

ตอนที่ 2

เรื่อง การบวก ลบ คูณ หารการเท่ากัน การไม่เท่ากันของจำนวนจริง และการนำไปใช้

มาตรฐานการเรียนรู้

มาตรฐานที่ 2.2 มีความรู้ความเข้าใจ และทักษะพื้นฐานเกี่ยวกับคณิตศาสตร์ วิทยาศาสตร์และเทคโนโลยี

มาตรฐานการเรียนรู้ระดับ มีความรู้ ความเข้าใจเกี่ยวกับจำนวน และการดำเนินการเลขยกกำลังที่มีเลขชี้กำลังเป็นจำนวนตรรกยะ เซต และการให้เหตุผล อัตราส่วนตรีโกณมิติและการนำไปใช้ การใช้เครื่องมือ และการออกแบบผลิตภัณฑ์ สถิติเบื้องต้นและความน่าจะเป็น เชื่อมโยงกับงานอาชีพในสังคมและอาเซียนได้

ผลการเรียนรู้ที่คาดหวัง

- อธิบายความหมายและหาผลลัพธ์ที่เกิดจากการบวก การลบ การคูณ การหารจำนวนจริงได้
- อธิบายสมบัติของจำนวนจริงที่เกี่ยวกับการบวก การคูณ การเท่ากัน การไม่เท่ากันและนำไปใช้ได้

ขอบข่ายเนื้อหา

- สมบัติการบวก การลบ การคูณ และการหารจำนวนจริง

สมบัติของจำนวนจริง คือ การนำจำนวนจริงใด ๆ มากระทำต่อกันในลักษณะ เช่น การบวก การลบ การคูณ การหาร หรือกระทำด้วยลักษณะพิเศษที่กำหนดขึ้น แล้วมีผลลัพธ์ที่เกิดขึ้นในลักษณะหรือทำนองเดียวกัน สมบัติที่ใช้ในการบวก การลบ การคูณ และการหาร มีดังนี้

- 1.1 สมบัติการเท่ากันของจำนวนจริง กำหนด a, b, c เป็นจำนวนจริงใดๆ

สมบัติการสะท้อน	$a = a$
สมบัติการสมมาตร	ถ้า $a = b$ แล้ว $b = a$
สมบัติการถ่ายทอด	ถ้า $a = b$ และ $b = c$ แล้ว $a = c$
สมบัติการบวกด้วยจำนวนที่เท่ากันทั้งสองข้าง	ถ้า $a = b$ แล้ว $a + c = b + c$
สมบัติการคูณด้วยจำนวนที่เท่ากันทั้งสองข้าง	ถ้า $a = b$ แล้ว $ac = bc$

1.2 สมบัติการบวกและการคูณในระบบจำนวนจริง เมื่อกำหนดให้ a, b และ c เป็นจำนวนจริงใดๆ

1.2.1 สมบัติการบวก

สมบัติปิด	ถ้า $a \in \mathbb{R}$ และ $b \in \mathbb{R}$ แล้ว $a + b \in \mathbb{R}$
สมบัติการสลับที่	$a + b = b + a$
สมบัติการเปลี่ยนกลุ่ม	$a + (b + c) = (a + b) + c$
สมบัติการมีเอกลักษณ์การบวก คือ 0	$0 + a = a + 0 = a$
สมบัติการมีอินเวอร์สการบวก	a มีอินเวอร์สการบวก คือ $-a$ และ $-a$ มีอินเวอร์สการบวก คือ a จะได้ $a + (-a) = (-a) + a = 0$ นั่นคือจำนวนจริง a จะมี $-a$ เป็นอินเวอร์สของการบวก

1.2.2 สมบัติการคูณ

สมบัติปิด	ถ้า $a \in \mathbb{R}$ และ $b \in \mathbb{R}$ แล้ว $ab \in \mathbb{R}$
สมบัติการสลับที่	$ab = ba$
สมบัติการเปลี่ยนกลุ่ม	$a(bc) = (ab)c$
สมบัติการมีเอกลักษณ์การบวก คือ 1	$1 \cdot a = a \cdot 1 = a$
สมบัติการมีอินเวอร์สการคูณ (ยกเว้น 0 เพราะ $\frac{1}{0}$ ไม่มีความหมาย)	a มีอินเวอร์สการคูณ คือ $\frac{1}{a}$ และ $\frac{1}{a}$ มีอินเวอร์สการคูณ คือ a จะได้ $a \left(\frac{1}{a}\right) = \left(\frac{1}{a}\right)a = 1 ; a \neq 0$ นั่นคือจำนวนจริง a จะมี $\frac{1}{a}$ เป็น อินเวอร์สการคูณ
สมบัติการแจกแจง	$a(b + c) = ab + ac$ $(b + c)a = ba + ca$

