

ตอนที่ 16

เรื่อง การทดลองสุ่มและเหตุการณ์

มาตรฐานการเรียนรู้

มาตรฐานที่ 2.2 มีความรู้ความเข้าใจ และทักษะพื้นฐานเกี่ยวกับคณิตศาสตร์ วิทยาศาสตร์และเทคโนโลยี

มาตรฐานการเรียนรู้ระดับ มีความรู้ ความเข้าใจเกี่ยวกับจำนวน และการดำเนินการเลขยกกำลังที่มีเลขชี้กำลังเป็นจำนวนตรรกยะ เซต และการให้เหตุผล อัตราส่วนตรีโกณมิติและการนำไปใช้ การใช้เครื่องมือ และการออกแบบผลิตภัณฑ์ สถิติเบื้องต้นและความน่าจะเป็น เชื่อมโยงกับงานอาชีพในสังคมและอาเซียนได้

ผลการเรียนรู้ที่คาดหวัง

อธิบายการทดลองสุ่ม เหตุการณ์ และหาความน่าจะเป็นของเหตุการณ์ที่กำหนดให้ได้

ขอบข่ายเนื้อหา

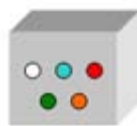
1. การทดลองสุ่ม (Random Experiment) คือ การทดลองที่ไม่สามารถระบุผลลัพธ์ได้อย่างแน่นอน แต่บอกได้ว่าผลลัพธ์ของการทดลองนั้นมีโอกาสเกิดอะไรขึ้นได้

ตัวอย่างที่ 1 การทดลองโยนลูกเต๋า 1 ลูก 1 ครั้ง แต้มที่จะเกิดขึ้นได้ คือ แต้ม 1, 2, 3, 4, 5 หรือ 6 ซึ่งไม่สามารถบอกได้ว่าจะเป็นแต้มอะไรใน 6 แต้มนี้



ดังนั้น ผลลัพธ์ทั้งหมดที่จะเกิดขึ้นคือแต้ม 1, 2, 3, 4, 5, 6

ตัวอย่างที่ 2 การหยิบลูกปิงปอง 1 ลูก จากกล่อง ซึ่งมี 5 ลูก 5 สี ลูกปิงปองที่หยิบได้อาจจะเป็น ลูกปิงปองสีขาว ฟ้าแดง เขียว หรือส้ม



ดังนั้น ผลลัพธ์ทั้งหมดที่จะเกิดขึ้นคือ ลูกปิงปองสีขาว ฟ้าแดง เขียว หรือส้ม

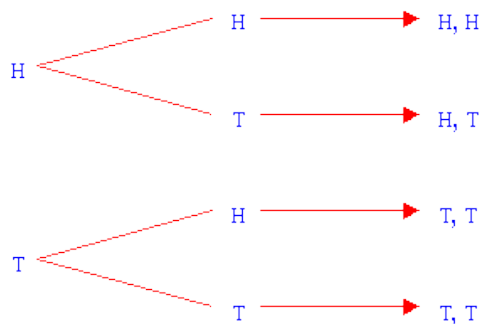
ตัวอย่างที่ 3 จงเขียนผลที่อาจเกิดขึ้นได้ทั้งหมดในการโยนเหรียญบาท 1 เหรียญ และเหรียญห้าสิบบางค์ 1 เหรียญ

ในการโยนเหรียญบาท 1 เหรียญ ผลที่อาจเกิดขึ้นคือ หัวหรือก้อย

ถ้าให้ H แทน หัว และให้ T แทน ก้อย

ในการหาผลที่อาจเกิดขึ้นได้ทั้งหมดจากการโยนเหรียญบาทและเหรียญห้าสิบบางค์ อย่างละ 1 เหรียญ อาจใช้แผนภาพช่วยได้ดังนี้

ผลที่อาจเกิดขึ้นจาก การโยนเหรียญบาท ผลที่อาจเกิดขึ้นจาก การโยนเหรียญ หัวกลับสองตัว ผลที่อาจเกิดขึ้นจากการ โยนทั้งสองเหรียญ



