



TUTORIAL SCHOOL BY
THE BRAIN

PAT 1
.....
COMPLEX NUMBER
BY P'CHANG

www.facebook.com/WeByTheBrain
www.WeByTheBrain.com

จำนวนเชิงซ้อน และสมการพหุนาม

1. เรื่องของ i ... $i = \sqrt{-1}$, $i^2 = -1$, $i^3 = -i$, $i^4 = 1$

$$i^n = i \quad \text{เมื่อ } \frac{n}{4} \text{ เหลือเศษ 1}$$

$$i^n = -1 \quad \text{เมื่อ } \frac{n}{4} \text{ เหลือเศษ 2}$$

$$i^n = -i \quad \text{เมื่อ } \frac{n}{4} \text{ เหลือเศษ 3}$$

$$i^n = 1 \quad \text{เมื่อ } \frac{n}{4} \text{ เหลือเศษ 0 (หารลงตัว)}$$

$$\text{และ } i^n + i^{n+1} + i^{n+2} + i^{n+3} = 0$$

2. ตัวยก : $Z = a + bi$, $\bar{Z} = a - bi$

$$1. \quad Z + \bar{Z} = 2a \rightarrow a = \frac{Z + \bar{Z}}{2} \rightarrow \text{Re}(Z) = \frac{Z + \bar{Z}}{2}$$

$$2. \quad Z - \bar{Z} = 2bi \rightarrow b = \frac{Z - \bar{Z}}{2i} \rightarrow \text{Im}(Z) = \frac{Z - \bar{Z}}{2i}$$

$$3. \quad Z\bar{Z} = (a + bi)(a - bi) = a^2 + b^2 \text{ เรียกว่า พหุคูณ}$$

$$4. \quad \overline{Z_1 + Z_2} = \bar{Z}_1 + \bar{Z}_2, \quad \overline{Z_1 - Z_2} = \bar{Z}_1 - \bar{Z}_2$$

$$5. \quad \overline{Z_1 \cdot Z_2} = \bar{Z}_1 \cdot \bar{Z}_2, \quad \overline{\left(\frac{Z_1}{Z_2}\right)} = \frac{\bar{Z}_1}{\bar{Z}_2}, \quad Z_2 \neq 0$$

$$6. \quad \overline{\bar{Z}} = Z$$

$$7. \quad \overline{(Z^n)} = (\bar{Z})^n, \quad \overline{(Z^{-1})} = (\bar{Z})^{-1}$$

3. ตัวผกผันการบวก และตัวผกผันการคูณ : $Z = a + bi$

$$\text{ตัวผกผันการบวกของ } Z = -Z = -a - bi$$

$$\text{ตัวผกผันการคูณของ } Z = Z^{-1} = \frac{1}{Z} = \frac{\bar{Z}}{Z\bar{Z}} = \frac{a - bi}{a^2 + b^2}$$

4. ค่าสัมบูรณ์ : $Z = a + bi \rightarrow |Z| = |a + bi| = \sqrt{a^2 + b^2}$

1. $|Z| = |\bar{Z}| = |-Z| = |-\bar{Z}|$
2. $Z \cdot \bar{Z} = |Z|^2 = |\bar{Z}|^2 = |-Z|^2 = |-\bar{Z}|^2$
3. $|Z_1 \cdot Z_2| = |Z_1| \cdot |Z_2|$, $\left| \frac{Z_1}{Z_2} \right| = \frac{|Z_1|}{|Z_2|}; |Z_2| \neq 0$
4. $|Z^n| = |Z|^n$
5. $|Z^{-1}| = |Z|^{-1} = \frac{1}{|Z|}$
6. $|Z_1 - Z_2|$ = ระยะทางจาก Z_1 ไปยัง Z_2

5. รากที่ 2 : $Z^2 = a \pm bi$

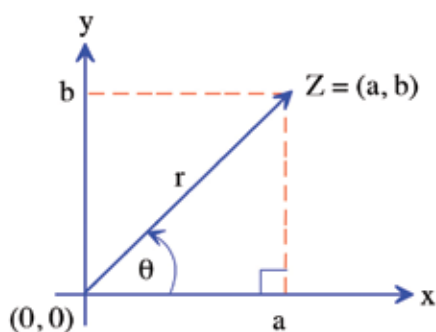
$$Z = \pm \left(\sqrt{\frac{r+a}{2}} \pm \sqrt{\frac{r-a}{2}} i \right); r = |a \pm bi|$$

