน่าจะเป็นที่จะได้เมทริกซ์ ซึ่งค่าดีเทอร์มิแนนท์ของเมทริกซ์นั้นเท่ากับ 27 หรือ –27 เท่ากับข้อใดต่อไปนี้

1. $\frac{2}{6^3}$
2. $\frac{4}{6^3}$
3. $\frac{6}{6^3}$
4. $\frac{8}{6^3}$
5. $\frac{10}{6^3}$

15. พิจารณาข้อความต่อไปนี้

ก. ถ้า $A = \begin{bmatrix} 100 & \sin^2 a & \cos^2 a \\ 200 & 2\sin^2 b & 2\cos^2 b \\ 300 & 3\sin^2 c & 3\cos^2 c \end{bmatrix}$ แล้ว $\det(A) = 0$

ข. ถ้า $A = \begin{bmatrix} -2 & 2 \\ 3 & -2 \end{bmatrix}$ แล้ว $\det(-3A^4(A^{-1})^t(A - A^t)) = -72$

ข้อใดต่อไปนี้ถูกต้อง

1. ข้อ ก. ถูก และ ข้อ ข. ถูก
2. ข้อ ก. ถูก และ ข้อ ข. ผิด
3. ข้อ ก. ผิด และ ข้อ ข. ถูก
4. ข้อ ก. ผิด และ ข้อ ข. ผิด

16. กำหนดเมทริกซ์ $A = \begin{bmatrix} 2 & x & 1 \\ -1 & 0 & 1 \\ 1-x & 2 & 2x \end{bmatrix}$ โดยที่ x เป็นจำนวนจริง

ถ้า $C_{22}(A) = 14$ แล้ว $\det(\operatorname{adj} A)$ มีค่าเท่าใด

17. กำหนดให้ A เป็นเมทริกซ์ที่มีมิติ 3×3 และ $\det(A) \neq 0$ พิจารณาข้อความต่อไปนี้

(ก) $(\det(A))^3 = \det(\operatorname{adj}(A))$

(ข) ถ้า $A^2 = 2A$ แล้ว $\det(A) = 2$

ข้อใดต่อไปนี้ถูกต้อง

1. (ก) ถูก และ (ข) ถูก
2. (ก) ถูก แต่ (ข) ผิด
3. (ก) ผิด แต่ (ข) ถูก
4. (ก) ผิด และ (ข) ผิด

18. กำหนดให้ A เป็นเมทริกซ์มิติ 3×3 และ $AX_i = B_i$ เมื่อ $i = 1, 2, 3$

ถ้า $X_1 = \begin{bmatrix} 1 \\ 0 \\ 5 \end{bmatrix}, \quad X_2 = \begin{bmatrix} 1 \\ 2 \\ 5 \end{bmatrix}, \quad X_3 = \begin{bmatrix} 1 \\ 3 \\ 1 \end{bmatrix}$

$B_1 = \begin{bmatrix} 1 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix}, \quad B_2 = \begin{bmatrix} 0 \\ 1 \\ 0 \end{bmatrix}, \quad B_3 = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 1 \end{bmatrix}$

แล้ว $\det(A)$ มีค่าเท่ากับข้อใดต่อไปนี้

1. -8
2. $-\frac{1}{8}$
3. $\frac{1}{8}$
4. 1
5. 8

19. กำหนดให้ A และ B เป็นเมทริกซ์จัตุรัสมีมิติเท่ากันโดยที่ $\det(A) \neq 0$ และ $\det(B) \neq 0$ ถ้า $\det(A^{-1}+B^{-1}) \neq 0$ และ $\det(A+B) \neq 0$ แล้ว $(A+B)^{-1}$ ตรงกับข้อใดต่อไปนี้

1. $B^{-1}(A^{-1}+B^{-1})A^{-1}$
2. $B^{-1}(A^{-1}+B^{-1})^{-1}A^{-1}$
3. $B(A^{-1}+B^{-1})A$
4. $B(A^{-1}+B^{-1})^{-1}A$

20. กำหนดให้ $A = \begin{bmatrix} 1 & a \\ b & 4 \end{bmatrix}$, $I = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix}$ เมื่อ a และ b เป็นจำนวนจริงที่ $ab \neq 0$ และเมทริกซ์ A สอดคล้องกับสมการ $2(A-I)^{-1} = 4I-A$

พิจารณาข้อความต่อไปนี้

(ก) $ab = 2$

(ข) $\det(3A^2A^tA^{-1}) = 324$

ข้อใดต่อไปนี้**ถูกต้อง**

1. (ก) ถูก และ (ข) ถูก
2. (ก) ถูก และ (ข) ผิด
3. (ก) ผิด แต่ (ข) ถูก
4. (ก) ผิด และ (ข) ผิด

