

## ตอนที่ 6

### เรื่อง การอธิบายเซตด้วยแผนภาพเวนน์ - ออยเลอร์

#### มาตรฐานการเรียนรู้

มาตรฐานที่ 2.2 มีความรู้ความเข้าใจ และทักษะพื้นฐานเกี่ยวกับคณิตศาสตร์ วิทยาศาสตร์และเทคโนโลยี

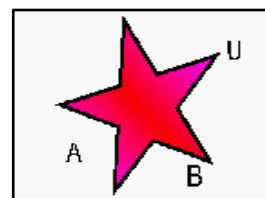
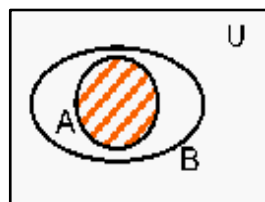
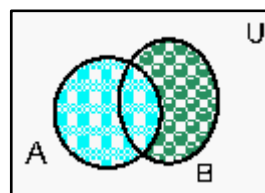
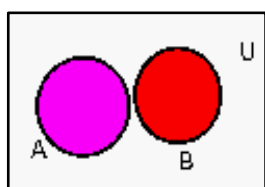
มาตรฐานการเรียนรู้ระดับ มีความรู้ ความเข้าใจเกี่ยวกับจำนวน และการดำเนินการเลขยกกำลังที่มีเลขชี้กำลังเป็นจำนวนตรรกยะ เซต และการให้เหตุผล อัตราส่วนตรีโกณมิติและการนำไปใช้ การใช้เครื่องมือ และการออกแบบผลิตภัณฑ์ สถิติเบื้องต้นและความน่าจะเป็น เชื่อมโยงกับงานอาชีพในสังคมและอาเซียนได้

#### ผลการเรียนรู้ที่คาดหวัง

1. วิเคราะห์ความสัมพันธ์เกี่ยวกับการดำเนินการของเซต
2. ใช้แผนภาพเวนน์ - ออยเลอร์แก้โจทย์ปัญหาได้

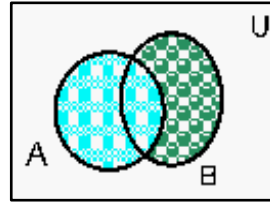
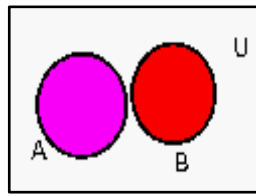
#### ขอบข่ายเนื้อหา

การเขียนแผนภาพของเวนน์ - ออยเลอร์ (Venn-Euler) เพื่อแสดงความสัมพันธ์ระหว่างเซตนิยาม เขียนรูปสี่เหลี่ยมมุมฉากแทนเอกภพสัมพัทธ์ (U) และใช้รูปวงกลม วงรี หรือรูปปิดใดๆ แทนเซตต่างๆ ซึ่งเป็นสับเซตของ U ลักษณะต่างๆ ของการเขียนแผนภาพมีดังนี้

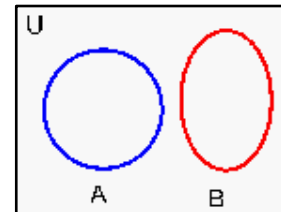
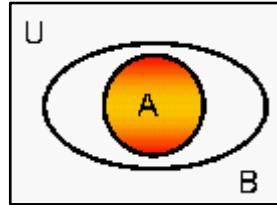
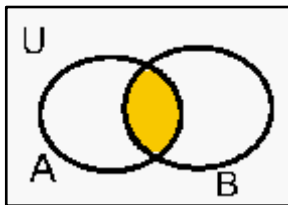


**ยูเนียน (Union)** สามารถใช้แผนภาพของเวนน์ - ออยเลอร์ แสดงให้เห็นกรณีต่างๆ ของเซตใหม่ที่เกิดจาก  $A \cup B$  ได้จากส่วนที่แรเงา ดังนี้

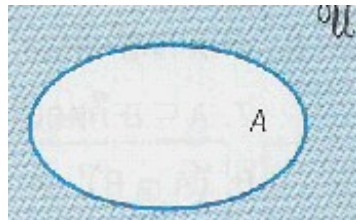
(ระบายพื้นที่ของทั้งสองเซตไม่ว่าจะมีพื้นที่ซ้ำกันหรือไม่ซ้ำกัน)