เพิ่มเติม : กำหนด $Z^n = a \pm bi$

และ $Z_1, Z_2, Z_3, \dots, Z_n$ เป็นรากคำตอบของสมการ

1. $Z_1 + Z_2 + Z_3 + \dots + Z_n = 0$
2. $|Z_1| = |Z_2| = |Z_3| = \dots = |Z_n|$

6. จำนวนเชิงซ้อนในรูปเชิงขั้ว (Polar Form)



$$\begin{aligned}
 Z &= a + bi \\
 &= r[\cos \theta + i \sin \theta] = r \operatorname{cis} \theta \\
 r &= |Z| = |a + bi| = \sqrt{a^2 + b^2} \\
 \tan \theta &= \frac{b}{a}, \theta \text{ เรียกว่า argument ของ } Z
 \end{aligned}$$

การเท่ากันของจำนวนเชิงซ้อนในรูปเชิงขั้ว

ให้ $Z_1 = r_1 \operatorname{cis} \theta_1$ และ $Z_2 = r_2 \operatorname{cis} \theta_2$

จะได้ว่า $Z_1 = Z_2$ ก็ต่อเมื่อ $r_1 = r_2$ และ $\theta_1 - \theta_2 = 2n\pi$ เมื่อ $n \in \mathbb{I}$

สังยุคของจำนวนเชิงซ้อนในรูปเชิงขั้ว

ให้ $Z = r\text{cis}\theta = r(\cos\theta + i\sin\theta)$

$$\bar{Z} = r(\cos\theta - i\sin\theta) = r[\cos(-\theta) + i\sin(-\theta)]$$

$$\bar{Z} = r\text{cis}(-\theta)$$

ตัวผกผันการบวกของจำนวนเชิงซ้อนในรูปเชิงขั้ว

ให้ $Z = r\text{cis}\theta = r(\cos\theta + i\sin\theta)$

$$-Z = -r\text{cis}\theta = (-1)(r\text{cis}\theta)$$

$$-Z = (\text{cis}180^\circ)(r\text{cis}\theta)$$

$$-Z = r\text{cis}(180^\circ + \theta)$$

ตัวผกผันการคูณของจำนวนเชิงซ้อนในรูปเชิงขั้ว

ให้ $Z = r\text{cis}\theta = r(\cos\theta + i\sin\theta)$

$$Z^{-1} = \frac{1}{Z} = \frac{\bar{Z}}{|Z|^2} = \frac{r\text{cis}(-\theta)}{r^2}$$

$$Z^{-1} = \frac{1}{r}\text{cis}(-\theta)$$

การคูณและการหารจำนวนเชิงซ้อนในรูปเชิงขั้ว

ให้ $Z_1 = r_1\text{cis}\theta_1, Z_2 = r_2\text{cis}\theta_2$

$$Z_1 \cdot Z_2 = r_1 r_2 \text{cis}(\theta_1 + \theta_2)$$

$$\frac{Z_1}{Z_2} = \frac{r_1}{r_2} \text{cis}(\theta_1 - \theta_2)$$

การยกกำลัง

ให้ $Z = r\text{cis}\theta$

$$Z^n = r^n \text{cis}n\theta, n \text{ เป็นจำนวนเต็มใดๆ}$$

การถอดรากที่ n

ให้ $Z = r(\cos\theta + i\sin\theta) = r\text{cis}\theta$

การถอดรากที่ n ของ Z ให้ทำตามขั้นตอนต่อไปนี้

1. หา $\sqrt[n]{r}$ ใส่หน้า cis
2. หา $\frac{\theta}{n}$ ใส่หลัง cis
3. นำ $\frac{360^\circ}{n}$ บวกจนครบ