ฉะนั้น ถ้าเราใช้คู่อันดับเขียนผลทั้งหมดที่อาจเกิดขึ้นได้โดยให้สมาชิกตัวหนึ่งของคู่อันดับแทนผลที่อาจเกิดขึ้นจากเหรียญบาท สมาชิกตัวที่สองของคู่อันดับแทนผลที่อาจเกิดขึ้นจากเหรียญหัวกลับสองตัว จะได้ผลทั้งหมดที่อาจเกิดขึ้นได้ คือ (H, H), (H, T), (T, H) และ (T, T)

2. แซมเปิลสเปซ (Sample Space) เป็นเซตที่มีสมาชิกประกอบด้วยสิ่งที่ต้องการทั้งหมด จากการทดลองอย่างใดอย่างหนึ่ง (บางครั้งเรียกว่า Universal Set) เขียนแทนด้วย S เช่น

ตัวอย่างที่ 4 ในการโยนลูกเต๋าถ้าต้องการดูว่าหน้าอะไรจะขึ้นมาจะได้

ผลลัพธ์ที่อาจเกิดขึ้นได้คือ ลูกเต๋ามาขึ้นแต้ม 1 หรือ 2 หรือ 3 หรือ 4 หรือ 5 หรือ 6

ดังนั้นแซมเปิลสเปซที่ได้ คือ $S = \{ 1, 2, 3, 4, 5, 6 \}$

ตัวอย่างที่ 5 จากการทดลองสุ่มโดยการทดลองทอดลูกเต๋า 2 ลูก

จงหาแซมเปิลสเปซของแต้มของลูกเต๋าคู่ที่หงายขึ้น

เนื่องจากโจทย์สนใจแต้มของลูกเต๋าคู่ที่หงายขึ้น ดังนั้น เราต้องเขียนแต้มของลูกเต๋าคู่ที่มีโอกาสที่จะหงายขึ้นมาทั้งหมด และเพื่อความสะดวกให้ (a, b) แทนผลลัพธ์ที่อาจเกิดขึ้น

โดยที่ a แทน แต้มที่หงายขึ้นของลูกเต๋าลูกแรก

b แทน แต้มที่หงายขึ้นของลูกเต๋าลูกที่สอง

ดังนั้น แซมเปิลสเปซของการทดลองสุ่มคือ

$$S = \{ (1,1), (1,2), (1,3), (1,4), (1,5), (1,6), \\ (2,1), (2,2), (2,3), (2,4), (2,5), (2,6), \\ (3,1), (3,2), (3,3), (3,4), (3,5), (3,6), \\ (4,1), (4,2), (4,3), (4,4), (4,5), (4,6), \\ (5,1), (5,2), (5,3), (5,4), (5,5), (5,6), \\ (6,1), (6,2), (6,3), (6,4), (6,5), (6,6) \}$$

3. เหตุการณ์ (event) คือ เซตที่เป็นสับเซตของ Sample Space หรือเหตุการณ์ที่เราสนใจ จากการทดลองสุ่ม ตัวอย่างที่ 7 ในการโยนลูกเต๋า 1 ลูก 1 ครั้ง ถ้าผลลัพธ์ที่สนใจคือ จำนวนแต้มที่ได้ จะได้

$$S = \{1, 2, 3, 4, 5, 6\}$$

ถ้าให้ E_1 เป็นเหตุการณ์ที่ได้แต้มซึ่งหารด้วย 3 ลงตัว จะได้ $E_1 = \{3, 6\}$

E_2 เป็นเหตุการณ์ที่ได้แต้มมากกว่า 2 จะได้ $E_2 = \{3, 4, 5, 6\}$

ตัวอย่างที่ 8 ถุงใบหนึ่งมีลูกบอลสีขาว 3 ลูก สีแดง 2 ลูก หยิบลูกบอลออกจากถุง 2 ลูก จงหา

1. แชมเปลสเปซของสีของลูกบอลและเหตุการณ์ที่จะได้ลูกบอลสีขาว
2. แชมเปลสเปซของลูกบอลที่หยิบมาได้และเหตุการณ์ที่จะได้ลูกบอลเป็นสีขาว 1 ลูกสีแดง 1 ลูก

วิธีทำ 1. เนื่องจากเราสนใจเกี่ยวกับสีของลูกบอลและลูกบอลมีอยู่สองสีคือสีขาวและสีแดง ดังนั้น แชมเปลสเปซ $S = \{\text{ขาว, แดง}\}$

