

ตะลุยโจทย์ PAT 1

เรื่อง ลำดับและอนุกรม (PART II)

โดยพีชัง เดอะเบรน

1. ถ้า $\{a_n\}$ เป็นลำดับของจำนวนจริงที่

$$a_n = \frac{2+4+6+\dots+k+2n}{n^2} \text{ สำหรับทุกจำนวนเต็มบวก } n$$

แล้ว $\lim_{n \rightarrow \infty} a_n$ มีค่าเท่ากับเท่าใด

2. $\lim_{n \rightarrow \infty} \left(\frac{3n+12n+27n+\dots+3n^3}{1+8+27+\dots+n^3} \right)$ มีค่าเท่าใด

3. ถ้า $A = \lim_{n \rightarrow \infty} \left(\frac{2n^k}{1+8+27+\dots+n^3} \right)$ มีค่าเป็นจำนวนจริงบวกแล้ว ค่าของ A เท่ากับ

ข้อใดต่อไปนี้

1. 0

2. 2

3. 4

4. 8

4. กำหนดให้ a_n เป็นลำดับเลขคณิตที่สอดคล้องกับเงื่อนไข $\lim_{n \rightarrow \infty} \left(\frac{a_n - a_1}{n} \right) = 5$
ถ้า $a_9 + a_5 = 100$ แล้ว a_{100} เท่ากับข้อใดต่อไปนี้
1. 500
 2. 515
 3. 520
 4. หาไม่ได้เพราะข้อมูลไม่เพียงพอ
5. กำหนดให้ β เป็นจำนวนจริง และให้ $\{a_n\}$ เป็นลำดับของจำนวนจริงที่นิยามโดย $a_n = \frac{\beta n - 7}{n + 2}$ สำหรับ $n = 1, 2, 3, \dots$ ถ้าผลบวก 9 พจน์แรกมีค่ามากกว่าผลบวก 7 พจน์แรก เป็นจำนวนซึ่งเท่ากับพจน์ที่ 108 แล้ว $\lim_{n \rightarrow \infty} a_n$ มีค่าเท่ากับเท่าใด
6. กำหนดให้ลำดับ $a_n = 2 \ln(2n^3 + 1) - 3 \ln(n^2 + 1)$ และ $\lim_{n \rightarrow \infty} a_n = A$ แล้ว e^A มีค่าเท่ากับเท่าใด

7. ลิมิตของลำดับอนันต์ $\sqrt{3}, \sqrt{3+\sqrt{3}}, \sqrt{3+\sqrt{3+\sqrt{3}}}, \dots$ คือค่าในข้อใด
1. $\sqrt{3}$ 2. 3 3. $\frac{1+\sqrt{13}}{2}$ 4. กำลังงง!

8. ลำดับชุดหนึ่งมี $a_n = \frac{(2^3-1)(3^3-1)(4^3-1)\dots(n^3-1)}{(2^3+1)(3^3+1)(4^3+1)\dots(n^3+1)}$ และ $\lim_{n \rightarrow \infty} a_n = m$
 ข้อใดคือค่าของ 2553 m
1. 1698 2. 1700 3. 1702 4. 1704

9. กำหนดให้ $A = \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{5^{n+1} + 3^{n-1}}{2^{n+1} + 5^{n-1}}$
 $B = \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{3^{n+2} + 3^n + 27}{9 + 3^{n-1} + 3^n}$
 $C = \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{4n + 2^n + 9n^3(2n+2)}{2^{n+1} + 5n^3(n+4)}$
 ค่าของ $A+B+C$ เท่ากับข้อใดต่อไปนี้
1. $\frac{59}{5}$ 2. $\frac{68}{5}$ 3. 33 4. 34.5

10. จงคำนวณหาค่า $1 + \frac{1}{2} + \frac{1}{7} + \frac{1}{14} + \frac{1}{49} + \frac{1}{98} + \frac{1}{343} + \dots$

1. $\frac{7}{12}$

2. $\frac{12}{7}$

3. $\frac{4}{7}$

4. $\frac{7}{4}$

11. ผลบวกของอนุกรม $1 - \frac{1}{2} - \frac{1}{4} + \frac{1}{8} - \frac{1}{16} - \frac{1}{32} + \frac{1}{64} - \frac{1}{128} - \frac{1}{256} + \dots$ เท่ากับข้อใด

1. $\frac{2}{7}$

2. $\frac{6}{7}$

3. $\frac{9}{32}$

4. $\frac{27}{32}$

12. ผลบวกของอนุกรม $3 + \frac{11}{4} + \frac{33}{16} + \dots + \frac{3^n + 2^n - 2}{4^{n-1}} + \dots$ เท่ากับข้อใดต่อไปนี้