7. สมการพหุนาม : $P(x) = x^n + a_{n-1}x^{n-1} + a_{n-2}x^{n-2} + \dots + a_1x + a_0$

1. ถ้าหาร $P(x)$ ด้วย $x-c$ แล้ว เศษจากการหารจะเท่ากับ $P(c)$
2. ถ้า $P(c) = 0$ แล้ว $(x-c)$ เป็นตัวประกอบของ $P(x)$ และ c เป็นคำตอบของสมการ $P(x) = 0$
3. ถ้า $P(a+bi) = 0$ แล้ว $P(a-bi) = 0$ ด้วย เมื่อสัมประสิทธิ์ทุกตัวของ $P(x)$ เป็นจำนวนจริง เรียก ทฤษฎีบทคู่คอนจูเกต
4. สมการ $P(x) = 0$ จะมี

$$\left. \begin{array}{l} \text{ผลบวกคำตอบ} = -a_{n-1} \\ \text{ผลคูณคำตอบ} = (-1)^n(a_0) \end{array} \right\} \text{เรียก สูตรของวิต}$$

ติวเข้มพิชิต PAT 1 (ร.ค. 56)

เรื่อง จำนวนเชิงซ้อน และสมการพหุนาม

โดย พี่ช้าง WE BY THE BRAIN

1. The smallest positive integer for which $\left(\frac{3i+2}{3-2i}\right)^n = 1$ is
- a. $n = 8$ b. $n = 12$ c. $n = 16$ d. none of these

2. ถ้า n เป็นจำนวนเต็มบวกที่น้อยที่สุดที่ทำให้ $\left(\frac{\sqrt{2}}{2} + \frac{i\sqrt{2}}{2}\right)^n = 1$
เมื่อ $i^2 = -1$ แล้ว n มีค่าเท่ากับเท่าใด (PAT 1 JUL. 53)

3. Suppose that x and y are positive integers, c is a real number, and i is the imaginary number $\sqrt{-1}$. If $(x+yi)^3 = -74+ci$, what is the value of $x+y$?

4. กำหนดให้ $a_{n+1} = ia_n + 1$ เมื่อ $i = \sqrt{-1}$ โดยที่ $a_1 = 1+i$
และ $x+yi = \sum_{k=1}^{100} a_k$ ค่าของ $\log(x+y)$ เท่ากับเท่าใด

5. ถ้า Z และ W เป็นจำนวนเชิงซ้อนใดๆ แล้ว $\bar{Z}W + Z\bar{W} = ?$ (TEXT BOOK)

1. $\frac{W^2 + Z^2}{WZ}$ 2. $2\text{Re}(\bar{Z}W)$ 3. $2\text{Im}(\bar{Z}W)$ 4. $2\text{Re}(ZW)$

6. ถ้า $Z = \left(\frac{1+9i}{5+4i}\right)^{2556} + \left(\frac{5-i}{3+2i}\right)^{2556}$ แล้ว $\text{Im}(Z)$ มีค่าเท่ากับเท่าใด

7. Prove the identity $|Z_1 + Z_2|^2 + |Z_1 - Z_2|^2 = 2(|Z_1|^2 + |Z_2|^2)$

for all complex numbers Z_1, Z_2

8. กำหนดให้ Z_1 และ Z_2 เป็นจำนวนเชิงซ้อนซึ่ง $|Z_1 + Z_2|^2 = 5$
และ $|Z_1 - Z_2|^2 = 1$ ค่าของ $|Z_1|^2 + |Z_2|^2$ เท่ากับข้อใดต่อไปนี้ (PAT 1 MAR. 52)
1. 1 2. 2 3. 3 4. 4

9. กำหนดให้ Z_1 และ Z_2 เป็นจำนวนเชิงซ้อน โดยที่ $|Z_1 + Z_2| = 3$ และ $|Z_1 - Z_2| = 1$
(เมื่อ $|Z|$ แทนค่าสัมบูรณ์ของจำนวนเชิงซ้อน Z)
ค่าของ $|Z_1|^2 + |Z_2|^2$ เท่ากับเท่าใด (PAT 1 MAR. 55)