สมมติให้ B เป็นเหตุการณ์ที่จะได้ลูกบอลสีขาว

ดังนั้น $B = \{\text{ขาว}\}$

2. เนื่องจากเราสนใจแชมเปลสเปซของลูกบอลแต่ละลูกที่ถูกหยิบขึ้นมา

ดังนั้นแชมเปลสเปซ S คือ

$$S = \{b_1, b_2, b_1, b_3, b_1, d_1, b_1, d_2, b_2, d_3, b_2, d_1, b_2, d_2, b_3, d_1, b_3, d_2, d_1, d_2\}$$

ให้ C เป็นเหตุการณ์ที่ผลลัพธ์เป็นลูกบอลสีขาว 1 ลูก และ สีแดง 1 ลูก

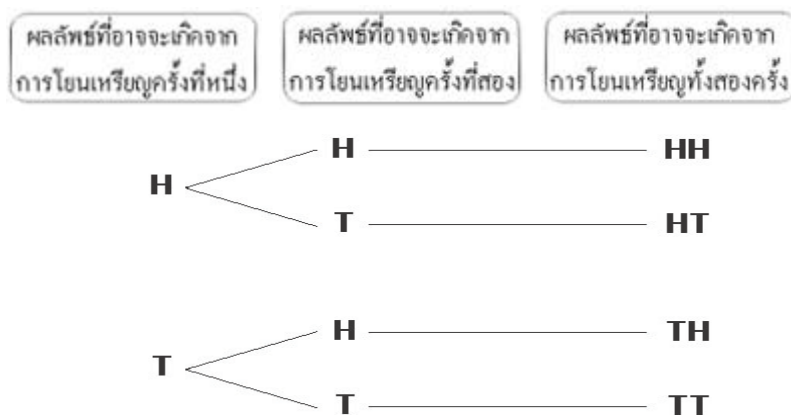
ดังนั้น เหตุการณ์ C คือ

$$C = \{b_1, d_1, b_1, d_2, b_2, d_1, b_2, d_2, b_3, d_1, b_3, d_2\}$$

หมายเหตุ b แทน ขาว และ d แทน แดง

ตัวอย่างที่ 10 โยนเหรียญบาท 1 เหรียญ 2 ครั้ง จงหาผลลัพธ์ของเหตุการณ์ที่จะออกหัวอย่างน้อย 1 ครั้ง การหาผลลัพธ์ทั้งหมดที่อาจจะเกิดขึ้นจากการโยนเหรียญบาท 1 เหรียญ 2 ครั้ง

โดยใช้แผนภาพต้นไม้ ดังนี้



ผลลัพธ์ทั้งหมดที่อาจจะเกิดขึ้นจากการทดลองสุ่ม มี 4 แบบ คือ HH, HT, TH และ TT

นั่นคือ ผลลัพธ์ของ เหตุการณ์ที่จะออกหัวอย่างน้อย 1 ครั้ง มี 3 แบบ คือ HH, HT และ TH

กิจกรรมก่อนการรับชมรายการ

ครูผู้สอนเริ่มต้นจากการทบทวนความรู้พื้นฐานเกี่ยวกับการนับ ซึ่งในการทำความเข้าใจเนื้อหา ครูผู้สอนควรให้ผู้เรียนศึกษาจากตัวอย่างประกอบเพื่อความเข้าใจและชัดเจนยิ่งขึ้น

กิจกรรมหลังการรับชมรายการ

1. ครูผู้สอนและผู้เรียนร่วมกันอภิปรายและสรุปเนื้อหาตามบทเรียนที่ได้รับชมรายการ

2. ให้ผู้เรียนฝึกทำแบบฝึกหัดต่อไปนี้

1. ในการทอดลูกเต๋าลูกเดียวหนึ่งครั้ง ถ้าผลลัพธ์ที่สนใจคือแต้มที่ได้

1.1 จงหาเหตุการณ์ที่ได้แต้มซึ่งหารด้วย 3 ลงตัว

1.2 จงหาเหตุการณ์ที่ได้แต้มต่ำกว่า 4

2. ในการโยนเหรียญ 1 เหรียญ และทอดลูกเต๋า 1 ลูก พร้อมกันหนึ่งครั้ง จงหา

2.1 เหตุการณ์ที่จะได้แต้มบนหน้าลูกเต๋าเป็นจำนวนคู่

2.2 เหตุการณ์ที่เหรียญจะขึ้นหัว

2.3 เหตุการณ์ที่เหรียญจะขึ้นก้อยและแต้มบนหน้าลูกเต๋าเป็น 6

3. ถ้าสุ่มครอบครัวที่มีบุตรสองคนมาครอบครัวหนึ่ง จงหาความน่าจะเป็นของเหตุการณ์ที่ครอบครัวนั้น