1.3 สมบัติการไม่เท่ากัน

ประโยคคณิตศาสตร์จะใช้สัญลักษณ์ $>, <, \geq, \leq, \neq$ แทนการไม่เท่ากัน เรียกการไม่เท่ากันว่า

“อสมการ” (Inequalities)

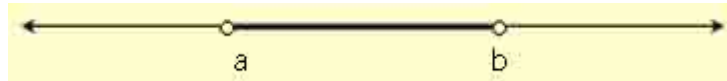
บทนิยาม $a < b$ หมายถึง a น้อยกว่า b $a > b$ หมายถึง a มากกว่า b

2. ช่วง (Interval)

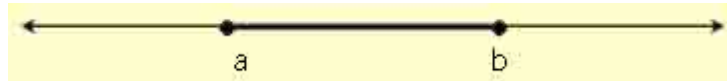
หมายถึง เซตของจำนวนจริงที่เป็นส่วนใดส่วนหนึ่งของเส้นจำนวน

ช่วงของจำนวนจริง กำหนดให้ a, b เป็นจำนวนจริง และ $a < b$

1. ช่วงเปิด (a, b) $(a, b) = \{ x \mid a < x < b \}$



2. ช่วงปิด $[a, b]$ $[a, b] = \{ x \mid a \leq x \leq b \}$



3. ช่วงครึ่งเปิด $(a, b]$ $(a, b] = \{ x \mid a < x \leq b \}$



4. ช่วงครึ่งเปิด $[a, b)$ $[a, b) = \{ x \mid a \leq x < b \}$



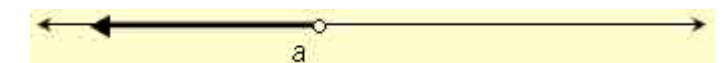
5. ช่วง (a, ∞) $(a, \infty) = \{ x \mid x > a \}$



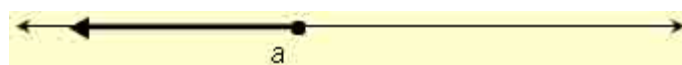
6. ช่วง $[a, \infty)$ $[a, \infty) = \{ x \mid x \geq a \}$



7. ช่วง $(-\infty, a)$ $(-\infty, a) = \{ x \mid x < a \}$



8. ช่วง $(-\infty, a]$ $(-\infty, a] = \{ x \mid x \leq a \}$



กิจกรรมก่อนการรับชมรายการ

ครูผู้สอนสนทนาเกี่ยวกับสมบัติจำนวนจริง พร้อมทั้งอธิบายเกี่ยวกับการบวก การลบ การคูณ การหาร การเท่ากันและการไม่เท่ากันของจำนวนจริงโดยเริ่มจากตัวอย่างเพื่อเชื่อมโยงไปสู่ความเข้าใจ

กิจกรรมของครูขณะชมรายการโทรทัศน์

สังเกตพฤติกรรม และความสนใจของผู้เรียน

กิจกรรมหลังการรับชมรายการ

1. ครูผู้สอนและผู้เรียนร่วมกันอภิปรายสรุปเนื้อหาตามบทเรียนที่ได้รับชมรายการ
2. ให้ผู้เรียนทำแบบฝึกหัดเพื่อทำความเข้าใจในบทเรียนให้มากขึ้น

1. ข้อใดต่อไปนี้เป็นจริง

1. สำหรับทุกจำนวนจริง a และ b ถ้า $a < b$ แล้ว $a^2 < b^2$
2. สำหรับทุกจำนวนจริง a ถ้า $0 < a < 1$ แล้ว $0 < a^2 < a$
3. สำหรับทุกจำนวนจริง a , b และ c ถ้า $ab = ac$ แล้ว $b = c$
4. สำหรับทุกจำนวนจริง a แล้ว $\sqrt{a^2} = a$

2. ข้อใดต่อไปนี้เป็นสมบัติการเปลี่ยนกลุ่มการบวกและการสลับที่ของการบวก

1. $(1+2)+3 = 3+(2+1)$
2. $(1+2)+3 = 3+(1+2)$
3. $(1+2)+3 = (2+3)+1$
4. $(1+2)+3 = 1+(2+3)$