**อินเตอร์เซกชัน (Intersection)** สามารถใช้แผนภาพของเวนน์-ออยเลอร์ แสดงให้เห็นกรณีต่าง ๆ ของเซตใหม่ที่เกิดจาก  $A \cap B$  ได้จากส่วนที่แรเงา ดังนี้

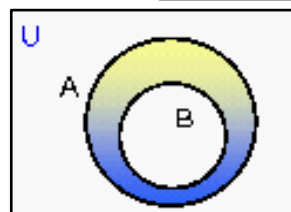
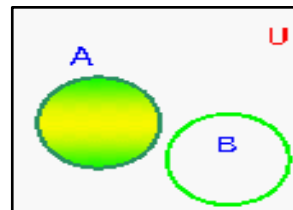
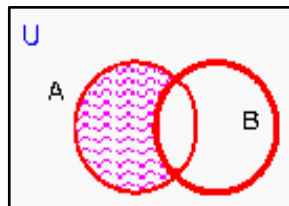


**คอมพลิเมนต์ (Complement)** กำหนดให้เซต A เป็นสับเซตของเอกภพสัมพัทธ์ U คอมพลิเมนต์ของ A คือ เซตที่ประกอบด้วยสมาชิกของเอกภพสัมพัทธ์ (U) แต่ไม่เป็นสมาชิกของ A เขียนแทนด้วย  $A'$  (อ่านว่า เอไพริม) และเพื่อให้มองเห็นภาพได้ชัดเจนอาจใช้แผนภาพของเวนน์ - ออยเลอร์แสดงการคอมพลิเมนต์ของเซต A ได้ ดังนี้



$A'$  คือ ส่วนที่แรเงา

**ผลต่าง (Relative Complement or Difference)** สามารถใช้แผนภาพของเวนน์ - ออยเลอร์ แสดงให้เห็นกรณีต่างๆ ของเซตใหม่ที่เกิดจาก  $A - B$  ได้จากส่วนที่แรเงาดังนี้ (ระบายสีเฉพาะพื้นที่ของเซต A ที่ไม่ใช่พื้นที่ของเซต B)





5. จากการสำรวจจำนวนลูกค้าในร้านค้าแห่งหนึ่งพบว่า ในวันที่ทำการสำรวจมีลูกค้าที่ซื้อสินค้าทั้งหมด 55 คน เป็นผู้ที่มาซื้อสินค้าที่เป็นของใช้ เช่น กระดาษชำระ ผงซักฟอก ฯลฯ จำนวน 38 คน และมีผู้ที่มาซื้อสินค้าที่เป็นอาหารสำเร็จรูป 22 คน อยากทราบว่า มีลูกค้าที่ซื้อสินค้าทั้งสองประเภทคือที่เป็นของใช้และอาหารสำเร็จรูปกี่คน
  6. ในการสุ่มตัวอย่างจากนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาตอนปลาย จำนวน 1,000 คน เพื่อสอบถามข้อมูลเกี่ยวกับการศึกษาต่อ ปรากฏว่ามีผู้ต้องการศึกษาต่อจำนวน 370 คน ต้องการทำงานจำนวน 550 คน และต้องการศึกษาต่อหรือต้องการทำงานจำนวน 850 คน อยากทราบว่า มีผู้ที่ต้องการศึกษาต่อและต้องการทำงานด้วยทั้งหมดกี่คน
  7. ร้านค้าแห่งหนึ่งได้ทำการสำรวจความนิยมของลูกค้าที่เกี่ยวกับการใช้พัดลม พบว่า 60% ใช้พัดลมชนิดตั้งโต๊ะ 45% ใช้ชนิดแขวนเพดาน และ 15% ใช้ทั้งสองชนิด อยากทราบว่า
    - 1) ลูกค้าที่ไม่ใช้พัดลมทั้งสองชนิดนี้มีกี่เปอร์เซ็นต์
    - 2) ลูกค้าที่ใช้พัดลมเพียงชนิดเดียวมีกี่เปอร์เซ็นต์
  8. โรงพยาบาลแห่งหนึ่งทำการสำรวจข้อมูลจากผู้ป่วยที่มีอายุเกิด 40 ปี จำนวน 1,000 คน ปรากฏว่ามีคนสูบบุหรี่ 312 คน มีคนเป็นมะเร็งที่ปอด 180 คน และมี 660 คน ไม่สูบบุหรี่และไม่เป็นมะเร็งที่ปอด อยากทราบว่า มีผู้สูบบุหรี่และเป็นมะเร็งที่ปอดจำนวนเท่าใด และคิดเป็นร้อยละเท่าใดของจำนวนผู้สูบบุหรี่ทั้งหมด
  9. ในการสอบของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาตอนปลายห้องหนึ่ง พบว่า มีผู้สอบผ่านวิชาคณิตศาสตร์ 37 คน วิชาสังคมศึกษา 48 คน วิชาภาษาไทย 45 คน และมีผู้ที่สอบผ่านวิชาคณิตศาสตร์และสังคมศึกษา 15 คน ผู้ที่สอบผ่านวิชาสังคมศึกษาและภาษาไทย มี 13 คน ผู้ที่สอบผ่านวิชาคณิตศาสตร์และภาษาไทยมี 7 คน และมีผู้ที่สอบผ่านทั้งสามวิชา 8 คน อยากทราบว่า มีผู้ที่สอบผ่านอย่างน้อยหนึ่งวิชากี่คน
3. ให้ผู้เรียนทำแบบทดสอบเพื่อวัดความเข้าใจในเนื้อหาที่รับชม