1. $\frac{20}{3}$

2. $\frac{29}{3}$

3. $\frac{31}{3}$

4. $\frac{40}{3}$

13. ถ้า $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{n^2b+1}{2n^2a-1} = 1$ แล้วผลบวกของอนุกรม $\sum_{n=1}^{\infty} \left(\frac{ab}{a^2+b^2}\right)^n$ มีค่าเท่าใด

1. $\frac{1}{3}$ 2. $\frac{2}{3}$ 3. 1 4. หาค่าไม่ได้

14. กำหนดให้อนุกรมต่อไปนี้ $A = \sum_{k=1}^{1000} (-1)^k$, $B = \sum_{k=3}^{20} k^2$, $C = \sum_{k=1}^{100} k$,

$$D = \sum_{k=1}^{\infty} 2\left(\frac{1}{2}\right)^k$$

1. 7,917 2. 7,919 3. 7,920 4. 7,922

15. ถ้า a_1, a_2, a_3, \dots เป็นลำดับเรขาคณิต ซึ่ง $\sum_{n=1}^{\infty} a_n = 4$ แล้วค่ามากที่สุดที่เป็นไปได้

ของ a_2 เท่ากับเท่าใด

1. 4 2. 2 3. 1 4. หาค่าไม่ได้

16. กำหนดให้ $S_n = \sum_{k=1}^n \left(\frac{1}{\sqrt{k}(k+1) + k\sqrt{k+1}} \right)$ สำหรับ $n = 1, 2, 3, \dots$

ค่าของ $\lim_{n \rightarrow \infty} S_n$ เท่ากับเท่าใด

17. ให้ k เป็นค่าคงที่ และถ้า

$$\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{k(n^5 + n) + 3n^4 + 2}{(n+2)^5} = 15 + 6 + \frac{12}{5} + \dots + 15 \left(\frac{2}{5} \right)^{n-1} + \dots$$

แล้ว k มีค่าเท่ากับเท่าใด

18. ผลบวกของ 2 พจน์แรกในอนุกรมเรขาคณิตอนันต์ชุดหนึ่งมีค่าเท่ากับ 1 และทุกๆ พจน์มีค่าเป็น 2 เท่าของผลบวกของพจน์ทั้งหมดที่ตามมา จงหาผลบวกของอนุกรมนี้

19. What is the value of $\lim_{n \rightarrow \infty} \sqrt{2553} \sqrt[4]{2553} \sqrt[8]{2553} \dots 2^n \sqrt{2553}$?

20. ถ้าอนุกรม $1 + \frac{2^x}{1+2^x} + \frac{2^{2x}}{(1+2^x)^2} + \frac{2^{3x}}{(1+2^x)^3} + \dots$ มีผลบวกเท่ากับ 9 แล้ว อนุกรม

$\log_2 x - (\log_2 x)^2 + (\log_2 x)^3 - (\log_2 x)^4 + \dots$ เป็นจริงตามข้อใดต่อไปนี้

- | | |
|---------------------------------------------------|---------------------------------------------------|
| 1. มีผลบวกเท่ากับ $\frac{1}{1 + \log_2 3}$ | 2. มีผลบวกเท่ากับ $\frac{\log_2 3}{1 - \log_2 3}$ |
| 3. มีผลบวกเท่ากับ $\frac{\log_2 3}{1 + \log_2 3}$ | 4. เป็นอนุกรมไดเวอร์เจนต์ |

21. ค่าของ x ที่ทำให้ $x + x^2 + x^3 + \dots + x^n + \dots = 0.18$ คือข้อใด

- | | | | |
|-------------------|------------------|---------|-------------------|
| 1. $\frac{2}{13}$ | 2. $\frac{1}{6}$ | 3. -4 | 4. $-\frac{9}{2}$ |
|-------------------|------------------|---------|-------------------|

22. The number 2.5252525..... can be written as a fraction. When reduced to lowest terms the sum of the numerator and denominator of this fraction is :

- A. 7 B. 29 C. 141 D. 349
E. none of these

23. ลูกปิงปองตกจากโต๊ะสูง 4 ฟุต ถ้าทุกครั้ง que ลูกปิงปองตกกระทบพื้นจะกระดอนขึ้นเป็นระยะทาง $\frac{3}{4}$ ของความสูงที่ตกลงมา ระยะทางทั้งหมดที่ลูกปิงปองเคลื่อนที่ในแนวดิ่งเป็นกี่ฟุต