3.1 มีบุตรคนแรกเป็นชาย บุตรคนที่สองเป็นหญิง

3.2 มีบุตรเป็นชายอย่างน้อย 1 คน

3.3 ไม่มีบุตรชายเลย

4. ในการทอดลูกเต๋าสองลูกหนึ่งครั้ง ให้หาความน่าจะเป็นของเหตุการณ์ที่

4.1 ผลบวกของแต้มมากกว่าหรือเท่ากับ 10

4.2 ผลบวกของแต้มหารด้วย 3 ลงตัว

5. ในลิ้นชักมีถุงเท้าอยู่ 4 คู่ เป็นถุงเท้าสีดำ 2 คู่ และสีขาว 2 คู่ ถ้าทำการทดลองสุ่มโดยหยิบถุงเท้ามา 2 คู่ ให้หาความน่าจะเป็นที่จะได้ถุงเท้าทั้งสองคู่เป็นสีเดียวกัน

6. ในการจับสลากชื่อของนักเรียน 30 คน ซึ่งเป็น ชาย 18 คน หญิง 12 คน จงหาความน่าจะเป็นในการที่จับสลากใบแรกได้

3. ให้ผู้เรียนทำแบบทดสอบเพื่อวัดความเข้าใจในเนื้อหาที่รับชม

เฉลยแบบฝึกหัด

1. ในการทอดลูกเต๋าลูกเดียวหนึ่งครั้ง ถ้าผลลัพธ์ที่สนใจคือแต้มที่ได้

เฉลย แซมเปิลสเปซ คือ

1.1 จงหาเหตุการณ์ที่ได้แต้มซึ่งหารด้วย 3 ลงตัว

ถ้า E_1 เป็นเหตุการณ์ที่ได้แต้มซึ่งหารด้วย 3 ลงตัว จะได้ $E_1 = \{3, 6\}$

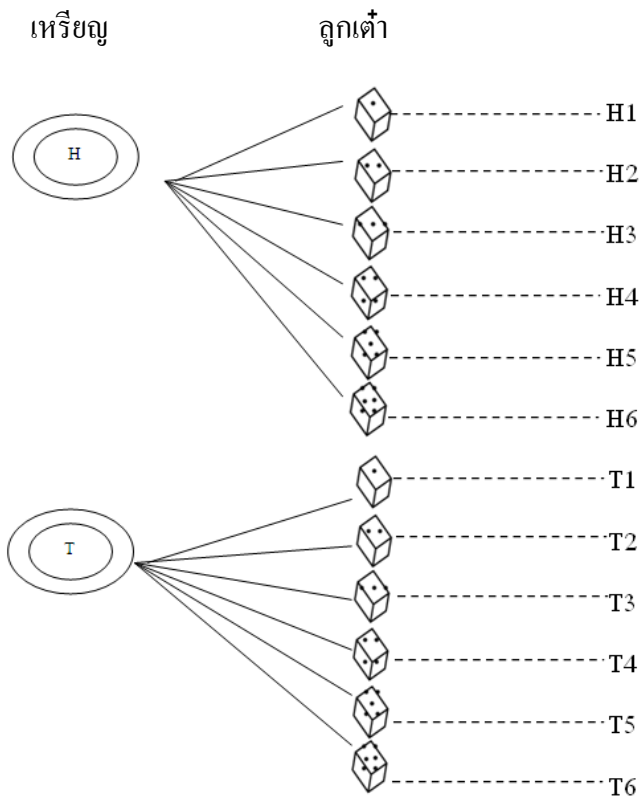
1.2 จงหาเหตุการณ์ที่ได้แต้มต่ำกว่า 4

ถ้า E_2 เป็นเหตุการณ์ที่ได้แต้มต่ำกว่า 4 จะได้ $E_2 = \{1, 2, 3\}$

2. ในการโยนเหรียญ 1 เหรียญ และทอดลูกเต๋าลูก 1 ลูกพร้อมกันหนึ่งครั้ง จงหา

เฉลย ให้ H แทนเหรียญขึ้นหัว T แทนเหรียญขึ้นก้อย

S แทนแซมเปิลสเปซของการโยนเหรียญ 1 เหรียญ และทอดลูกเต๋าลูก 1 ลูก พร้อมกัน



จะได้ $S = \{H1, H2, H3, H4, H5, H6, T1, T2, T3, T4, T5, T6\}$

2.1 เหตุการณ์ที่จะได้แต้มบนหน้าลูกเต๋าคือเป็นจำนวนคู่

ให้ E_1 แทน เหตุการณ์ที่จะได้แต้มบนหน้าลูกเต๋าคือเป็นจำนวนคู่

จะได้ $E_1 = \{H2, H4, H6, T2, T4, T6\}$

2.2 เหตุการณ์ที่เหรียญจะขึ้นหัว

ให้ E_2 แทนเหตุการณ์ที่เหรียญจะขึ้นหัว