## เฉลยแบบฝึกหัด

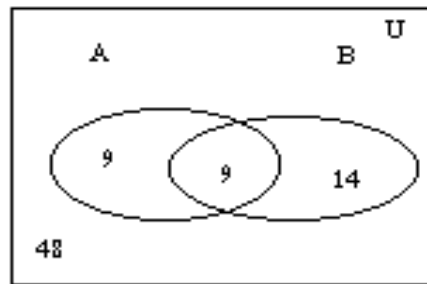
1. จำนวนพนักงานทั้งหมดที่มีรถยนต์หรือมีบ้านเป็นของตัวเอง

เฉลย ข้อ ข.

ให้ A แทนเซตของพนักงานที่มีรถยนต์

B แทนเซตของพนักงานที่มีบ้านเป็นของตัวเอง

เขียนจำนวนพนักงานที่สอดคล้องกับข้อมูลลงในแผนภาพได้ดังนี้



$$n(A) = 18, n(B) = 23, n(A \cap B) = 9$$

$$\text{พิจารณา } n(A \cup B) = n(A) + n(B) - n(A \cap B) = 18 + 23 - 9 = 32$$

ดังนั้น จำนวนพนักงานที่มีรถยนต์หรือมีบ้านของตัวเองเป็น 32 คน

2. จำนวนพนักงานที่ไม่มีรถยนต์หรือบ้านของตัวเอง

เฉลย ข้อ ก.

เนื่องจากพนักงานทั้งหมด 80 คน

นั่นคือ พนักงานที่ไม่มีรถยนต์หรือบ้านของตัวเอง =  $80 - 32 = 48$  คน

ดังนั้น พนักงานที่ไม่มีรถยนต์หรือบ้านของตัวเองเป็น 48 คน

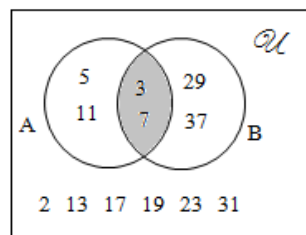
3. ให้  $U = \{X \mid X \text{ เป็นจำนวนเฉพาะบวกที่น้อยกว่า } 40\}$

$$A = \{3, 5, 7, 11\}$$

$$B = \{3, 7, 29, 37\}$$

จงเขียน  $A \cap B$  แบบแจกแจงสมาชิก และเขียนแผนภาพแทนเซต U, A, B และ  $A \cap B$

เฉลย จะได้  $A \cap B = \{3, 7\}$



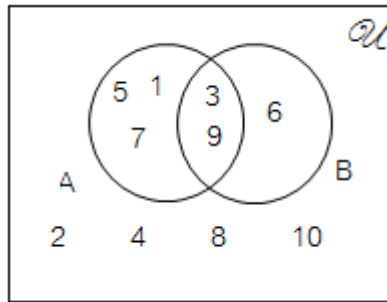
บริเวณที่แรเงาในภาพคือ  $A \cap B$

4. ให้  $U = \{1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10\}$   
 $A = \{1, 3, 5, 7, 9\}$   
 $B = \{3, 6, 9\}$