10. กำหนดให้ Z_1, Z_2 และ Z_3 เป็นจำนวนเชิงซ้อนซึ่งมีสมบัติว่า $|Z_1| = |Z_2| = |Z_3| = 1$

และ $Z_1 + Z_2 + Z_3 = 0$ ค่าของ $|Z_1 - Z_2|$ เท่ากับข้อใดต่อไปนี้ (TEXT BOOK)

1. $\sqrt{2}$ 2. $\sqrt{3}$ 3. 2 4. $\sqrt{5}$

11. กำหนดให้ Z_1, Z_2, Z_3 เป็นจำนวนเชิงซ้อน ซึ่ง $Z_1 + Z_2 + Z_3 = 0$

และ $|Z_1| = |Z_2| = |Z_3| = 1$ ค่าของ $Z_1^2 + Z_2^2 + Z_3^2$ มีค่าเท่ากับเท่าใด (TEXT BOOK)

12. ให้ A เป็นเซตของจำนวนเชิงซ้อน Z ทั้งหมดที่สอดคล้องกับ $2|Z| - 3Z = 9i - 2$

และ $B = \left\{ |W|^2 \mid W = \frac{(1+i)z}{2+i} \text{ เมื่อ } Z \in A \right\} \text{ เมื่อ } i^2 = -1$

ผลบวกของสมาชิกทั้งหมดในเซต B เท่ากับเท่าใด (PAT 1 MAR. 55)

13. กำหนดให้ Z เป็นจำนวนเชิงซ้อนที่สอดคล้องกับสมการ $2|Z+1| = |Z+4|$

ค่าของ $|\bar{Z}|$ เท่ากับเท่าใด (เมื่อ $\bar{Z}$ แทนสังยุค (conjugate) ของ Z) (PAT 1 OCT. 55)

14. กำหนดให้ Z_1 และ Z_2 เป็นจำนวนเชิงซ้อนที่สอดคล้องกับสมการ $Z^2 - 3Z + 4 = 0$

ค่าของ $(|Z_1|^2 + |Z_2|^2)\left(\frac{1}{Z_1} + \frac{1}{Z_2}\right)$ เท่ากับข้อใดต่อไปนี้ (PAT 1 OCT. 55)

1. 3

2. 4

3. 5

4. 6

15. กำหนดให้ $A = \{Z \in \mathbb{C} / Z^3 = \bar{Z}\}$ แล้ว จำนวนสมาชิกของเซต A เท่ากับเท่าใด

16. What is the number of ordered pairs of real numbers (a, b) such that $(a + bi)^{2556} = a - bi$?

a. 2554

b. 2555

c. 2556

d. 2557

e. 2558

17. If $x^2 + x + 1 = 0$, then what is the value of $\left(x^3 + \frac{1}{x^3}\right)^3$?

- a. -8 b. -1 c. 0 d. 1 e. 8

18. Suppose that x is a complex number such that $x^2 - x + 1 = 0$. What is the value of x^{333} ?

- a. -1 b. 0 c. 1 d. 1.5 e. 2

19. Suppose that the complex number α is a solution to the equation $x^2 - x + 1 = 0$

What is the value of $\alpha^{999} + \frac{1}{\alpha^{999}}$?

1. -2 2. -1 3. 0 4. 1 5. 2

20. If x is a complex number such that $x^2 + x + 1 = 0$, then the numerical value of

$$(x + \frac{1}{x})^2 + (x^2 + \frac{1}{x^2})^2 + (x^3 + \frac{1}{x^3})^2 + \dots + (x^{27} + \frac{1}{x^{27}})^2 \text{ is equal to}$$

- a. 52 b. 56 c. 54 d. 58 e. none of these

21. ค่าของ $\left(\frac{\sqrt{3}}{2} + \frac{i}{2}\right)^{2555}$ เท่ากับข้อใดต่อไปนี้

1. $\frac{\sqrt{3}}{2} + \frac{i}{2}$ 2. $\frac{\sqrt{3}}{2} - \frac{i}{2}$ 3. $-\frac{\sqrt{3}}{2} + \frac{i}{2}$ 4. $-\frac{\sqrt{3}}{2} - \frac{i}{2}$