21. กำหนดให้ a, b, c เป็นจำนวนจริง

ถ้า $\begin{bmatrix} 1 & 2 & a \\ 3 & 1 & b \\ -1 & 0 & c \end{bmatrix} \sim \begin{bmatrix} 1 & 2 & -1 \\ 0 & -5 & 7 \\ -1 & 0 & 2 \end{bmatrix}$ โดยการดำเนินการตามแถว $R_2 - 3R_1$

แล้ว $a+b+c$ มีค่าเท่ากับเท่าใด

22. กำหนดให้ A เป็นเมทริกซ์ขนาด 3×3 ซึ่ง $A = [a_{ij}]_{3\times 3}$ และ $\det A = 10$

ถ้า $B = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 2a_{11} & 2a_{12} & 2a_{13} \\ a_{31} & a_{32} & a_{33} \end{bmatrix}$ แล้ว $\det(A+B)$ มีค่าเท่ากับเท่าใด

23. กำหนดให้ $A = [a_{ij}]$ เป็นเมทริกซ์มิติ 3×3 ซึ่ง $\det(A) > 0$

และ $M_{ij}(A)$ เป็นไมเนอร์ของ a_{ij} โดยที่ $[M_{ij}(A)] = \begin{bmatrix} 1 & -1 & 2 \\ 3 & 2 & -4 \\ 5 & 1 & 3 \end{bmatrix}$

ถ้า $A^{-1} = [b_{ij}]$ แล้ว $b_{11} + b_{12} + b_{13}$ มีค่าเท่ากับข้อใดต่อไปนี้

1. $\frac{3}{25}$
2. $\frac{4}{25}$
3. $\frac{3}{5}$
4. $\frac{4}{5}$
5. $\frac{9}{5}$

24. กำหนดให้ $A = \begin{bmatrix} 3 & 1 & 0 \\ -2 & -4 & 3 \\ 5 & 4 & -2 \end{bmatrix}$ และ $B = \begin{bmatrix} 1 & 1 & 0 \\ 0 & -2 & 1 \\ -1 & 2 & 3 \end{bmatrix}$

ถ้า $[(A^{-1}B)C(B^{t}A)]^{t} = [\det(2A)]I$ แล้ว C^{-1} คือ เมทริกซ์ในข้อใด

1. $\begin{bmatrix} -1 & \frac{1}{2} & \frac{3}{2} \\ \frac{1}{2} & -\frac{9}{2} & -2 \\ \frac{3}{2} & -2 & -5 \end{bmatrix}$
2. $\begin{bmatrix} -\frac{2}{8} & \frac{1}{8} & \frac{3}{8} \\ \frac{1}{8} & -\frac{9}{8} & -\frac{4}{8} \\ \frac{3}{8} & -\frac{4}{8} & -\frac{10}{8} \end{bmatrix}$
3. $\begin{bmatrix} 1 & -\frac{1}{2} & -\frac{3}{2} \\ -\frac{1}{2} & \frac{9}{2} & 2 \\ -\frac{3}{2} & 2 & 5 \end{bmatrix}$
4. $\begin{bmatrix} \frac{2}{8} & -\frac{1}{8} & -\frac{3}{8} \\ -\frac{1}{8} & \frac{9}{8} & \frac{4}{8} \\ -\frac{3}{8} & \frac{4}{8} & \frac{10}{8} \end{bmatrix}$

25. ถ้า x, y, z สอดคล้องกับระบบสมการ

$$\begin{aligned} x-2y+3z &= a \\ x-3y &= b \\ 2x-5y+5z &= c \end{aligned}$$

และ $\left[\begin{array}{ccc|c} 1 & -2 & 3 & a \\ 1 & -3 & 0 & b \\ 2 & -5 & 5 & c \end{array}\right] \sim \left[\begin{array}{ccc|c} 1 & -2 & 3 & 9 \\ 0 & 1 & 3 & 5 \\ 0 & 0 & 1 & 2 \end{array}\right]$

แล้ว c มีค่าเท่ากับเท่าใด

26. ถ้า x, y, z เป็นจำนวนจริงซึ่งสอดคล้องกับระบบสมการเชิงเส้น

$$\begin{aligned} 2x-2y-z &= 1 \\ x-3y+z &= 7 \\ -x+y-z &= -5 \end{aligned}$$

แล้ว $\frac{1}{x}+\frac{2}{y}+\frac{3}{z}$ เท่ากับข้อใดต่อไปนี้

1. 0
2. 2
3. 5
4. 8

www.facebook.com/WeByTheBrain
www.WeByTheBrain.com