จงใช้แผนภาพในการหาเซตต่อไปนี้

- 1)  $A'$  2)  $B'$  3)  $A \cup B$  4)  $(A \cup B)'$  5)  $A' \cap B'$

เฉลย เขียนแผนภาพแทนเซตที่กำหนดให้ไว้ดังนี้



- จากแผนภาพ จะได้ 1)  $A' = \{1, 3, 5, 7, 9\}$   
 2)  $B' = \{1, 2, 4, 5, 7, 8, 10\}$   
 3)  $A \cup B = \{1, 3, 5, 6, 7, 9\}$   
 4)  $(A \cup B)' = \{2, 4, 8, 10\}$   
 5)  $A' \cap B' = \{2, 4, 8, 10\}$

5. จากการสำรวจจำนวนลูกค้าในร้านค้าแห่งหนึ่งพบว่า ในวันที่ทำการสำรวจมีลูกค้าที่ซื้อสินค้าทั้งหมด 55 คน เป็นผู้ที่มาซื้อสินค้าที่เป็นของใช้ เช่น กระจกชำระ ผงซักฟอก ฯลฯ จำนวน 38 คน และมีผู้ที่มาซื้อสินค้าที่เป็นอาหารสำเร็จรูป 22 คน อยากทราบว่า มีลูกค้าที่ซื้อสินค้าทั้งสองประเภทคือที่เป็นของใช้และอาหารสำเร็จรูปกี่คน เฉลย 5 คน

- เฉลย ให้  $U$  แทนเซตของลูกค้าในร้านค้า ในวันที่ทำการสำรวจ  
 $A$  แทนเซตของลูกค้าที่มาซื้อสินค้าที่เป็นของใช้  
 $B$  แทนเซตของลูกค้าที่ซื้อสินค้าที่เป็นอาหารสำเร็จรูป  
 $A \cup B$  แทนเซตของลูกค้าที่ซื้อสินค้าในร้าน  
 $A \cap B$  แทนเซตของลูกค้าที่ซื้อสินค้าทั้งสองประเภท  
 $n(A \cup B)$  แทนจำนวนลูกค้าที่มาซื้อสินค้าในร้านประเภทใดประเภทหนึ่งหรือทั้งสองประเภท  
 $n(A \cap B)$  แทนจำนวนลูกค้าที่ซื้อสินค้าทั้งสองประเภท



$$\text{จะได้ } n(A \cup B) = 55$$

$$n(A) = 38$$

$$n(B) = 22$$

$$\text{จาก } n(A \cup B) = n(A) + n(B) - n(A \cap B)$$

$$\begin{aligned} \text{จะได้ } n(A \cap B) &= n(A) + n(B) - n(A \cup B) \\ &= 38 + 22 - 55 = 5 \end{aligned}$$

นั่นคือ มีลูกค้าที่ซื้อสินค้าทั้งสองประเภท 5 คน

6. ในการสุ่มตัวอย่างจากนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาตอนปลาย จำนวน 1,000 คน เพื่อสอบถามข้อมูลเกี่ยวกับการศึกษาต่อ ปรากฏว่ามีผู้ต้องการศึกษาต่อจำนวน 370 คน ต้องการทำงานจำนวน 550 คน และต้องการศึกษาต่อหรือต้องการทำงานจำนวน 850 คน อยากทราบว่า มีผู้ที่ต้องการศึกษาต่อและต้องการทำงานด้วยทั้งหมดกี่คน เฉลย 70 คน

เฉลย ให้ U แทนเซตของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาตอนปลาย

A แทนเซตของนักเรียนที่ต้องการศึกษาต่อ

B แทนเซตของนักเรียนที่ต้องการทำงาน

$A \cup B$  แทนเซตของนักเรียนที่ต้องการศึกษาต่อหรือต้องการทำงานหรือทั้งเรียนและทำงานไปด้วย