22. ถ้า z เป็นจำนวนเชิงซ้อนซึ่งมี $\text{Im}(z) > 0$ และสอดคล้องกับสมการ

$$\left(z + \frac{\sqrt{3}}{2}\right)^2 = -\frac{1}{4} \text{ แล้ว } z^8 \text{ เท่ากับข้อใดต่อไปนี้ (กสพท. 55)}$$

1. $-\frac{\sqrt{3}}{2} - \frac{1}{2}i$
2. $-\frac{\sqrt{3}}{2} + \frac{1}{2}i$
3. $\frac{1}{2}$
4. $-\frac{1}{2} - \frac{\sqrt{3}}{2}i$
5. $-\frac{1}{2} + \frac{\sqrt{3}}{2}i$

23. จำนวนเต็มบวก n ในข้อใดต่อไปนี้ที่ทำให้ $\left(\frac{-1+i\sqrt{3}}{2}\right)^n + \left(\frac{-1-i\sqrt{3}}{2}\right)^n = 2$

1. 2552
2. 2553
3. 2554
4. 2555

24. Suppose x is a complex number for which $x + \frac{1}{x} = 2 \cos 12^\circ$. What is the value of $x^5 + \frac{1}{x^5}$?

1. 4 2. 3 3. 2 4. 1 5. 0

25. ให้ z เป็นจำนวนเชิงซ้อน ซึ่ง $z + \frac{1}{z} = \sqrt{3}$ ดังนั้น $z^7 + \frac{1}{z^7}$ มีค่าเท่ากับข้อใดต่อไปนี้ (MAOT)

1. $-\sqrt{3}$ 2. $\sqrt{3}$ 3. $-\sqrt{3}i$ 4. $\sqrt{3}i$

26. ถ้า z เป็นรากของสมการ $z + \frac{1}{z} = 1$ แล้วค่าของ $\left| z^{11} + \frac{1}{z^{11}} \right|$ เท่ากับข้อใด (CMU)

1. $\frac{1}{2}$ 2. 1 3. $\sqrt{3}$ 4. 2

27. Suppose that the complex number α is a solution to the equation

$$x + \frac{1}{x} = 2 \cos\left(\frac{\pi}{1006}\right). \quad \text{What is the value of } \alpha^{2012} + \frac{1}{\alpha^{2012}}?$$

1. -2 2. -1 3. 0 4. 1 5. 2

28. กำหนด Z เป็นจำนวนเชิงซ้อนที่ไม่เท่ากับศูนย์ซึ่ง $\operatorname{Re}(Z) + \operatorname{Im}(Z) = 0$ และ $Z^9 = Z$

ค่าของ $|Z^{222} + 1|$ เท่ากับข้อใด (PSU)

1. 1 2. $\sqrt{2}$ 3. 2 4. $\sqrt{5}$ 5. $\sqrt{10}$

29. ถ้า $z_1, z_2, z_3, \dots, z_{14}$ เป็นผลเฉลยของสมการ $(z-1)^{14} = 1$

แล้ว $|z_1|^2 + |z_2|^2 + |z_3|^2 + \dots + |z_{14}|^2$ มีค่าเท่ากับข้อใด

1. 14 2. 16 3. 26 4. 28

30. ถ้า $i = \sqrt{-1}$ แล้วค่าของ $\left| \sum_{k=13}^{50} \left(\cos \frac{2k\pi}{3} + i \sin \frac{2k\pi}{3} \right) \right|$ อยู่ในช่วงใดต่อไปนี้

1. $[0, 1]$ 2. $(1, 2]$ 3. $(2, 4]$ 4. $(4, \infty)$

31. กำหนดให้ a, b และ c เป็นรากของสมการ $x^3 - 5x^2 + 11x - 7 = 0$

จงหา

1. $a + b + c$

2. $ab + bc + ca$

3. abc

4. $\frac{1}{a} + \frac{1}{b} + \frac{1}{c}$

32. Suppose that the straight line L meets the curve $y = 3x^3 - 15x^2 + 7x - 8$ in three points $(0, y_1)$, $(\frac{9}{4}, y_2)$, and (x_3, y_3) . Then $x_3 =$