1. 16 ฟุต 2. 24 ฟุต 3. 28 ฟุต 4. 32 ฟุต

24. ลูกบอลทำด้วยยางลูกหนึ่งถูกทิ้งลงมาจากที่สูง 60 เมตร ลูกบอลนี้กระทบพื้นแล้วกระดอนขึ้นสูง $\frac{2}{3}$ ของความสูงที่ตกลงมา มันกระดอนเช่นนี้จนกระทั่งหยุด อยากทราบว่าลูกบอลเคลื่อนที่ได้ทางเท่าใดในแนวดิ่ง

1. 200 เมตร 2. 300 เมตร 3. 400 เมตร 4. 500 เมตร

25. ค่าของ $\frac{1}{2} + \frac{3}{2^3} + \frac{5}{2^5} + \dots$ เท่ากับข้อใด

1. $\frac{9}{10}$

2. $\frac{10}{9}$

3. $\frac{14}{15}$

4. $\frac{7}{24}$

26. ผลบวกของอนุกรม $4 + \frac{1}{2} + \frac{2}{2^2} + \frac{3}{2^3} + \dots + \frac{n}{2^n} + \dots$ เท่ากับข้อใด

1. 5

2. 6

3. 7

4. 8

27. ผลบวกของอนุกรมอนันต์ $\frac{1 \cdot 2}{3} + \frac{2 \cdot 3}{3^2} + \frac{3 \cdot 4}{3^3} + \frac{4 \cdot 5}{3^4} + \dots$ มีค่าเท่ากับข้อใด

1. $\frac{3}{4}$

2. $\frac{5}{4}$

3. $\frac{7}{4}$

4. $\frac{9}{4}$

28. จงหาค่าของ S_n และ S_∞ ของอนุกรมต่อไปนี้

1. $\frac{1}{1 \cdot 2} + \frac{1}{2 \cdot 3} + \frac{1}{3 \cdot 4} + \dots + \frac{1}{n(n+1)}$

2. $\frac{1}{4 \cdot 7} + \frac{1}{7 \cdot 10} + \frac{1}{10 \cdot 13} + \dots + \frac{1}{(3n+1)(3n+4)}$

3. $\frac{1}{1 \cdot 2 \cdot 3} + \frac{1}{2 \cdot 3 \cdot 4} + \frac{1}{3 \cdot 4 \cdot 5} + \dots + \frac{1}{n(n+1)(n+2)}$

29. ค่าของ x จาก $\frac{x}{2} + \frac{x}{6} + \frac{x}{12} + \frac{x}{20} + \dots + \frac{x}{9900} = 198$ เท่ากับเท่าใด

30. เราทราบว่า $\frac{1}{n(n+1)} = \frac{1}{n} - \frac{1}{n+1}$ ดังนั้นอนุกรม $\sum_{n=1}^{\infty} \left[\frac{5}{2^n} - \frac{3}{n(n+1)} \right]$ มีผลบวก
เท่ากับเท่าใด

31. กำหนดให้ $S_n = 1 + \frac{1}{1+2} + \frac{1}{1+2+3} + \frac{1}{1+2+3+4} + \dots + \frac{1}{1+2+3+\dots+n}$

จงหาค่าของ $\lim_{n \rightarrow \infty} S_n$

32. ให้ $\{a_n\}$ เป็นลำดับของจำนวนจริง โดยที่ $a_1 + a_2 + a_3 + \dots + a_n = n^2 a_n$

สำหรับ $n = 1, 2, 3, \dots$ ถ้า $a_1 = 100$ แล้ว $\lim_{n \rightarrow \infty} n^2 a_n$ มีค่าเท่ากับเท่าใด

33. ค่าของ $\frac{1}{1 \cdot 3} + \frac{1}{2 \cdot 4} + \frac{1}{3 \cdot 5} + \dots + \frac{1}{21 \cdot 23}$ เท่ากับข้อใด

1. $\frac{325}{462}$

2. $\frac{335}{462}$

3. $\frac{347}{506}$

4. $\frac{357}{506}$

34. กำหนดให้ $a_n = \frac{1}{n^2-4}$ แล้วค่าของ $\sum_{i=3}^{\infty} a_i$ มีค่าเท่ากับข้อใดต่อไปนี้

1. $\frac{2}{5}$ 2. $\frac{1}{2}$ 3. $\frac{23}{48}$ 4. $\frac{25}{48}$

35. ถ้า $\sum_{n=2}^{\infty} \frac{1}{n^4-n^2} = A$ แล้ว $\sum_{n=2}^{\infty} \frac{1}{n^2}$ มีค่าเท่ากับข้อใดต่อไปนี้

1. $\frac{3}{4} + A$ 2. $\frac{5}{4} + A$ 3. $\frac{3}{4} - A$ 4. $\frac{5}{4} - A$