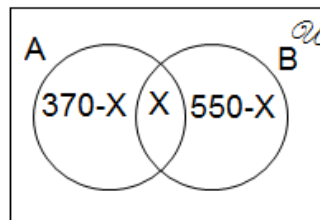
$A \cap B$  แทนเซตของลูกค้าที่ซื้อสินค้าทั้งสองประเภท

$A \cap B$  แทนเซตของนักเรียนที่ต้องการศึกษาต่อและต้องการทำงานไปด้วย

$$\text{จะได้ } n(A) = 370 \text{ คน}$$

$$n(B) = 550 \text{ คน}$$

$$n(A \cup B) = 850 \text{ คน}$$



ถ้าให้จำนวนนักเรียนที่ต้องการศึกษาต่อและต้องการทำงานไปด้วยเป็น X 80

$$\text{ดังนั้น } n(A \cap B) = X$$

$$\text{จาก } n(A \cup B) = n(A) + n(B) - n(A \cap B)$$

$$\text{จะได้ } 850 = 370 + 550 - X$$

$$X = 370 + 550 - 850 = 70$$

ดังนั้น นักเรียนที่ต้องการศึกษาต่อและต้องการทำงานไปด้วยมีทั้งหมด 70 คน

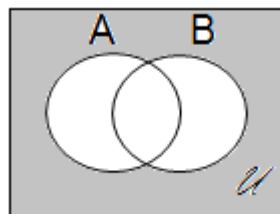
7. ร้านค้าแห่งหนึ่งได้ทำการสำรวจความนิยมของลูกค้าที่เกี่ยวกับการใช้พัดลม พบว่า 60% ใช้พัดลมชนิดตั้งโต๊ะ 45% ใช้ชนิดแขวนเพดาน และ 15% ใช้ทั้งสองชนิด อยากทราบว่า

เฉลย ให้ U แทนเซตของลูกค้าที่ใช้พัดลมชนิดต่าง ๆ  
 A แทนเซตของลูกค้าที่ใช้พัดลมชนิดตั้งโต๊ะ  
 B แทนเซตของลูกค้าที่ใช้พัดลมชนิดแขวนเพดาน

$$n(A) = 60\% , n(B) = 45\% , n(A \cap B) = 15\%$$

- 1) ลูกค้าที่ไม่ใช้พัดลมทั้งสองชนิดนี้มีกี่เปอร์เซ็นต์

$$\begin{aligned} n(A \cup B) &= n(A) + n(B) - n(A \cap B) \\ &= 60\% + 45\% - 15\% \\ &= 90\% \end{aligned}$$



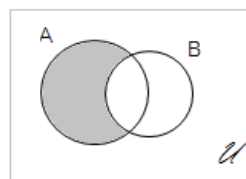
จำนวนลูกค้าที่ไม่ใช้พัดลมทั้งสองชนิด คือ  $n(A \cup B)'$

$$n(A \cup B)' = n(U) - n(A \cup B) = 100\% - 90\% = 10\%$$

- 2) จำนวนลูกค้าที่ใช้พัดลมแบบใดแบบหนึ่งเพียงชนิดเดียวหาได้ดังนี้

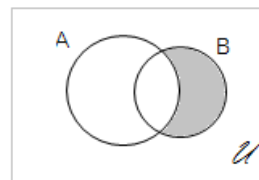
จำนวนลูกค้าที่ใช้พัดลมชนิดตั้งโต๊ะเพียงชนิดเดียว

$$\begin{aligned} n(A - B) &= n(A \cup B) - n(B) \\ &= 90\% - 45\% = 45\% \end{aligned}$$



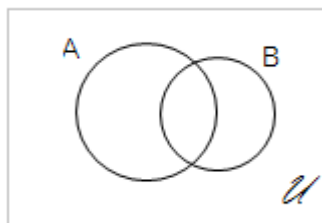
จำนวนลูกค้าที่ใช้พัดลมแขวนเพดานเพียงชนิดเดียว

$$\begin{aligned} n(B - A) &= n(A \cup B) - n(A) \\ &= 90\% - 60\% = 30\% \end{aligned}$$