จะได้ $E_2 = \{H1, H2, H3, H4, H5, H6\}$

2.3 เหตุการณ์ที่เหรียญจะขึ้นก้อยและแต้มบนหน้าลูกเต๋าเป็น 6

ให้ E_3 แทนเหตุการณ์ที่เหรียญจะขึ้นก้อยและแต้มบนหน้าลูกเต๋าเป็น 6

จะได้ $E_3 = \{T6\}$

3. ถ้าสุ่มครอบครัวที่มีบุตรสองคนมาครอบครัวหนึ่ง จงหาความน่าจะเป็นของเหตุการณ์ที่ครอบครัวนั้น

3.1 มีบุตรคนแรกเป็นชาย บุตรคนที่สองเป็นหญิง

3.2 มีบุตรเป็นชายอย่างน้อย 1 คน

3.3 ไม่มีบุตรชายเลย

เฉลย ให้ E_1, E_2, E_3 เป็นเหตุการณ์ในข้อ (1), (2) และ (3) ตามลำดับ

ให้ X แทนบุตรชาย และ Y แทนบุตรหญิง

บุตรคนที่ 1

บุตรคนที่ 2



X



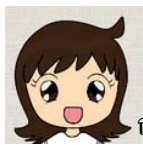
X

----- (X, X)

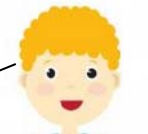


Y

----- (X, Y)



Y



X

----- (Y, X)



Y

----- (Y, Y)

แซมเปิลสเปซในที่นี้คือ $S = \{ (X, X), (X, Y), (Y, X), (Y, Y) \}$

จำนวนสมาชิกของ $S = 4$

$E_1 = \{ (X, Y) \}$

จะได้ $P(E_1) = \frac{1}{4}$

ดังนั้น ความน่าจะเป็นที่ครอบครัวนั้นจะมีบุตรคนแรกเป็นชายและบุตรคนที่สองเป็นหญิง เป็น $\frac{1}{4}$

$E_2 = \{ (X, X), (X, Y), (Y, X) \}$

$$\text{จะได้ } P(E_2) = \frac{3}{4}$$

ดังนั้น ความน่าจะเป็นที่ครอบครัวนั้นจะมีบุตรชายอย่างน้อยหนึ่งคน เป็น $\frac{3}{4}$

$$E_3 = \{(\text{ญ,ญ})\}$$

$$\text{จะได้ } P(E_3) = \frac{1}{4}$$

ดังนั้น ความน่าจะเป็นที่ครอบครัวนั้นไม่มีบุตรชายเลย เป็น $\frac{1}{4}$

4. ในการทอดลูกเต๋าสองลูกหนึ่งครั้ง ให้หาความน่าจะเป็นของเหตุการณ์ที่

4.1 ผลบวกของแต้มมากกว่าหรือเท่ากับ 10

4.2 ผลบวกของแต้มหารด้วย 3 ลงตัว

เฉลย ในการทอดลูกเต๋าสองลูก ลูกเต๋าลูกแรกปรากฏผลได้ 6 วิธี และลูกเต๋าลูกที่สองปรากฏผลได้อีก