3. จงแก้สมการ $x^2 - 7x + 10 = 0$

1. 2, 5
2. -2, -5
3. 3, 5
4. -3, -5

3. ให้ผู้เรียนทำแบบทดสอบเพื่อวัดความเข้าใจในเนื้อหาที่รับชม

แบบทดสอบ

1. ถ้า $(x + 1)^2 = x^2 + 2x + 1$ แล้ว $(x + 2)^2$ ตรงกับข้อใด

- ก. $x^2 + 2x + 1$
- ข. $x^2 + 2x + 2$
- ค. $x^2 + 4x + 2$
- ง. $x^2 + 4x + 4$

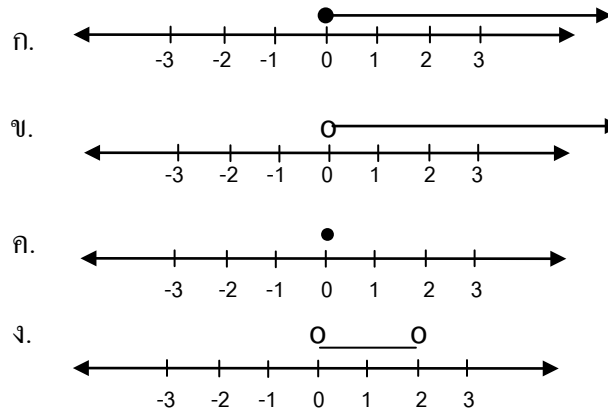
2. ถ้า $x^2 + 6x = -9$ แล้ว $(3x - 5)$ เท่ากับข้อใด

- ก. 3
- ข. 4
- ค. -8
- ง. -14

3. กำหนดให้ตัวอักษรแทนจำนวนจริง สมบัติของจำนวนจริงที่ใช้ข้อใดผิด

- ก. $a + 0 = a$ สมบัติการมีอินเวอร์สการบวก
- ข. $8 \times \frac{1}{8} = 1$ สมบัติการมีอินเวอร์สการคูณ
- ค. $ab \times 1 = a$ สมบัติการมีเอกลักษณ์การคูณ
- ง. $ab - ab = 0$ สมบัติการมีอินเวอร์สการบวก

4. ข้อใดเป็นคำตอบของอสมการ $x + 3 > 2$



5. จงหาผลลัพธ์ของ $4x + 2 = x - 4$

- ก. $-\frac{2}{3}$
- ข. $-\frac{8}{3}$
- ค. -2
- ง. -3

เฉลยแบบฝึกหัด

1. ข้อใดต่อไปนี้เป็นจริง

1. สำหรับทุกจำนวนจริง a และ b ถ้า $a < b$ แล้ว $a^2 < b^2$

เท็จ เช่น $a = -1, b = 0$ จะเห็นว่า $a < b$ แต่ $a^2 > b^2$

เพราะ $a^2 = (-1)^2 = 1, b^2 = 0$

2. สำหรับทุกจำนวนจริง a ถ้า $0 < a < 1$ แล้ว $0 < a^2 < a$

จริง เนื่องจาก $0 < a < 1$ แสดงว่า a เป็นจำนวนจริงบวก

พิจารณา $0 < a < 1$ จะได้ว่า $0 \cdot a < a \cdot a < 1 \cdot a$

ดังนั้น $0 < a^2 < a$

3. สำหรับทุกจำนวนจริง a, b และ c ถ้า $ab = ac$ แล้ว $b = c$

เท็จ เช่น $a = 0, b = 1, c = 2$

จะเห็นว่า $ab = 0 \cdot 1 = 0$

$ac = 0 \cdot 2 = 0$

$ab = ac$ แต่ $b \neq c$

4. สำหรับทุกจำนวนจริง a แล้ว $\sqrt{a^2} = a$

เท็จ เช่น $a = -1, \sqrt{a^2} = \sqrt{(-1)^2} = 1 \neq -1$

2. ข้อใดต่อไปนี้เป็นสมบัติการเปลี่ยนกลุ่มการบวกและการสลับที่ของการบวก

1. $(1+2)+3 = 3+(2+1)$

ข้อ 1 ผิด เพราะขาดสมบัติการเปลี่ยนกลุ่มการบวก

2. $(1+2)+3 = 3+(1+2)$

ข้อ 2 ผิด เพราะขาดสมบัติการเปลี่ยนกลุ่มของการบวก

3. $(1+2)+3 = (2+3)+1$

ข้อ 3 ถูก

4. $(1+2)+3 = 1+(2+3)$

ข้อ 4 ผิด เพราะขาดสมบัติการสลับที่การบวก

3. จงแก้สมการ $x^2 - 7x + 10 = 0$

1. (2,5) 2. (-2, -5)

3. (3,5) 4. (-3, -5)

เฉลย ตอบข้อ 1

$$x^2 - 7x + 10 = 0$$

$$(x - 2)(x - 5) = 0$$

จะได้ $x - 2 = 0$ หรือ $x - 5 = 0$

$$x = 2 \text{ หรือ } x = 5$$

คำตอบของสมการ คือ 2 หรือ 5

วิเคราะห์แนวคิด