ดังนั้น ลูกค้าที่ใช้พัดลมเพียงชนิดเดียว มี  $45\% + 30\%$  หรือ  $75\%$

8. โรงพยาบาลแห่งหนึ่งทำการสำรวจข้อมูลจากผู้ป่วยที่มีอายุเกิด 40 ปี จำนวน 1,000 คน ปรากฏว่า มีคนสูบบุหรี่ 312 คน มีคนเป็นมะเร็งที่ปอด 180 คน และมี 660 คนไม่สูบบุหรี่และไม่เป็นมะเร็งที่ปอด อยากทราบว่า มีผู้สูบบุหรี่และเป็นมะเร็งที่ปอดจำนวนเท่าใด และคิดเป็นร้อยละเท่าใดของจำนวนผู้สูบบุหรี่ทั้งหมด

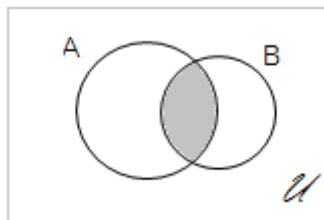


เฉลย ให้ U แทนเซตของผู้ป่วยทั้งหมดที่ทำการสำรวจ

A แทนเซตของผู้ป่วยที่สูบบุหรี่

B แทนเซตของผู้ป่วยที่เป็นมะเร็งปอด

$$n(U) = 1000, n(B) = 180, n(A) = 312, n(A \cup B)' = 660$$



$$n(A \cup B) = n(U) - n(A \cup B)' = 1,000 - 660 = 340$$

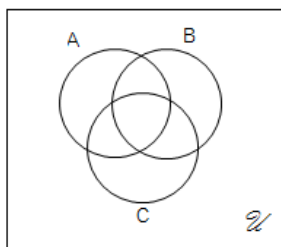
$$n(A \cup B) = n(A) + n(B) - n(A \cap B)$$

$$340 = 312 + 180 - n(A \cap B)$$

$$n(A \cap B) = 492 - 340 = 152$$

ดังนั้น ผู้ที่สูบบุหรี่และเป็นมะเร็งที่ปอดมี 152 คน คิดเป็นร้อยละ  $\frac{152}{312} \times 100$  หรือ 48.72% ของจำนวนผู้สูบบุหรี่

9. ในการสอบของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาตอนปลายห้องหนึ่ง พบว่า มีผู้สอบผ่านวิชาคณิตศาสตร์ 37 คน วิชาสังคมศึกษา 48 คน วิชาภาษาไทย 45 คน และมีผู้ที่สอบผ่านวิชาคณิตศาสตร์และสังคมศึกษา 15 คน ผู้ที่สอบผ่านวิชาสังคมศึกษาและภาษาไทย มี 13 คน ผู้ที่สอบผ่านวิชาคณิตศาสตร์และภาษาไทยมี 7 คน และมีผู้ที่สอบผ่านทั้งสามวิชา 8 คน อยากทราบว่า มีผู้ที่สอบผ่านอย่างน้อยหนึ่งวิชากี่คน เฉลย 100 คน



เฉลย ให้ U แทนเซตของนักเรียนมัธยมปลายที่ทำการสำรวจ

A แทนเซตของนักเรียนมัธยมปลายที่สอบผ่านวิชาคณิตศาสตร์

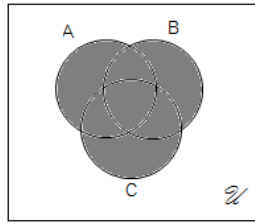
B แทนเซตของนักเรียนมัธยมปลายที่สอบผ่านวิชาสังคมศึกษา

C แทนเซตของนักเรียนมัธยมปลายที่สอบผ่านวิชาภาษาไทย

$$n(A) = 37, n(B) = 48, n(C) = 45, n(A \cap B) = 15$$

$$n(B \cap C) = 13, n(A \cap C) = 7, n(A \cap B \cap C) = 5$$

ต้องการหาว่ามีนักเรียนสอบผ่านอย่างน้อยหนึ่งวิชากี่คน แสดงต้องการให้หา  $n(A \cup B \cup C)$



$$n(A \cup B \cup C) = n(A) + n(B) + n(C) - n(A \cap B) - n(B \cap C) - n(A \cap C) + n(A \cap B \cap C)$$

$$n(A \cup B \cup C) = 37 + 48 + 45 - 15 - 13 - 7 + 5$$

$$= 100$$

ดังนั้น จำนวนนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาตอนปลายที่สอบผ่านอย่างน้อยหนึ่งวิชา มี 100 คน