



วิชาคณิตศาสตร์

โดย

อ.ชวลิต กุลกิริติการ



TUTORIAL SCHOOL BY
THE BRAIN

โรงเรียนกวดวิชา คณิต-วิทย์ อันทับ 1 ของประเทศ

ตัว ETV



MATH

EXPONENTIAL AND LOGARITHMIC FUNCTION

EXPONENTIAL AND LOGARITHMIC FUNCTION

By P'Golf We by The Brain



ฟัทกอล์ฟ เดอะเบรน



ฟัทกอล์ฟ เดอะเบรน

1. เลขยกกำลัง

1-1 สมบัติของเลขยกกำลัง

1. $a^m a^n = a^{m+n}$
2. $\frac{a^m}{a^n} = a^{m-n}$
3. $(a^m)^n = a^{mn}$
4. $(ab)^n = a^n b^n$
5. $\left(\frac{a}{b}\right)^n = \frac{a^n}{b^n}, b \neq 0$
6. $a^{-n} = \frac{1}{a^n}$
7. $\sqrt[n]{a} = a^{\frac{1}{n}}$
8. $a^0 = 1$ โดยที่ $a \neq 0$

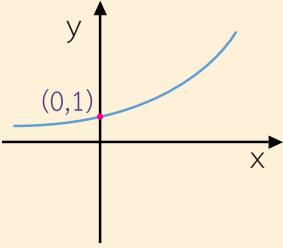
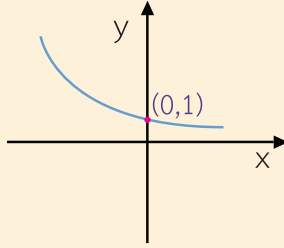
1-2 สูตรแยกตัวประกอบ

1. $(a+b)^2 = a^2 + 2ab + b^2$
2. $(a-b)^2 = a^2 - 2ab + b^2$
3. $a^2 - b^2 = (a+b)(a-b)$
4. $(a+b)^3 = a^3 + 3a^2b + 3ab^2 + b^3$
5. $(a-b)^3 = a^3 - 3a^2b + 3ab^2 - b^3$
6. $a^3 + b^3 = (a+b)(a^2 - ab + b^2)$
7. $a^3 - b^3 = (a-b)(a^2 + ab + b^2)$



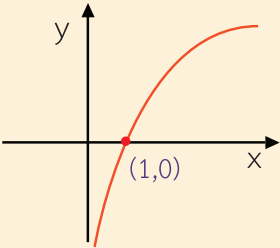
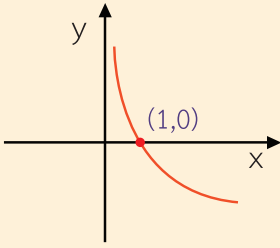
2. Exponential Function

$f = \{ (x,y) \in \mathbb{R} \times \mathbb{R}^+ \mid y = a^x \text{ เมื่อ } a > 0 \text{ และ } a \neq 1 \}$

ฟังก์ชันเพิ่ม : $a > 1$	ฟังก์ชันลด : $0 < a < 1$
Ex. $y = 2^x$ 	Ex. $y = \left(\frac{1}{2}\right)^x$ 
Note - เป็นฟังก์ชันหนึ่งต่อหนึ่ง $D_f = \mathbb{R}$, $R_f = \mathbb{R}^+$	

3. Logarithmic Function

$g = \{ (x,y) \in \mathbb{R}^+ \times \mathbb{R} \mid y = \log_a x \text{ เมื่อ } a > 0 \text{ และ } a \neq 1 \}$

ฟังก์ชันเพิ่ม : $a > 1$	ฟังก์ชันลด : $0 < a < 1$
Ex. $y = \log_2 x$ 	Ex. $y = \log_{\frac{1}{2}} x$ 
Note - เป็นฟังก์ชันหนึ่งต่อหนึ่ง $D_g = \mathbb{R}^+$, $R_g = \mathbb{R}$ - ฟังก์ชันลอการิทึมเป็นฟังก์ชันอินเวอร์สของฟังก์ชันเอกซ์โพเนนเชียล	