33. ถ้า $Z^3 - 3Z^2 + 5Z - 3 = 0$ มี Z_1, Z_2, Z_3 เป็นรากของสมการ แล้วจงหา $|\bar{Z}_1 + \bar{Z}_2 + \bar{Z}_3|$

34. ถ้า $z_1 = \frac{\sqrt{12}(\cos \pi + i \sin \pi)}{\sqrt{3}(\cos \frac{\pi}{3} + i \sin \frac{\pi}{3})}$ และ z_2, z_3 เป็นคำตอบของสมการ $z^2 - 2z + 5 = 0$
แล้ว $\left| \frac{z_1}{z_2 z_3} \right|$ เท่ากับเท่าใด (CMU)

35. พิจารณาพหุนาม $f(z) = z^7 - 8z^4 - 16z^3 + 128$ ซึ่งมีรากเป็นทั้งจำนวนจริงและ
จำนวนเชิงซ้อน $z_1, z_2, \dots, z_7$ ค่าของ $z_1 \times z_2 \times \dots \times z_7$ มีค่าเท่ากับข้อใด (CMU)

1. -128 2. 128 3. -64 4. 64

36. จงหาค่า k ที่ทำให้รากของสมการ $x^3 + 3x^2 - 6x + k = 0$ เป็นลำดับเลขคณิต (MAOT)

1. -10 2. -8 3. -6 4. -2

37. กำหนดให้ $f(x) = x^3 - 26x^2 + bx - 216$ เมื่อ b เป็นจำนวนจริง

ถ้า a_1, a_2, a_3 เป็นจำนวนจริงสามจำนวนเรียงกันแบบลำดับเรขาคณิต และ
เป็นคำตอบของสมการ $f(x) = 0$ แล้ว ค่าของ $f'(1)$ เท่ากับข้อใดต่อไปนี้

(PAT 1 OCT. 55)

1. 211 2. 107 3. 101 4. 85

38. ให้ $f(x) = x^5 + ax^4 + bx^3 + cx^2 + dx + e$ เมื่อ a, b, c, d, e เป็นจำนวนจริง
ถ้ากราฟ $y = f(x)$ ตัดกับกราฟ $y = 3x + 2$ ที่ $x = -1, 0, 1, 2$
แล้วค่าของ $f(3) - f(-2)$ เท่ากับเท่าใด (PAT 1 MAR. 55)

39. Given that a, b , and c are the roots of the equation $x^3 - 2x^2 - 11x + 12 = 0$, find $\frac{1}{a} + \frac{1}{b} + \frac{1}{c}$
- a. $5/6$ b. $11/12$ c. $13/12$ d. $7/6$ e. $8/9$

40. ถ้า a, b และ c เป็นรากของสมการ $x^3 + kx^2 - 18x + 2 = 0$ เมื่อ k เป็นจำนวนจริง

แล้ว $\log_{27}\left(\frac{1}{a} + \frac{1}{b} + \frac{1}{c}\right)$ เท่ากับข้อใดต่อไปนี้ (PAT 1 OCT. 53)

1. $\frac{1}{9}$

2. $\frac{1}{3}$

3. $\frac{2}{3}$

4. 1

41. Let a, b and c be the three roots of $x^3 - 64x - 27 = 0$ What is the value of $\log_3(a^3 + b^3 + c^3)$

42. ถ้า r_1, r_2, r_3, r_4 เป็นคำตอบของสมการ $x^4 - 4x^2 + 2 = 0$ แล้ว

ค่าของ $(1+r_1)(1+r_2)(1+r_3)(1+r_4)$ เท่ากับข้อใด

1. -1

2. -2

3. 0

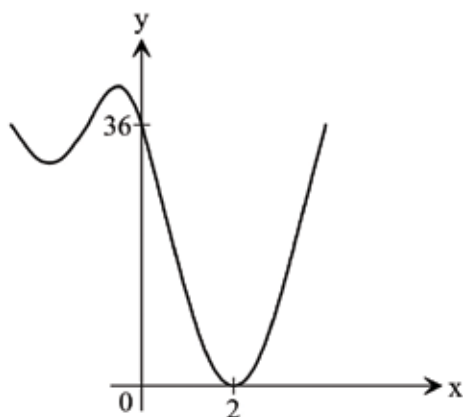
4. 1

43. กำหนดให้ $a_1, a_2, a_3, \dots, a_6$ เป็นรากที่ 7 ของ 1 ที่ไม่ใช่ 1
ค่าของ $(1 - a_1)(1 - a_2) \dots (1 - a_6)$ เท่ากับเท่าใด