6 วิธี ดังนั้น จำนวนวิธีที่ได้จะเท่ากับ $6 \times 6 = 36$ วิธี ดังแสดงในตารางต่อไปนี้

แต้มลูกที่ 1 / แต้มลูกที่ 2	1	2	3	4	5	6
1	2	3	4	5	6	7
2	3	4	5	6	7	8
3	4	5	6	7	8	9
4	5	6	7	8	9	10
5	6	7	8	9	10	11
6	7	8	9	10	11	12

ให้ E_1 และ E_2 เป็นเหตุการณ์ในข้อ (1) และ (2) ตามลำดับ แสดงในตารางต่อไปนี้

แต้มลูกที่ 1 / แต้มลูกที่ 2	1	2	3	4	5	6
1	2	3	4	5	6	7
2	3	4	5	6	7	8
3	4	5	6	7	8	9
4	5	6	7	8	9	10
5	6	7	8	9	10	11
6	7	8	9	10	11	12

สมาชิกของ E_1 เขียนแทนได้ด้วยคู่อันดับของแต้มที่ได้จากลูกเต๋า ลูกที่ 1 และลูกที่ 2

คือ $E_1 = \{ (4,6), (5,5), (5,6), (6,4), (6,5), (6,6) \}$

จำนวนสมาชิกของ E_1 คือ 6

$$\text{จะได้ } P(E_1) = \frac{6}{36} = \frac{1}{6}$$

ดังนั้น ความน่าจะเป็นของเหตุการณ์ที่ผลบวกของแต้มมากกว่าหรือเท่ากับ 10 คือ $\frac{1}{6}$

เนื่องจาก $E_2 = \{ (1,2), (2,1), (1,5), (5,1), (2,4), (4,2), (3,3), (3,6), (6,3), (4,5), (5,4), (6,6) \}$

จำนวนสมาชิกของ E_2 คือ 12

$$\text{จะได้ } P(E_2) = \frac{12}{36} = \frac{1}{3}$$

ดังนั้น ความน่าจะเป็นที่ผลบวกของแต้มหารด้วย 3 ลงตัว คือ $\frac{1}{3}$

5. ในลิ้นชักมีถุงเท้าอยู่ 4 คู่ เป็นถุงเท้าสีดำ 2 คู่ และสีขาว 2 คู่ ถ้าทำการทดลองสุ่มโดยหยิบถุงเท้ามา 2 คู่ ให้หาความน่าจะเป็นที่จะได้ถุงเท้าทั้งสองคู่เป็นสีเดียวกัน

วิธีทำ มีถุงเท้า 4 คู่ เป็นถุงเท้าสีดำ 2 คู่ ให้เป็น d_1, d_2 และเป็นถุงเท้าสีขาว 2 คู่ ให้เป็น w_1, w_2

ดังนั้น $S = \{ (d_1, d_2), (d_1, w_1), (d_1, w_2), (d_2, w_1), (w_2, d_2), (w_1, w_2) \}$

E เป็นเหตุการณ์ที่จะหยิบถุงเท้าสองคู่ให้ได้สีเดียวกัน

นั่นคือ $E = \{ (d_1, d_2), (w_1, w_2) \}$

$$\text{ดังนั้น } P(E) = \frac{2}{6} = \frac{1}{3}$$

6. ในการจับสลากชื่อของนักเรียน 30 คน ซึ่งเป็น ชาย 18 คน หญิง 12 คน จงหาความน่าจะเป็นในการที่จับสลากใบแรกได้

1) นักเรียนชาย

2) นักเรียนหญิง

เฉลย 1) ความน่าจะเป็นที่จะจับสลากใบแรกเป็นนักเรียนชายเท่ากับ $\frac{18}{30} = \frac{3}{5}$

2) ความน่าจะเป็นที่จะจับสลากใบแรกเป็นนักเรียนหญิงเท่ากับ $\frac{12}{30} = \frac{2}{5}$

เฉลยแบบทดสอบ

1. ก

2. ข

3. ค

4. ง

5. ข