สมบัติของ Logarithm

กำหนด a, b, c เป็นจำนวนจริงบวกที่ไม่เท่ากับ 1 และ $m, n > 0$

$$1. \log_a 1 = 0$$

$$2. \log_a a = 1$$

$$3. \log_a (mn) = \log_a m + \log_a n \quad \text{"log ผลคูณได้ผลบวก log"}$$

$$4. \log_a \left(\frac{m}{n} \right) = \log_a m - \log_a n \quad \text{"log ผลหารได้ผลต่าง log"}$$

$$5. \log_{b^y} a^x = \frac{x}{y} \log_b a$$

$$6. a^{\log_a m} = m$$

$$7. a^{\log_b m} = m^{\log_b a}$$

$$8. \log_b a = \frac{\log_c a}{\log_c b}$$

$$9. \log_b a = \frac{1}{\log_a b}$$

เพิ่มเติม

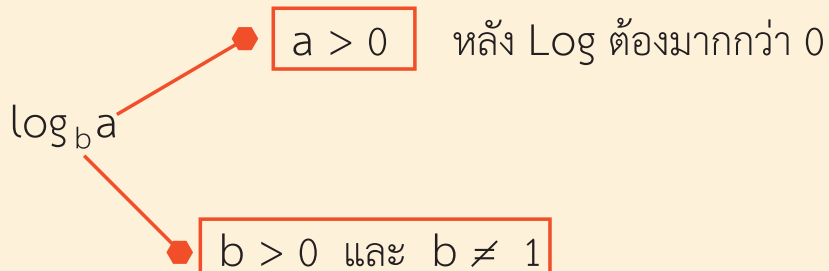
$$1. \log 5 = 1 - \log 2, \log 2 = 1 - \log 5$$

$$2. \log 2 \approx 0.3010, \log 3 \approx 0.4771$$

$$3. \ln x = \log_e x, e \approx 2.72$$

$$4. \log_a^2 x = (\log_a x)^2$$

อย่าลืม !! สมการและอสมการ Logarithm แก้เสร็จแล้วต้องตรวจคำตอบทุกครั้ง



ฐาน Log ต้องมากกว่า 0 และไม่เท่ากับ 1

- ## We By The Brain

3. ให้ A แทนเซตคำตอบของสมการ
 $25 + 3(15)^{|x|} = 5^{|x|} + 25(3^{|x|+1})$ เมื่อ x เป็นจำนวนจริง
 และให้ $B = \{3^x + 5^x \mid x \in A\}$
 ค่ามากที่สุดและน้อยสุดในเซต B เท่ากับเท่าใด (PAT 1 มี.ค. 59)
4. ให้ A แทนเซตคำตอบของสมการ $3(9 + 3^{|x|+|x+4|}) = 3^{|x+4|} + 3^{|x|+4}$
 และให้ $B = \{59 - x \mid x \in A\}$
 ผลบวกของสมาชิกทั้งหมดในเซต B เท่ากับเท่าใด (PAT 1 ต.ค. 58)

5. ถ้า $2^{2x^2} + 2^{x^2+2x+2} = 2^{5+4x}$ แล้ว $x^2 - 2x$ มีค่าเท่าใด

6. กำหนดให้ a และ b เป็นจำนวนจริงบวก

ถ้า $\log_a b = 5$ แล้ว $\log_b a$ เท่ากับข้อใดต่อไปนี้ (วิชาสามัญ 59)

1. $\frac{1}{20}$

2. $\frac{1}{10}$

3. $\frac{1}{5}$

4. 10

5. 20

7. ผลบวกของคำตอบทั้งหมดของสมการ

$$\log_2 x + 6 \log_x 2 - 5 = 0$$

เท่ากับข้อใดต่อไปนี้ (วิชาสามัญ 57)

1. 8 2. 10 3. 12 4. 14 5. 16

8. ผลบวกของคำตอบสมการ $9^{\log x} - 10(3^{\log x}) + 9 = 0$ เท่ากับข้อใดต่อไปนี้ (วิชาสามัญ 59)

1. 11 2. 99
3. 101 4. 111
5. 1001

9. ให้ $\log_{27} x + \log_{81} y^4 = 3$ และ $\log_{27} y + \log_{81} x^4 = 5$ จงหาค่าของ xy (โควตา มช. 59)