44. The polynomial $f(x) = x^4 + ax^3 + bx^2 + cx + d$ has real coefficients,
and $f(2i) = f(2+i) = 0$. What is $a + b + c + d$?
- a. 0 b. 1 c. 4 d. 9 e. 16

45. ให้ $f(x)$ เป็นพหุนามดีกรีสามซึ่ง $f(1) = f(2) = 12$ และ $f(3) = f(4) = 0$
 ถ้าหาร $f(x)$ ด้วย $x-5$ จะเหลือเศษเท่าใด

46. ให้ $f(x) = x^4 + ax^3 + bx^2 + cx + d$ โดยที่ a, b, c และ d เป็นจำนวนจริง มีกราฟดังรูป



ถ้า Z_1, Z_2, Z_3 และ Z_4 เป็นรากของ $f(x)$ แล้ว $|Z_1| + |Z_2| + |Z_3| + |Z_4|$ มีค่าเท่ากับเท่าใด

47. กำหนดให้ $f(x) = x^3 + 3x^2 + kx - 5$ เป็นฟังก์ชันพหุนามที่มีสัมประสิทธิ์ทุกตัวเป็นจำนวนเต็ม ถ้าจำนวนเต็มบวก c เป็นรากหนึ่งของฟังก์ชันพหุนาม $f(x)$ แล้วค่ามากที่สุดที่เป็นไปได้ของ $|k+c|$ จะเท่ากับข้อใดต่อไปนี้
1. 30
 2. 34
 3. 40
 4. 44

48. ถ้า $f(x) = x^3 + Ax^2 + Bx + C$ มีรากต่างกัน 3 ราก โดยที่กราฟของ f ตัดแกน y ที่ $y = 1$ และตัดแกน x ที่ $x = -1$ เท่านั้น แล้วค่าของ A ทั้งหมดอยู่ในช่วงใด
1. $(-2, 2)$
 2. $(-1, 3)$
 3. $(0, 4)$
 4. $(1, 5)$

49. ให้ $f(x) = x^6 + ax^4 + bx^2 - 1$ โดยที่ a และ b เป็นจำนวนจริงและ $f(1+2i) = 0$

ถ้า c เป็นจำนวนจริงบวก ซึ่ง $f(c) = 0$ แล้ว c มีค่าอยู่ในช่วงใด

1. $(0, \frac{1}{4}]$ 2. $(\frac{1}{4}, \frac{1}{2}]$ 3. $(\frac{1}{2}, \frac{3}{4}]$ 4. $(\frac{3}{4}, 1]$

50. กำหนดให้ k เป็นจำนวนเต็มที่ทำให้สมการ

$$x^4 + (k-4)x^3 + (38-4k)x^2 + (13k-100)x + 325 = 0$$

มีรากซ้ำและมีจำนวนเชิงซ้อน $2+3i$ เป็นราก แล้วค่าของ k ที่มากที่สุดเท่ากับเท่าใด

99. Suppose that the roots of $x^3 + 3x^2 + 4x - 11 = 0$ are a , b , and c and that the roots of $x^3 + rx^2 + sx + t = 0$ are $a + b$, $b + c$, and $c + a$. Find t .

100. For certain real values of a , b , c , and d , the equation $x^4 + ax^3 + bx^2 + cx + d = 0$ has four non-real roots. The product of two of these roots is $13 + i$ and the sum of the other two roots is $3 + 4i$, where $i = \sqrt{-1}$. Find b .



www.facebook.com/WeByTheBrain

www.WeByTheBrain.com