10. กำหนดให้ x และ y เป็นจำนวนจริงบวกที่สอดคล้องกับ

$$2 \log_2 y = 4 + \log_{\sqrt{2}} x \text{ และ } 4^{(x+1)} + 2 = 9 (\sqrt[4]{2})^y$$

ข้อใดต่อไปนี้เป็นคำตอบ (PAT 1 มี.ค. 59)

1. $x^2 + y^2 = 17$

2. $x^3 + y^3 = 9$

3. $x^2 = y - 1$

4. $y^2 = x + 4$

5. $x + 2y = 7$

11. ถ้า $3 \log_3 x - 2^y = 10$ และ $2^y \log_3 x = \log_3 x + 2^{y+1}$

แล้ว ผลคูณของค่า x และค่า y ทั้งหมดที่สอดคล้องกับสมการอยู่ในช่วงใด (โควตา มข. 59)

1. (60, 80)

2. (80, 100)

3. (100, 140)

4. (240, 270)

12. จงพิจารณาข้อความ

ก. ถ้า $A = \left\{ x \in \mathbb{R} \mid \log_{\frac{5+x}{3}} 8 = \log_{\frac{-1}{1+x}} 8 \right\}$ แล้ว ผลบวกของ x ใน A เท่ากับ -6

ข. ถ้า $k = \log_3 2$ และ $\log_2 x + \log_3 x + \log_4 x = 1$ แล้ว $x^{\left(\frac{3}{2}+k\right)} = 2$

ข้อใดต่อไปนี้ถูกต้อง (โควตา มข. 59)

- | | |
|----------------------|----------------------|
| 1. ก. ถูก และ ข. ถูก | 2. ก. ถูก และ ข. ผิด |
| 3. ก. ผิด และ ข. ถูก | 4. ก. ผิด และ ข. ผิด |

13. กำหนดให้ a และ b เป็นจำนวนจริงบวกที่สอดคล้องกับ

$$\log_a \sqrt{2} + \log_a {}^4\sqrt{2} + \log_a {}^8\sqrt{2} + \dots = \frac{1}{3}$$

$$4^{\log b} - 2b^{\log 2} = 8$$

พิจารณาข้อความต่อไปนี้

(ก) $a + b = 102$

(ข) $a \log b = 16$

ข้อใดต่อไปนี้ถูกต้อง (PAT 1 มี.ค. 58)

- | | |
|------------------------|------------------------|
| 1. (ก) ถูก และ (ข) ถูก | 2. (ก) ถูก แต่ (ข) ผิด |
| 3. (ก) ผิด แต่ (ข) ถูก | 4. (ก) ผิด และ (ข) ผิด |

14. กำหนดให้ $a > 1$ และ

นิยาม $L(n) = \log_{2^n}(\sqrt[n]{a})$ สำหรับ $n = 1, 2, 3, \dots$

ถ้า $\frac{1}{L(1)} + \frac{1}{L(2)} + \dots + \frac{1}{L(10)} = 77$ แล้วค่าของ a เท่ากับเท่าใด (PAT 1 ต.ค. 58)

15. ให้ A เป็นเซตของคู่อันดับ (x, y) โดยที่ x และ y เป็นจำนวนจริงบวกที่สอดคล้องกับ

$$\sqrt{2-x} + \sqrt{y} = 2 \text{ และ } 3 \log_4 16x^2 = 6 + 6 \log_2 \sqrt{y}$$

$$\text{ให้ } B = \{x^2 + y^2 \mid (x, y) \in A\}$$

ค่ามากที่สุดของสมาชิกในเซต B เท่ากับเท่าใด (PAT 1 ต.ค. 58)

16. กำหนดให้ a และ b เป็นจำนวนจริงบวกที่มากกว่า 2 สอดคล้องกับ

$$\log_a(b-2) = \log_{\sqrt{a}}\sqrt{3} + \log_{a^2}(b+2) \text{ และ } (\log_b^2 a)(\log_a b) = 1 + \log_{\sqrt{a}} b$$

แล้ว $a+b$ เท่ากับข้อใดต่อไปนี้ (PAT 1 ต.ค. 58)

- | | |
|--------|--------|
| 1. 183 | 2. 210 |
| 3. 216 | 4. 225 |
| 5. 239 | |

17. กำหนดให้ A เป็นเซตคำตอบของสมการ $\log_m \sqrt{4x^2 + 4x + 1} + \log_n (6x^2 + 11x + 4) = 4$

เมื่อ $m = \sqrt{3x+4}$ และ $n = 2x+1$ และให้ $B = \{8x^2 \mid x \in A\}$

ผลบวกของสมาชิกทั้งหมดในเซต B เท่ากับเท่าใด (PAT 1 มี.ค. 58)

18. กำหนดให้ R เป็นเซตของจำนวนจริง

$$\text{ถ้า } A = \{x \in R \mid 3^{2x+10} - 4(3^{x+6}) + 27 \leq 0\}$$

แล้วเซต A เป็นสับเซตของช่วงในข้อใดต่อไปนี้ (PAT 1 มี.ค. 59)

- | | |
|---------------|---------------|
| 1. $(-9, -4)$ | 2. $(-5, -2)$ |
| 3. $(-3, 3)$ | 4. $(0, 5)$ |
| 5. $(2, 10)$ | |

19. ช่วงคำตอบของค่า x ที่สอดคล้องกับอสมการ $25^{-x^2-4x+3} \leq \left(\frac{1}{125}\right)^{x+2}$ ตรงกับข้อใด (โควตา มช.59)

- | | |
|--|------------------------|
| 1. $(-\infty, -4] \cup [\frac{3}{2}, +\infty)$ | 2. $[-\frac{3}{2}, 4]$ |
| 3. $(-\infty, -\frac{3}{2}] \cup [4, +\infty)$ | 4. $[-4, \frac{3}{2}]$ |

20. ให้ $A = \left\{ x \in I \mid \log_{0.5}(x-3) + \log_{0.5}(x-5) > \log_{0.5} 3^{\left(\frac{\cos 2x - 2\sin^2 x}{4\cos^2 x - 3} \right)} \right\}$ ค่าของ $n(A)$ เท่ากับข้อใด

- | | |
|------|------|
| 1. 0 | 2. 1 |
| 3. 2 | 4. 3 |

21. กำหนดระบบสมการ

$$\log_2 x + \log_4 y + \log_4 z = 2$$

$$\log_3 y + \log_9 z + \log_9 x = 2$$

$$\log_4 z + \log_{16} x + \log_{16} y = 2$$

ค่าของ $15x + 8y + 3z$ มีค่าเท่ากับข้อใดต่อไปนี้

- | | | | |
|-------|-------|-------|-------|
| 1. 49 | 2. 59 | 3. 69 | 4. 79 |
|-------|-------|-------|-------|

22. ให้ m, n, r และ s เป็นจำนวนเต็มบวกที่แตกต่างกันทั้งหมด โดยที่ $1 < m < r$ ให้ $a > 1$ และ $b > 1$ สอดคล้องกับ

$$a^m = b^n \text{ และ } a^r = b^s$$

พิจารณาข้อความต่อไปนี้

(ก) $m + n < r + s$

(ข) $m^n < r^s$

(ค) $\left(\frac{n}{s}\right)^m > \left(\frac{n}{s}\right)^r$

ข้อใดต่อไปนี้ถูกต้อง (PAT 1 มี.ค 59)

1. ข้อ (ก) และข้อ (ข) ถูก แต่ ข้อ (ค) ผิด
2. ข้อ (ก) และข้อ (ค) ถูก แต่ ข้อ (ข) ผิด
3. ข้อ (ข) และข้อ (ค) ถูก แต่ ข้อ (ก) ผิด
4. ข้อ (ก) ข้อ (ข) และข้อ (ค) ถูกทั้งสามข้อ
5. ข้อ (ก) ข้อ (ข) และข้อ (ค) ผิดทั้งสามข้อ





ได้รับความไว้วางใจจากนักเรียนกว่า 1.5 ล้านคน ตลอดเวลาที่ผ่านมา

เป็นที่ “1” ในใจ

ด้วยระบบการเรียนรู้ที่ใครๆ ก็เก่งได้



อัปเดต เฉลยข้อสอบ
ทุกสนามสอบสำคัญ

www.youtube.com/WeByTheBrain



แฟนเพจ มากกว่า 3 แสนคน

www.facebook.com/WeByTheBrain



02-952-6767

www.WeByTheBrain.com

